



Χρονικός Προγραμματικός Έργου

Κεφάλαιο 10

Προσέγγιση του Χρονικού Προγραμματισμού

Οι διαφάνειες βασίζονται στο βιβλίο:

Δημητριάδης Αντώνης. “Διοίκηση – Διαχείριση Έργου – 5^η έκδοση”, εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, ISBN: 978-960-578-051-7

Χρονικός Προγραμματικός Έργου

Χρονοδιάγραμμα έργου (Project Schedule)

Δίνει απαντήσεις στα ερωτήματα:

- Ποια η **προβλεπόμενη συνολική διάρκεια** του έργου;
- Ποια η **χρονική αρχή και το τέλος** κάθε δραστηριότητας του έργου;
- Ποιες **οι επιπτώσεις στο έργο**, αν μία οι περισσότερες δραστηριότητες **δεν εκτελεστεί σύμφωνα με το χρονοδιάγραμμα**;
- Πώς γίνονται οι **χρονικές προβλέψεις**, σε συνθήκες **αβεβαιότητας ή κινδύνου**;

Σχέσεις/Δεσμεύσεις μεταξύ Δραστηριοτήτων

► Σχέσεις Τέλους - Έναρξης (Finish to Start - FS)

Η έναρξη μιας δραστηριότητας εξαρτάται από το τέλος κάποιας άλλης

Παράδειγμα: Αν οι δραστηριότητες 100 και 200 έχουν σχέση $FS(100,200) = 2$, αυτό σημαίνει ότι, η δραστηριότητα 200 πρέπει να ξεκινήσει δύο χρονικές μονάδες μετά το τέλος της δραστηριότητας 100.

Ο αριθμός 2 ονομάζεται **Υστέρηση (Lag)** και αν δεν έχει πρόσημο σημαίνει «μετά», ενώ όταν έχει αρνητικό πρόσημο σημαίνει «πριν». Αν η υστέρηση είναι μηδέν, αυτό σημαίνει ότι, η δραστηριότητα 200 ξεκινά αμέσως μετά το τέλος της δραστηριότητας 100.

Σχέσεις/Δεσμεύσεις μεταξύ Δραστηριοτήτων

► Σχέσεις Τέλους - Τέλους (Finish to Finish - FF)

Το τέλος μιας δραστηριότητας εξαρτάται από το τέλος κάποιας άλλης.

Παράδειγμα: Αν οι δραστηριότητες 100 και 200 έχουν σχέση $FF(100,200) = -2$, αυτό σημαίνει ότι, η δραστηριότητα 200 πρέπει να ολοκληρωθεί δύο χρονικές μονάδες πριν το τέλος της δραστηριότητας 100.

Σχέσεις/Δεσμεύσεις μεταξύ Δραστηριοτήτων

► Σχέσεις Έναρξης - Τέλους (Start to Finish - SF)

Το τέλος μιας δραστηριότητας εξαρτάται από την έναρξη κάποιας άλλης.

Παράδειγμα: Αν οι δραστηριότητες 100 και 200 έχουν σχέση $SF(100,200) = 4$, αυτό σημαίνει ότι, η 200 πρέπει να ολοκληρωθεί τέσσερις χρονικές μονάδες μετά την έναρξη της δραστηριότητας 100.

► Σχέσεις Έναρξης - Έναρξης (Start to Start - SS)

Η έναρξη μιας δραστηριότητας εξαρτάται από την έναρξη κάποιας άλλης.

Παράδειγμα: Αν οι δραστηριότητες 100 και 200 έχουν σχέση $SS(100,200) = 0$, αυτό σημαίνει ότι, οι δραστηριότητες 100 και 200 πρέπει να ξεκινήσουν ταυτόχρονα.

Δίκτυο Έργου

Δίκτυο Έργου (Project Network)

- ΑΠΟΤΥΠΩΝΕΙ ΤΙΣ ΑΛΛΗΛΕΞΑΡΤΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΑΛΛΗΛΟΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΤΩΝ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΩΝ

- Γραφική παράσταση (Γράφος - graphs)

συμβολική γραφική παρουσίαση του έργου ως σύνολο δραστηριοτήτων συνδεδεμένων μεταξύ τους με διάφορες σχέσεις.

Δύο τύποι δικτύων:

- **Τοξωτά Δίκτυα** (Arrow or Activity On Arrow Network A-O-A)

οι δραστηριότητες παριστάνονται με βέλη

- **Κομβικά Δίκτυα** (Precedence or Activity On Node Network A-O-N)

κάθε δραστηριότητα παριστάνεται με έναν κόμβο στο δίκτυο



Τοξωτά Δίκτυα

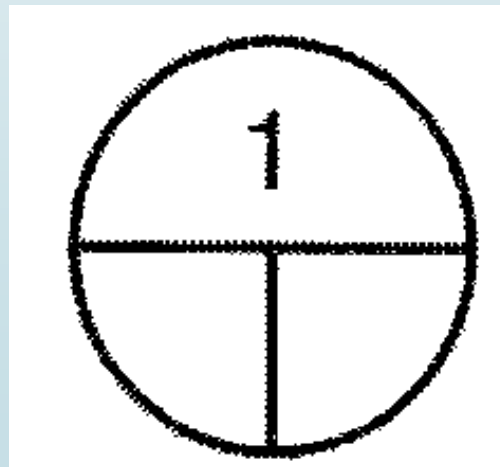
Δομικά στοιχεία τοξωτών δικτύων

- ▶ **Γεγονότα** (Events)
- ▶ **Δραστηριότητες** (Activities)

Τοξωτά Δίκτυα

Τα γεγονότα είναι χρονικά σημεία

- ▶ Ορίζουν την αρχή ή το τέλος των δραστηριοτήτων
- ▶ Γραφικά παριστάνονται με έναν κύκλο και αριθμούνται μονοσήμαντα



(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

- **Αρχικό Γεγονός (Start Event)**

καθορίζει την έναρξη του έργου

- **Τελικό Γεγονός (Finish Event)**

καθορίζει το τέλος του έργου

- **Προηγούμενο (Predecessor)**

προηγείται κάποιου άλλου

- **Επόμενο (Successor).**

έπεται κάποιου άλλου καλείται

- **Διαδρομή ή Δρομολόγιο ή Δρόμος (Path)**

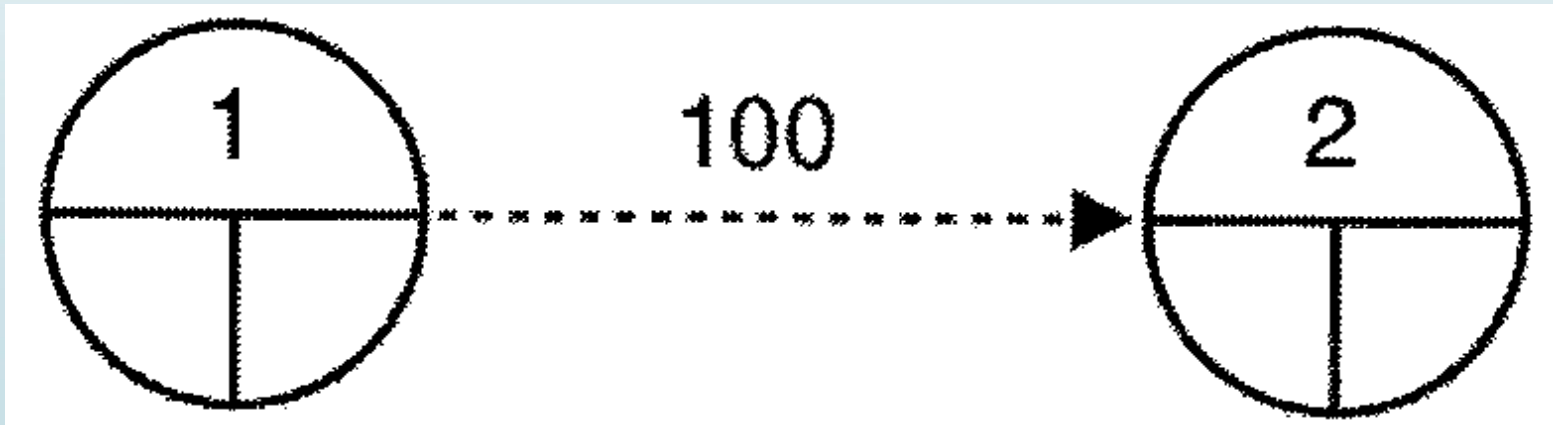
διαδοχική σειρά δραστηριοτήτων, από την αρχή (Αρχικό Γεγονός) μέχρι το τέλος του δικτύου (Τελικό Γεγονός)

(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

Πλασματική Δραστηριότητα (Dummy Activity)

Σε κάποιες περιπτώσεις (για λόγους επίλυσης του δικτύου) είναι απαραίτητη η εισαγωγή μιας δραστηριότητας η οποία συνδέει δύο γεγονότα χωρίς όμως αυτή να αποτελεί υπαρκτή δραστηριότητα για το έργο (δεν απαιτεί ούτε χρόνο ούτε πόρους). Είναι **πλασματική δραστηριότητα** και γραφικά συμβολίζεται με διακεκομμένο βέλος.



(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

Συνοπτικά μια δραστηριότητα προσδιορίζεται από:

► **Κωδικό δραστηριότητας (Δ):**

Δ μοναδικός κωδικός που αποδόθηκε στη δραστηριότητα κατά τη δομή ανάλυσης του έργου.

► **Χρονική Διάρκεια (ΧΔ):**

ΧΔ ο εκτιμώμενος ή ο διαθέσιμος χρόνος εκτέλεσης της δραστηριότητας

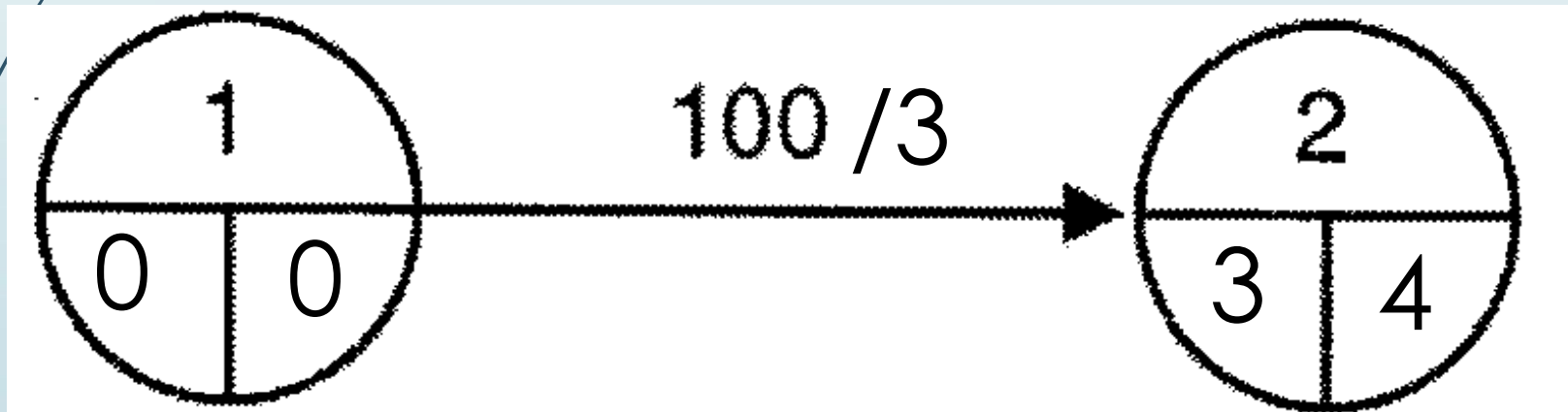
► **Σχέσεις**

Χρονικές σχέσεις και αλληλεξαρτήσεις με άλλες δραστηριότητες

Τοξωτά Δίκτυα

Ο κωδικός και η χρονική διάρκεια της δραστηριότητας επισημαίνονται πάνω στο βέλος της δραστηριότητας

Οι σχέσεις επισημαίνονται στα γεγονότα έναρξης και τέλους της δραστηριότητας.



(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

Στα τοξωτά δίκτυα οι **μόνες επιτρεπόμενες σχέσεις** μεταξύ δύο δραστηριοτήτων i και j είναι οι σχέσεις **«Τέλους - Αρχής» (Finish to Start) FS(i,j)**

Άρα:

- Μια δραστηριότητα (εκτός της πρώτης) ξεκινά αμέσως μόλις τελειώσει η προηγούμενή της.
- Αν χρειάζεται μια δραστηριότητα να ξεκινήσει, όταν έχει ολοκληρωθεί τμήμα της προηγούμενής της, τότε αναπροσδιορίζονται οι δραστηριότητες με κατάτμηση

Παράδειγμα: Διαπιστώνεται ότι κατά την ανέγερση μιας κατοικίας η θεμελίωση μπορεί ν' αρχίσει πριν την ολοκλήρωση της εκσκαφής. Τότε η δραστηριότητα της εκσκαφής επιμερίζεται σε δύο δραστηριότητες εκσκαφής $\Delta 1$ και $\Delta 2$, τέτοιες ώστε η δραστηριότητα της θεμελίωσης να αρχίζει μετά την ολοκλήρωση της $\Delta 1$ και η εκσκαφή να εξελίσσεται παράλληλα με την $\Delta 2$.

(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

Στα τοξωτά δίκτυα οι **μόνες επιτρεπόμενες σχέσεις** μεταξύ δύο δραστηριοτήτων i και j είναι οι σχέσεις **«Τέλους - Αρχής» (Finish to Start) FS(i,j)**

Άρα (συνέχεια):

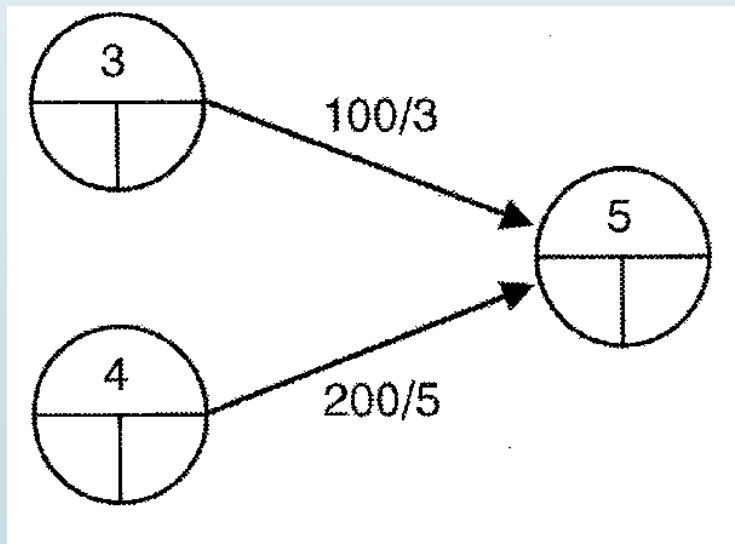
- Δεν επιτρέπεται η διακοπή μιας δραστηριότητας.
Αν για κάποιο λόγο απαιτηθεί τούτο, αυτή η δραστηριότητα θα πρέπει να διασπαστεί σε άλλες πιο μικρές, έτσι ώστε η διακοπή να συμπίπτει με την ολοκλήρωση κάποιας από αυτές.
- Η αναμονή μεταξύ δραστηριοτήτων παριστάνεται με δραστηριότητα χωρίς πόρους. (πλασματικές δραστηριότητες)

(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

Ένα γεγονός πραγματοποιείται, μόνο όταν όλες οι δραστηριότητες, που καταλήγουν σ' αυτό έχουν όλες ολοκληρωθεί.

Παράδειγμα: το γεγονός 5 πραγματοποιείται εφόσον έχουν ολοκληρωθεί οι δραστηριότητες 100, που διαρκεί 3 χρονικές μονάδες και 200, που διαρκεί 5 χρονικές μονάδες. Αν η δραστηριότητα 100 τελειώνει αργότερα από την 200, τότε το γεγονός 5 συμβαίνει αμέσως με τη λήξη της 100 .

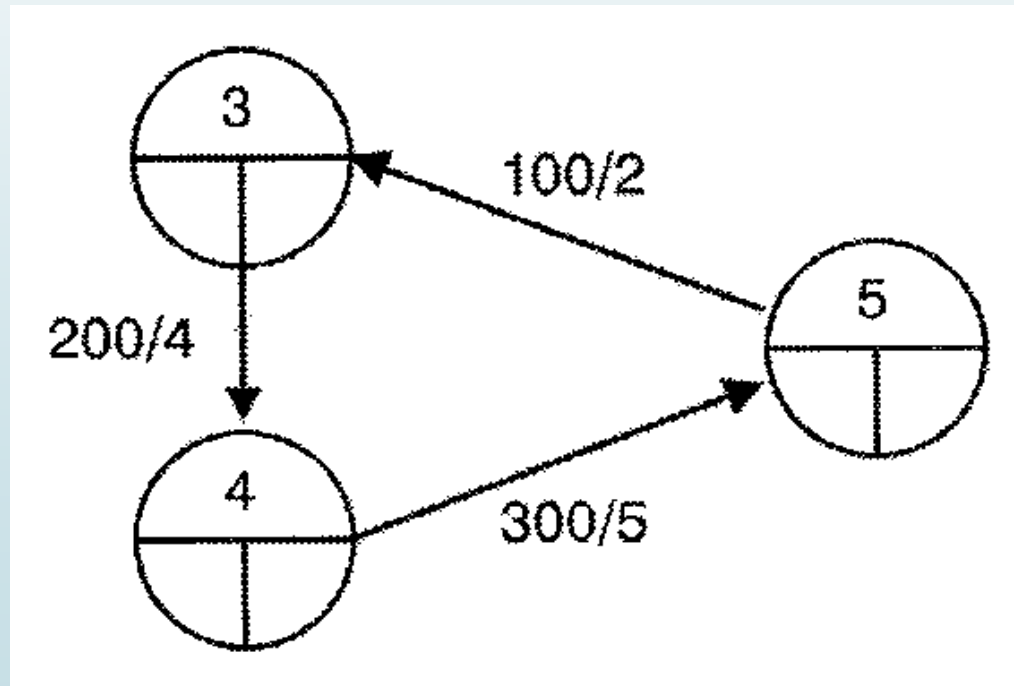


(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

Δεν επιτρέπονται βρόχοι στα τοξωτά δίκτυα

Παράδειγμα: Το δίκτυο του σχήματος δεν έχει νόημα καθώς θα έθετε την εκτέλεση σε κυκλικές σχέσεις ανάμεσα σε δραστηριότητες χωρίς να αποτυπώνει τη χρονική σχέση μεταξύ τους



(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

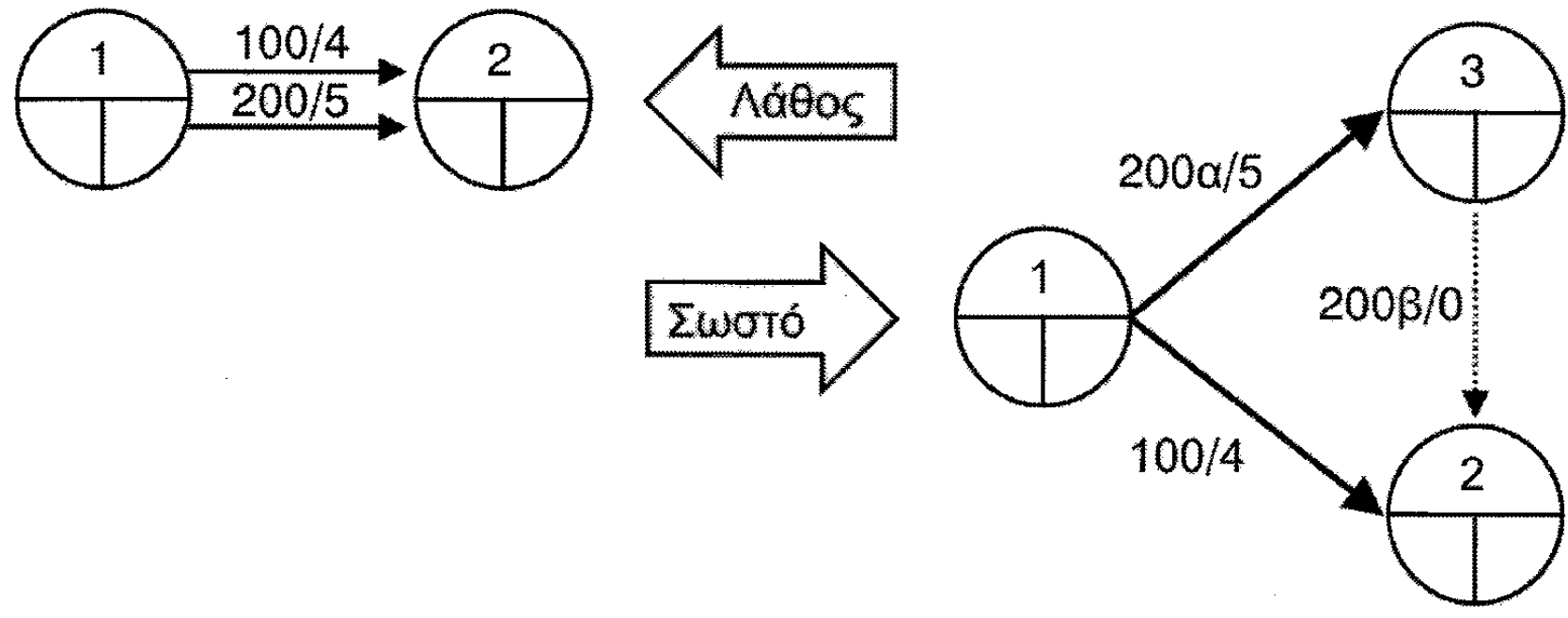
Δεν είναι επιτρεπτή η ύπαρξη ανεξάρτητων δραστηριοτήτων ή γεγονότων.

Για κάθε δραστηριότητα υπάρχει γεγονός έναρξης και τέλους και για κάθε γεγονός, τουλάχιστο μια προηγούμενη ή επόμενη (ή και τα δύο) δραστηριότητα.

Τοξωτά Δίκτυα

Δύο χρονικά παράλληλες δραστηριότητες δεν μπορεί να έχουν τα ίδια γεγονότα ως αρχή και τέλος.

Σε μια τέτοια περίπτωση, χρησιμοποιούνται πλασματικές



(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

Παράδειγμα

Κατά το Σχεδιασμό έχουν αναλυθεί δραστηριότητες και σχέσεις

<i>Δραστηριότητα</i>	<i>Διάρκεια (μήνες)</i>	<i>Σχέσεις</i>
100	5	Αρχή έργου
200	4	Αρχή έργου
300	3	Μετά το τέλος της 100
400	2	Ένα μήνα μετά την έναρξη της 200
500	4	Μετά το τέλος των 200, 300 και 400

(πηγή: [1])

Τοξωτά Δίκτυα

Παράδειγμα

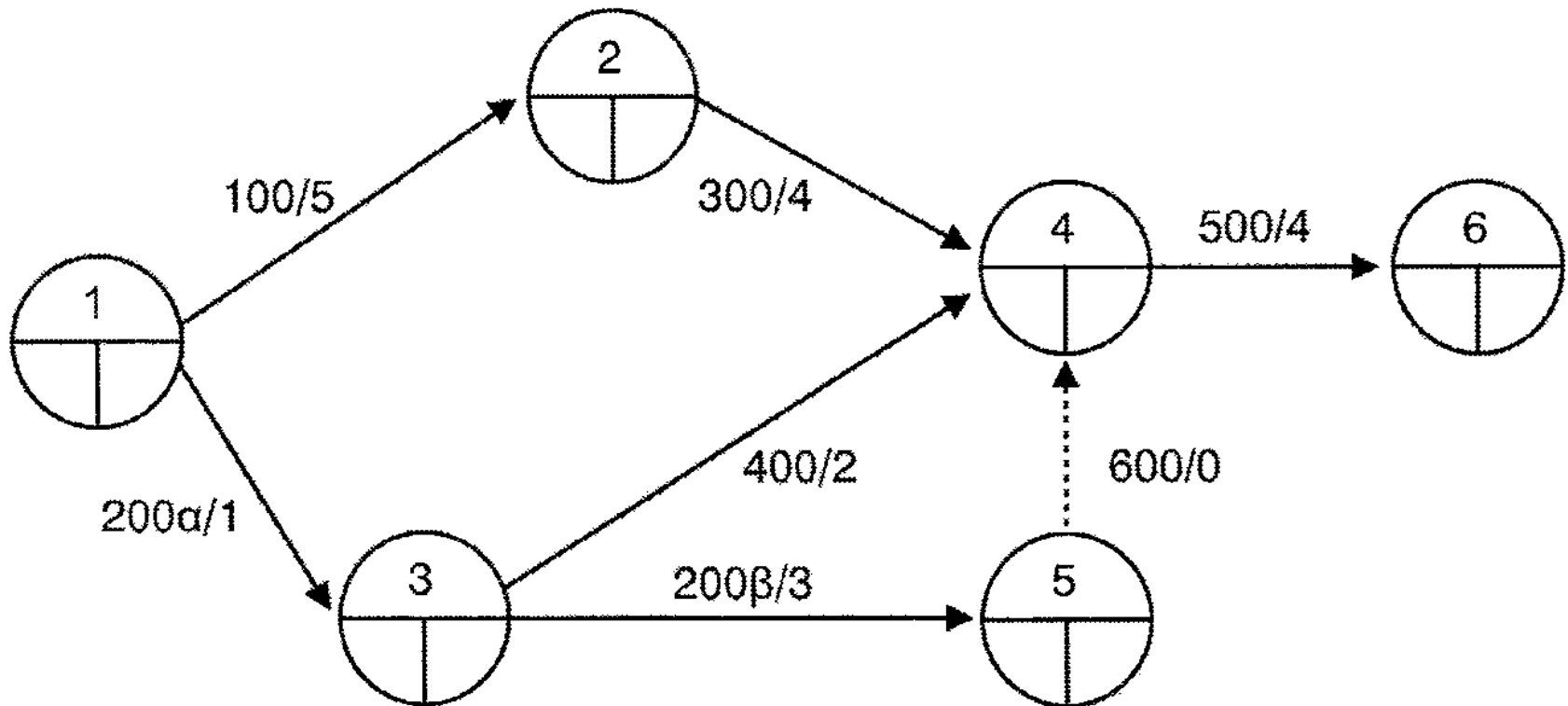
Παρατηρείται ότι:

- Το έργο ξεκινά με την έναρξη των δραστηριοτήτων 100 και 200.
- Η δραστηριότητα 400 αρχίζει πριν το τέλος της 200. Άρα θα πρέπει, η 200 πρέπει να διασπασθεί σε δύο δραστηριότητες 200α και 200β , έτσι ώστε η 400 να ξεκινά αμέσως μετά το τέλος της 200α και το τέλος της 200β να συμπίπτει με το τέλος της 200.

(Γιατί: Δύο χρονικά παράλληλες δραστηριότητες δεν μπορεί να έχουν τα ίδια γεγονότα ως αρχή και τέλος.)

Τοξωτά Δίκτυα

Παράδειγμα

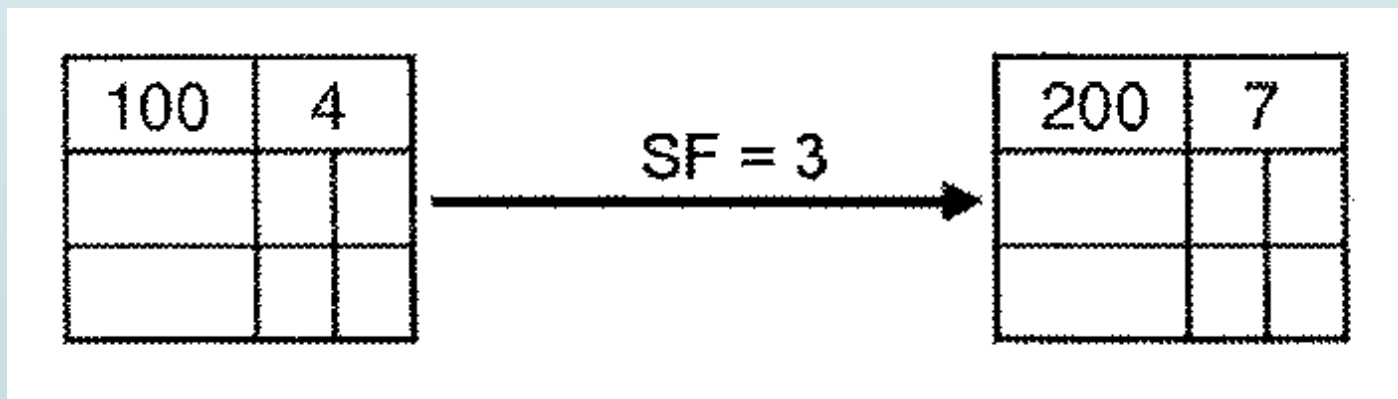


(πηγή: [1])

Κομβικά Δίκτυα

Οι δραστηριότητες παριστάνονται με τετράγωνα (περιέχουν κελιά)

- **Κωδικός δραστηριότητας** (πάνω αριστερό κελί του τετραγώνου της δραστηριότητας)
- **Χρονική Διάρκεια** (πάνω δεξιό κελί του τετραγώνου της δραστηριότητας)
- Σχέσεις (αλληλουχίας με βέλη ανάμεσα στις δραστηριότητες, πάνω στο βέλος η σχέση)

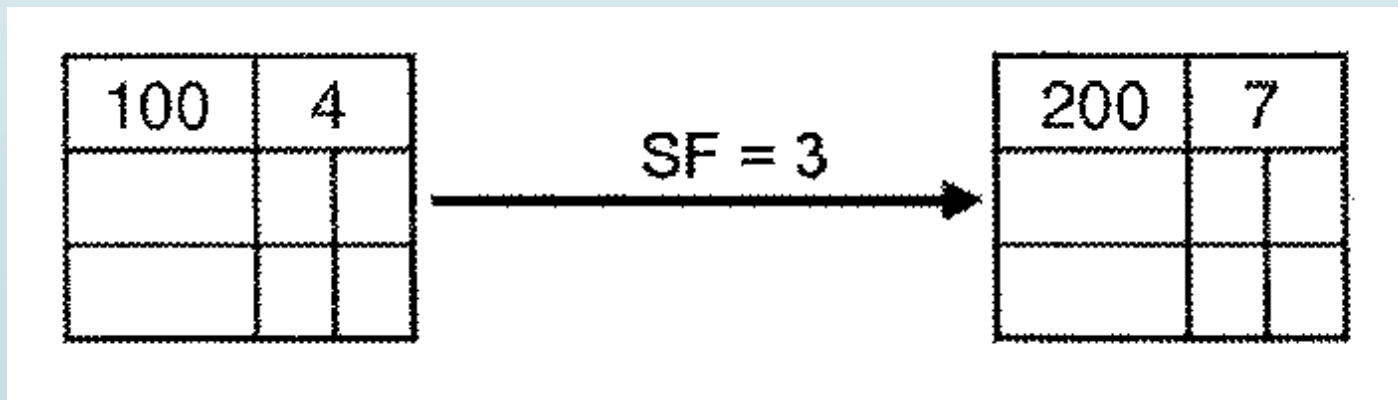


(πηγή: [1])

Κομβικά Δίκτυα

Οι δραστηριότητες παριστάνονται με τετράγωνα (περιέχουν κελιά)

- **Κωδικός δραστηριότητας** (πάνω αριστερό κελί του τετραγώνου της δραστηριότητας)
- **Χρονική Διάρκεια** (πάνω δεξιό κελί του τετραγώνου της δραστηριότητας)
- Σχέσεις (αλληλουχίας με βέλη ανάμεσα στις δραστηριότητες, πάνω στο βέλος η σχέση)



(πηγή: [1])

Κομβικά Δίκτυα

Χαρακτηριστικά Κομβικών – Διαφορές με Τοξωτά

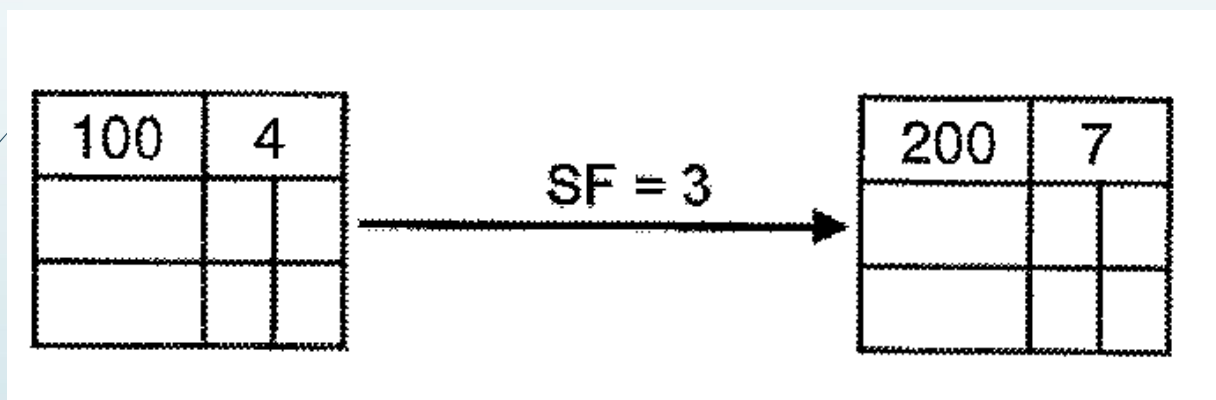
- ▶ **Επιτρέπονται όλες οι σχέσεις μεταξύ των δραστηριοτήτων** και όχι μόνο οι σχέσεις «τέλος - έναρξη, $FS(i,j) = 0$ », όπως τα τοξωτά.
- ▶ Τα κομβικά **Αποτυπώνουν τις χρονικές αλληλεξαρτήσεις** όποιες και εάν είναι αυτές αλλά δεν αναδεικνύουν με το γράφημα τη χρονική εξέλιξη του έργου.
- ▶ Το γράφημα μπορεί να εμφανίζεται να **αρχίζει ή να τελειώνει με περισσότερες από μία δραστηριότητες.** (δεν υπάρχει αρχικό ή τελικό γεγονός)
- ▶ Υπάρχει η έννοια της **Προηγούμενης** (Predecessor) της **Επόμενης** (Successor) δραστηριότητας, αλλά αυτές οι έννοιες δε σχετίζονται με τη χρονική διαδοχή.

(πηγή: [1])

Κομβικά Δίκτυα

Παράδειγμα:

Έστω, δραστηριότητες **100** και **200** με σχέση $SF(100,200) = 3$ και προβλεπόμενες χρονικές διάρκειες **4** και **7** χρονικές μονάδες, αντίστοιχα.



➤ **$SF(100,200) = 3$**

Η 200 τελειώνει τρεις χρονικές μονάδες μετά την αρχή της 100.

➤ **Χρονικές διάρκειες 4 και 7 χρονικές μονάδες, αντίστοιχα**

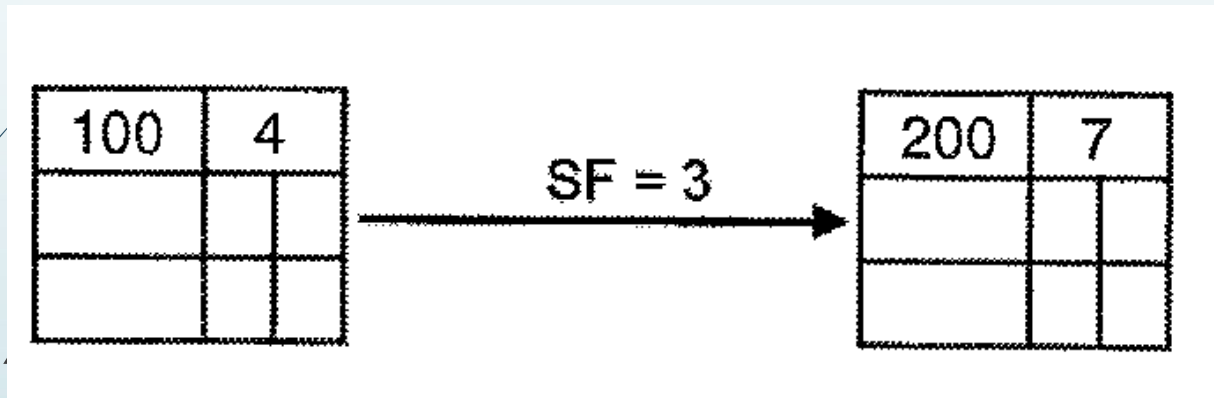
Η 200 αρχίζει τέσσερις χρονικές μονάδες πριν την έναρξη της 100

(πηγή: [1])

Κομβικά Δίκτυα

Παράδειγμα:

Έστω, δραστηριότητες **100** και **200** με σχέση $SF(100,200) = 3$ και προβλεπόμενες χρονικές διάρκειες **4** και **7** χρονικές μονάδες, αντίστοιχα.



➔ $SF($

Η 200 τελειώνει 3 χρονικές μονάδες μετά την αρχή της 100.

➔ **Χρονικές διάρκειες 4 και 7 χρονικές μονάδες**, αντίστοιχα

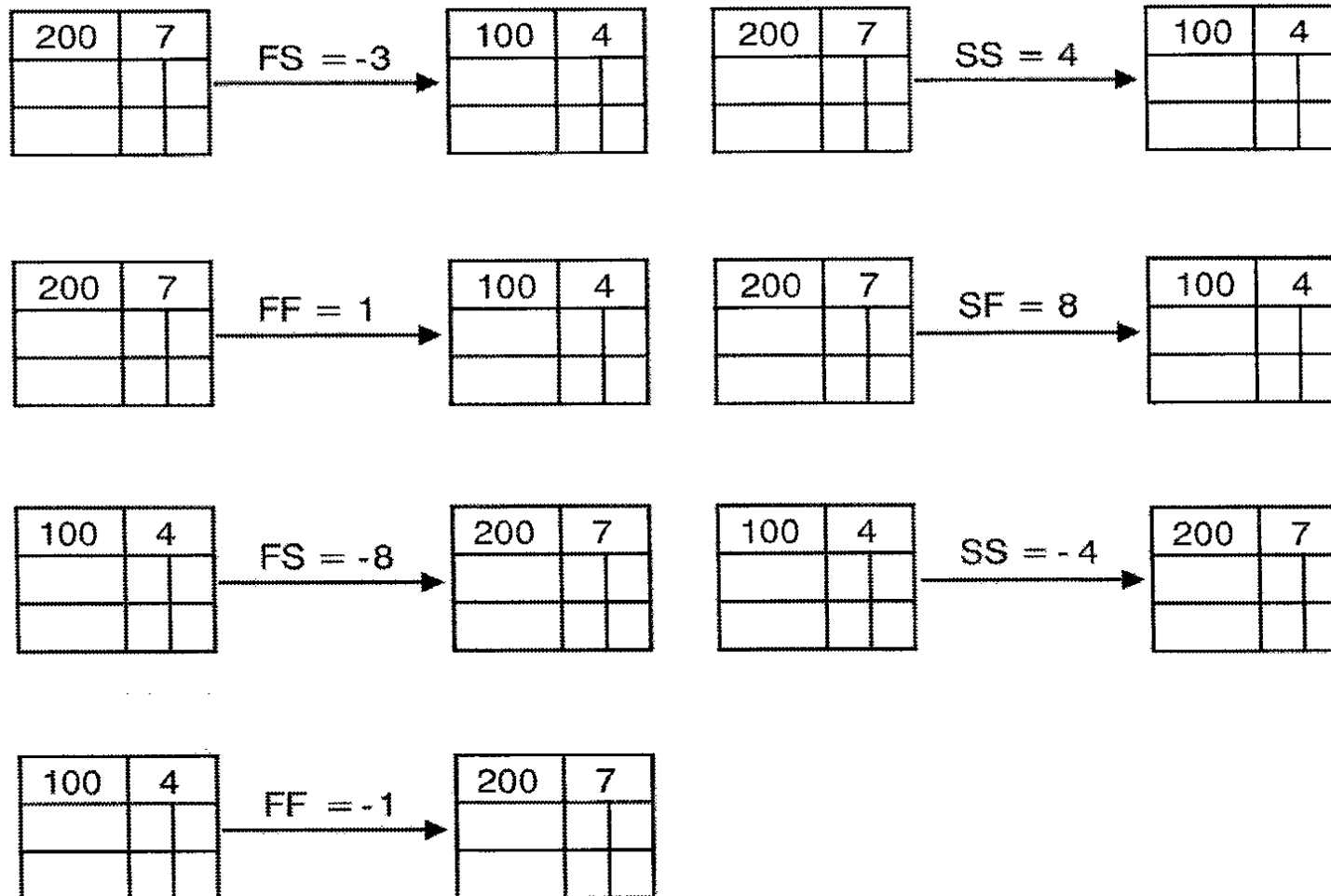
Η 200 αρχίζει 4 χρονικές μονάδες πριν την έναρξη της 100

Το γράφημα όμως δεν αποτυπώνει τη χρονική αλληλουχία

(πηγή: [1])

Κομβικά Δίκτυα

Παράδειγμα: Έστω, δραστηριότητες **100** και **200** με χρονικές διάρκειες 4 και 7 χρονικές μονάδες και διάφορες σχέσεις **SF, FF, SF, SS**



(πηγή: [1])

Κομβικά Δίκτυα

Παράδειγμα: Έστω, δραστηριότητες όπως στον πίνακα

Δραστηριότητα	Διάρκεια (μέρες)	Σχέσεις
100	5	Τελειώνει μια μέρα μετά το τέλος της 300
200	4	Αρχή του έργου
300	3	Ξεκινά πέντε μέρες μετά την έναρξη της 200
400	2	Τελειώνει έξη μέρες μετά την αρχή της 300 και ξεκινά τέσσερις μέρες μετά το τέλος της 100
500	4	Ξεκινά δυο μέρες μετά το τέλος της 300

$$FF(300,100)=1$$

$$SS(200,300)=5$$

$$SF(300,400)=6$$

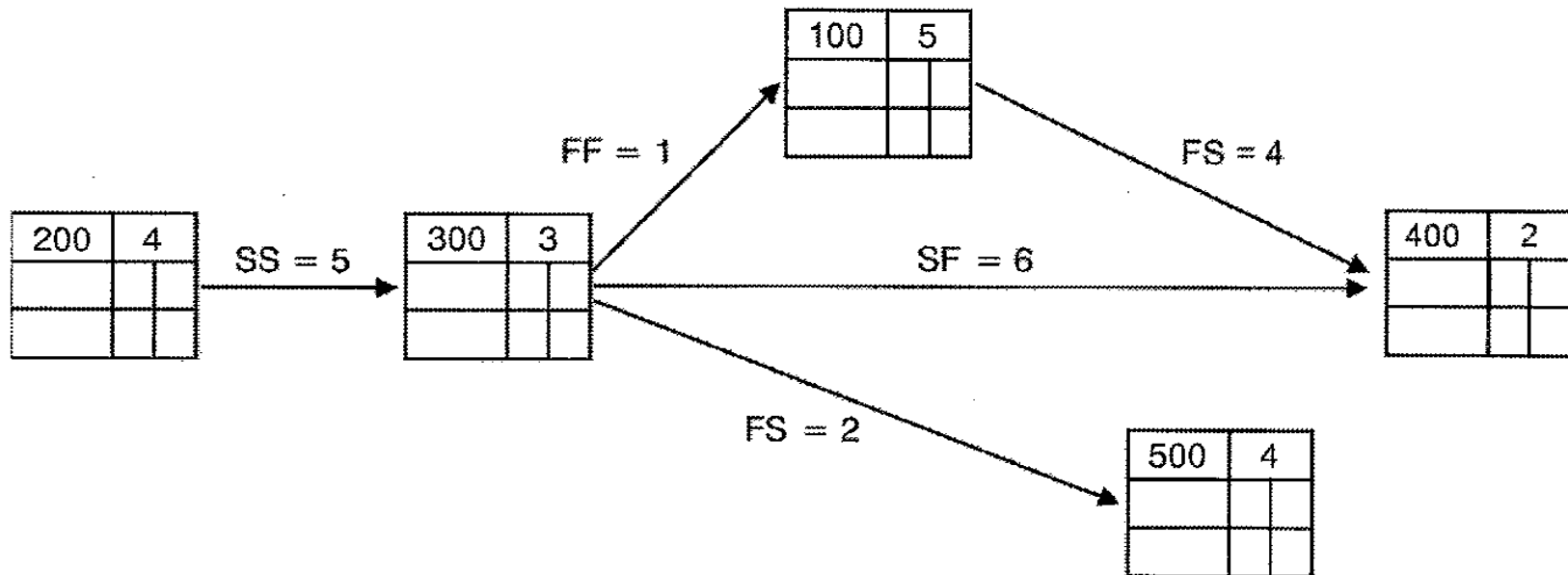
$$FS(100,400)=4$$

$$FS(300,500)=2$$

(πηγή: [1])

Κομβικά Δίκτυα

Παράδειγμα:



Δεν αποτυπώνεται με εύληπτο (γραφικό) τρόπο η χρονική εξέλιξη και η χρονική αλληλουχία των δραστηριοτήτων (γνωρίζουμε την αρχική δραστηριότητα αλλά όχι την καταληκτική – αν είναι μία ή περισσότερες)

(πηγή: [1])

Επίλυση Δικτύων

Αναζητούνται απαντήσεις:

- Ποια είναι η **εκτιμώμενη συνολική διάρκεια του έργου;**
- **Ποιες οι επιπτώσεις στη διάρκεια του έργου, από χρονικές αποκλίσεις** (υπερβάσεις/συντομεύσεις) που μπορεί να συμβούν κατά την εκτέλεση δραστηριοτήτων;

Ημερολόγιο του Έργου

Ημερολόγιο του Έργου (Project Calendar)

Πριν από την επίλυση, πρέπει να γίνεται καθορισμός της μονάδας μέτρησης του χρόνου (πχ. η μέρα, η εβδομάδα, ο μήνας κ.λπ.,)

Εργάσιμη μέρα

- Καθορίζεται η ώρα έναρξής της, η χρονική διάρκειά της σε ώρες. Εξετάζονται παράμετροι όπως πχ. δραστηριότητες που απαιτούν λίγες ώρες ή άλλες που απαιτούν απασχόληση σε βάρδιες σε συνεχόμενα εικοσιτετράωρα, και ορίζεται η μετάβαση από εργάσιμη ημέρα στην επόμενη

Εργάσιμης βδομάδα

- Καθορισμός της εργάσιμης μέρας. Καθορισμός των ημερών της εβδομάδας, που θεωρούνται εργάσιμες (είναι το Σάββατο και Κυριακή εργάσιμες;).

Εργάσιμος Μήνας

- Καθορισμός εργάσιμης μέρας και του πλήθους των εργασιμών ημερών μέσα στον εργάσιμο μήνα. Κάποιοι μήνες μπορεί να περιέχουν λιγότερες εργάσιμες ημέρες (πχ. επίσημες αργίες)

Ημερολόγιο του Έργου

Σύγχυση ανάμεσα στην **εκτίμηση της διάρκειας μιας δραστηριότητας** σε μονάδες χρόνου (πχ. εργάσιμες ημέρες) και στην **ημερολογιακή διάρκεια της δραστηριότητας**. Συνήθως δεν ταυτίζονται

Παράδειγμα: Η δραστηριότητα 100 τελειώνει την 8η μέρα και αμέσως ξεκινά η δραστηριότητα 200, αυτό σημαίνει ότι, η 100 τελειώνει στο τέλος της 8ης εργάσιμης μέρας και η 200 ξεκινά στην αρχή της επόμενης εργάσιμης μέρας. Δηλαδή στην αρχή της 9ης εργάσιμης μέρας

Αυτή μπορεί να είναι ημερολογιακά η αμέσως επόμενη ημερολογιακή μέρα ή κάποια άλλη ημερολογιακή ημέρα αργότερα στο χρόνο (πχ. μεσολαμβάν αργίες).

Διάγραμμα Gantt

Τα δίκτυα δεν αποτυπώνουν με ευκρίνεια και εποπτικό τρόπο το χρονοδιάγραμμα. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται:

Γραμμικά Διαγράμματα (Bar Chart) – Πίνακες

- Στήλες τις ημερολογιακές μονάδες
- Γραμμές τις Δραστηριότητες

Το πλέον γνωστό γραμμικό διάγραμμα είναι το

Διάγραμμα Gantt (Gantt Chart)

- **Ημερολόγιο του έργου** (οριζόντιος άξονας)
- **Δραστηριότητες έργου** (κάθετος άξονας)

Οι δραστηριότητες παριστάνονται με ράβδους,

- αρχίζουν από την ημερομηνία έναρξης της δραστηριότητας,
- τελειώνουν στην ημερομηνία λήξης τους

(το μήκος τους είναι ίσο με την ημερολογιακή τους διάρκεια, δηλαδή εργάσιμες μέρες και αργίες).

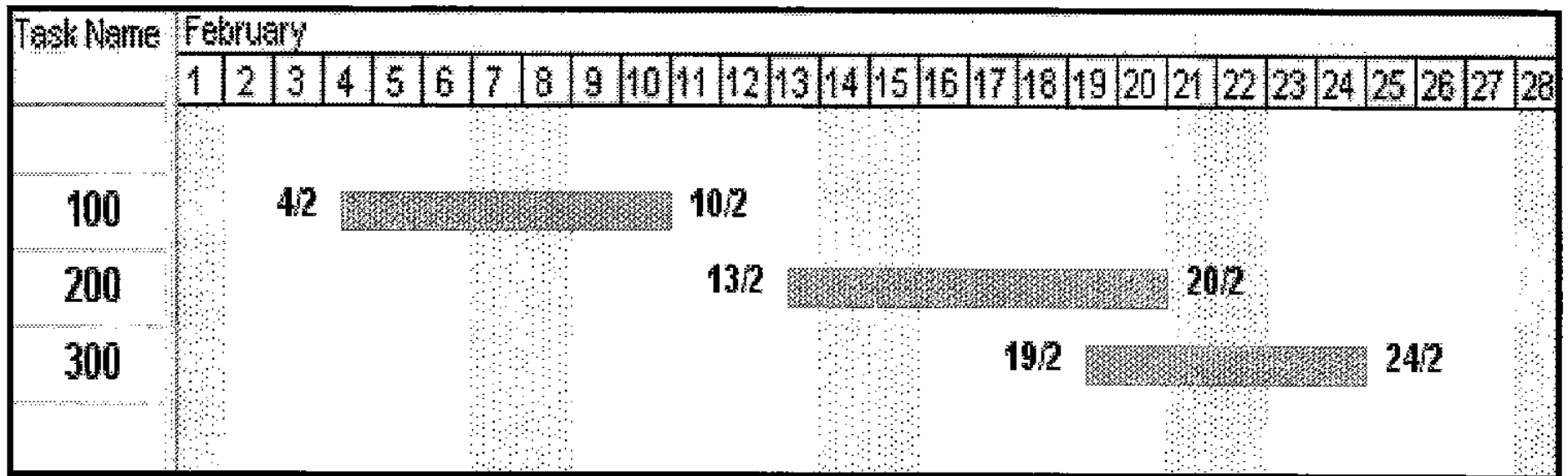
Διάγραμμα Gantt

Παράδειγμα:

- Η δραστηριότητα **100** ξεκινά στις **4/2** του έτους XXXX και διαρκεί **5 εργάσιμες** μέρες
- Η δραστηριότητα **200** ξεκινά **δύο εργάσιμες μέρες μετά το τέλος της 100** και διαρκεί **6 εργάσιμες** μέρες
- Η δραστηριότητα **300** ξεκινά **δύο μέρες πριν το τέλος της 200** και διαρκεί **4 εργάσιμες** μέρες
- Αργίες στο διάστημα που εξετάζεται είναι μόνο τα Σαββατοκύριακα.

Διάγραμμα Gantt

Παράδειγμα:



(πηγή: [1])

Οι σκουρόχρωμες κατακόρυφες στήλες επισημαίνουν τις αργίες (Σαββατοκύριακα).



Μέθοδος της Κρίσιμης Διαδρομής

Μέθοδος Κρίσιμης Διαδρομής

ή

Κρίσιμου Δρόμου

(Critical Path Method - CPM)

Μέθοδος επίλυσης δικτύων

Μέθοδος της Κρίσιμης Διαδρομής

Ορισμοί: **Ενωρίτεροι Χρόνοι Δραστηριοτήτων**

► **Ενωρίτερος Χρόνος Έναρξης - EXE** (Start Earliest Time)

Η ενωρίτερη (στο χρόνο) χρονική στιγμή (π.χ. ημερομηνία), που μπορεί **να ξεκινήσει η δραστηριότητα** υπό τους υφιστάμενους περιορισμούς. Αυτός ο χρόνος, όταν αναφέρεται στην πρώτη χρονικά δραστηριότητα του δικτύου, δηλώνει και τη συντομότερη χρονική στιγμή (ή ημερομηνία) έναρξης του έργου.

► **Ενωρίτερος Χρόνος Τέλους - EXT** (Finish Earliest Time)

Η ενωρίτερη (στο χρόνο) χρονική στιγμή (π.χ. ημερομηνία), που μπορεί **να τελειώσει η δραστηριότητα** υπό τους υφιστάμενους περιορισμούς. Αυτός ο χρόνος, όταν αναφέρεται στην τελευταία χρονικά δραστηριότητα του δικτύου, δηλώνει και τη συντομότερη χρονική στιγμή (ή ημερομηνία) λήξης του έργου.

Μέθοδος της Κρίσιμης Διαδρομής

Ορισμοί: **Βραδύτεροι Χρόνοι Δραστηριότητας**

► **Βραδύτερος Χρόνος Έναρξης - BXE (Start Latest Time)**

Η βραδύτερη (η πιο καθυστερημένη) χρονική στιγμή (π.χ. ημερομηνία), που μπορεί να ξεκινήσει η δραστηριότητα, υπό τους υφιστάμενους περιορισμούς. Αυτός ο χρόνος, όταν αναφέρεται στην πρώτη χρονικά δραστηριότητα του δικτύου, δηλώνει και τη βραδύτερη χρονική στιγμή (ή ημερομηνία) έναρξης του έργου.

► **Βραδύτερος Χρόνος Τέλους - BXT (Finish Latest Time)**

Η βραδύτερη (η πιο καθυστερημένη) χρονική στιγμή (π.χ. ημερομηνία), που μπορεί να τελειώσει η δραστηριότητα, υπό τους υφιστάμενους περιορισμούς. Αυτός ο χρόνος, όταν αναφέρεται στην τελευταία χρονικά δραστηριότητα του δικτύου, δηλώνει και τη βραδύτερη χρονική στιγμή (ή ημερομηνία) λήξης του έργου.

Μέθοδος της Κρίσιμης Διαδρομής

Ορισμοί: **Περιθώρια Χρόνου**

► **Ελεύθερο Περιθώριο Χρόνου - ΕΠΧ** (Free Float, Free Slack)

$$\text{ΕΠΧ} = \text{ΕΧ}_j - \text{ΕΧ}_i - \text{Χ}_{\Delta i,j}$$

Το χρονικό διάστημα, κατά το οποίο μπορεί να υπερβεί την προβλεπόμενη διάρκειά της μια δραστηριότητα, χωρίς να επηρεασθεί ο ενωρίτερος χρόνος έναρξης των επόμενων δραστηριοτήτων, με δεδομένο ότι, οι προηγούμενες δραστηριότητες ξεκινούν στον ενωρίτερο χρόνο τους.

► **Ανεξάρτητο Περιθώριο Χρόνου - ΑΠΧ** (Independent Float, Independent Slack)

$$\text{ΑΠΧ} = \text{ΕΧ}_j - \text{ΒΧ}_i - \text{Χ}_{\Delta i,j}$$

Το χρονικό διάστημα, κατά το οποίο μια δραστηριότητα μπορεί να υπερβεί την προβλεπόμενη διάρκειά της, χωρίς να επηρεασθεί, ούτε από το βραδύτερο τέλος των προηγούμενων, ούτε να επηρεάσει την ενωρίτερη έναρξη των επομένων δραστηριοτήτων.

Μέθοδος της Κρίσιμης Διαδρομής

Ορισμοί: Περιθώρια Χρόνου

- **Συνολικό Περιθώριο Χρόνου - ΣΠΧ** (Total Float, Total Slack)

$$\text{ΣΠΧ} = \text{ΒΧ}_j - \text{ΕΧ}_i - \text{Χ}_{\Delta i,j}$$

Το **μέγιστο χρονικό διάστημα**, κατά το οποίο μπορεί να **υπερβεί την προβλεπόμενη διάρκειά της** μια δραστηριότητα, **χωρίς να αυξήσει τη συνολική διάρκεια** του έργου.

- **Κρίσιμη Δραστηριότητα** (Critical)

Όταν για τη δραστηριότητα το ΣΠΧ = 0

- **Κρίσιμη Διαδρομή** (Critical Path)

Όταν στη διαδρομή περιλαμβάνεται μία ή περισσότερες Κρίσιμες Δραστηριότητες

Μέθοδος της Κρίσιμης Διαδρομής

Κρίσιμη Δραστηριότητα – Κρίση Διαδρομή και ΣΠΧ

- **ΣΠΧ=0:** Μια και μόνο κρίσιμη δραστηριότητα αρκεί για να μεταβάλλει τη συνολική διάρκεια του έργου

Σε κρίσιμες διαδρομές πρέπει να εξετάζονται όλες οι δραστηριότητες και να αποφεύγονται δραστηριότητες υψηλού κινδύνου

- **ΣΠΧ > 0:** Μια ή και περισσότερες δραστηριότητες μπορούν να υπερβούν τη χρονική διάρκειά τους χωρίς να μεταβληθεί η προβλεπόμενη συνολική διάρκεια του έργου (αρκεί να διατηρείται ΣΧΠ>0)

Η **μείωση του συνολικού χρόνου** μπορεί να επιτευχθεί:

- Μείωση του πλήθους των χρονικά διαδοχικών δραστηριοτήτων (αύξηση των χρονικά παράλληλων) αν αυτό είναι εφικτό από τη φύση τους.
- Προσπάθεια για δημιουργία συνολικών χρονικών περιθωρίων σε αρκετές δραστηριότητες.



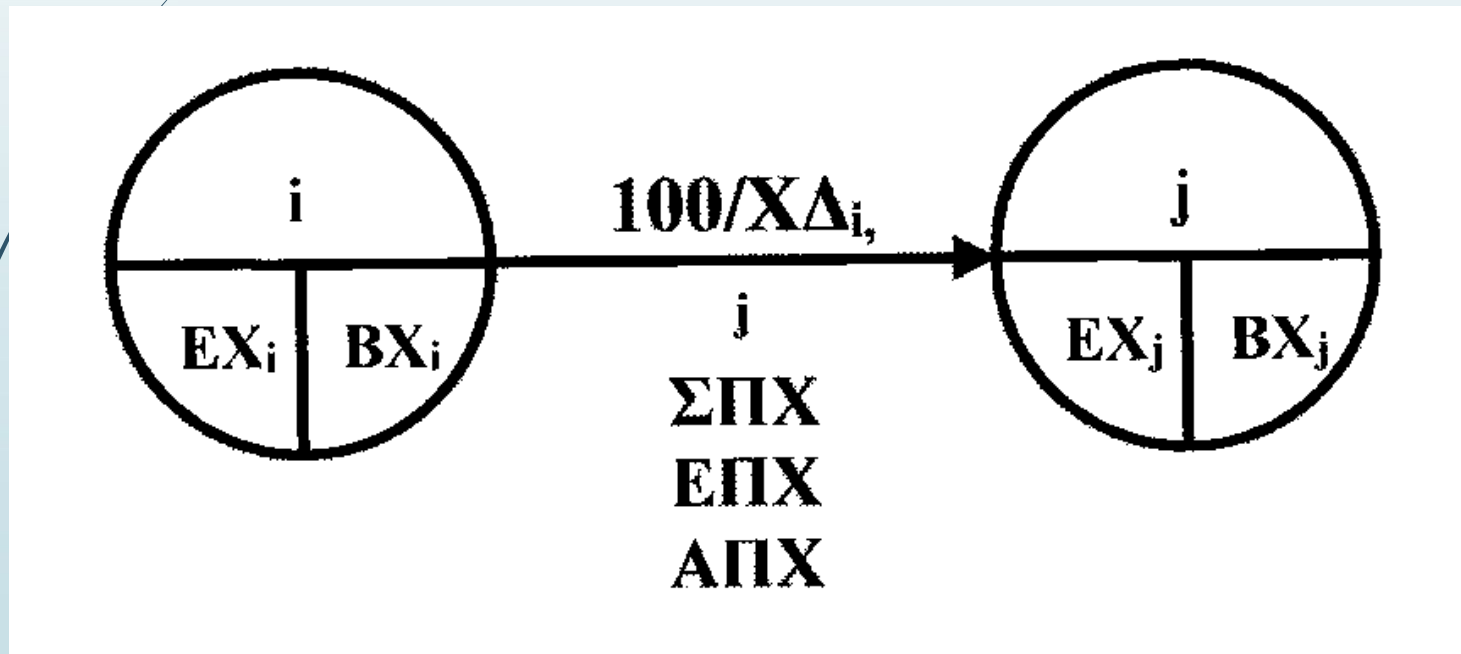
Χρονική Επίλυση Τοξωτού ΔΙΚΤΥΟΥ

Οι Ενωρίτεροι και Βραδύτεροι Χρόνοι Έναρξης μιας δραστηριότητας ταυτίζονται με τους ενωρίτερους και βραδύτερους χρόνους του **Γεγονότος Έναρξης** της δραστηριότητας.

Οι Ενωρίτεροι και Βραδύτεροι Χρόνοι Τέλους μιας δραστηριότητας ταυτίζονται με τους ενωρίτερους και βραδύτερους χρόνους του **Γεγονότος Τέλους** της δραστηριότητας.

Χρονική Επίλυση Τοξωτού ΔΙΚΤΥΟΥ

Παράδειγμα: Έστω δραστηριότητα 100, με γεγονός έναρξης i , γεγονός τέλους j και προβλεπόμενη χρονική διάρκεια $X\Delta$.



Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα:

- Ο ενωρίτερος χρόνος έναρξης της δραστηριότητας 100, ο ΕΧΕ, ταυτίζεται με τον ενωρίτερο χρόνο του γεγονότος έναρξης της i , δηλαδή ΕΧ i .
- Ο βραδύτερος χρόνος έναρξης της δραστηριότητας 100, ο ΒΧΕ, ταυτίζεται με το βραδύτερο χρόνο του γεγονότος έναρξης της i , δηλαδή ΒΧ i .
- Ο ενωρίτερος χρόνος τέλους της δραστηριότητας 100, ο ΕΧΤ, ταυτίζεται με τον ενωρίτερο χρόνο του γεγονότος τέλους της j , δηλαδή ΕΧ j .
- Ο βραδύτερος χρόνος τέλους της δραστηριότητας 100, ο ΒΧΤ, ταυτίζεται με το βραδύτερο χρόνο του γεγονότος τέλους της j , δηλαδή ΒΧ j .

(πηγή: [1])

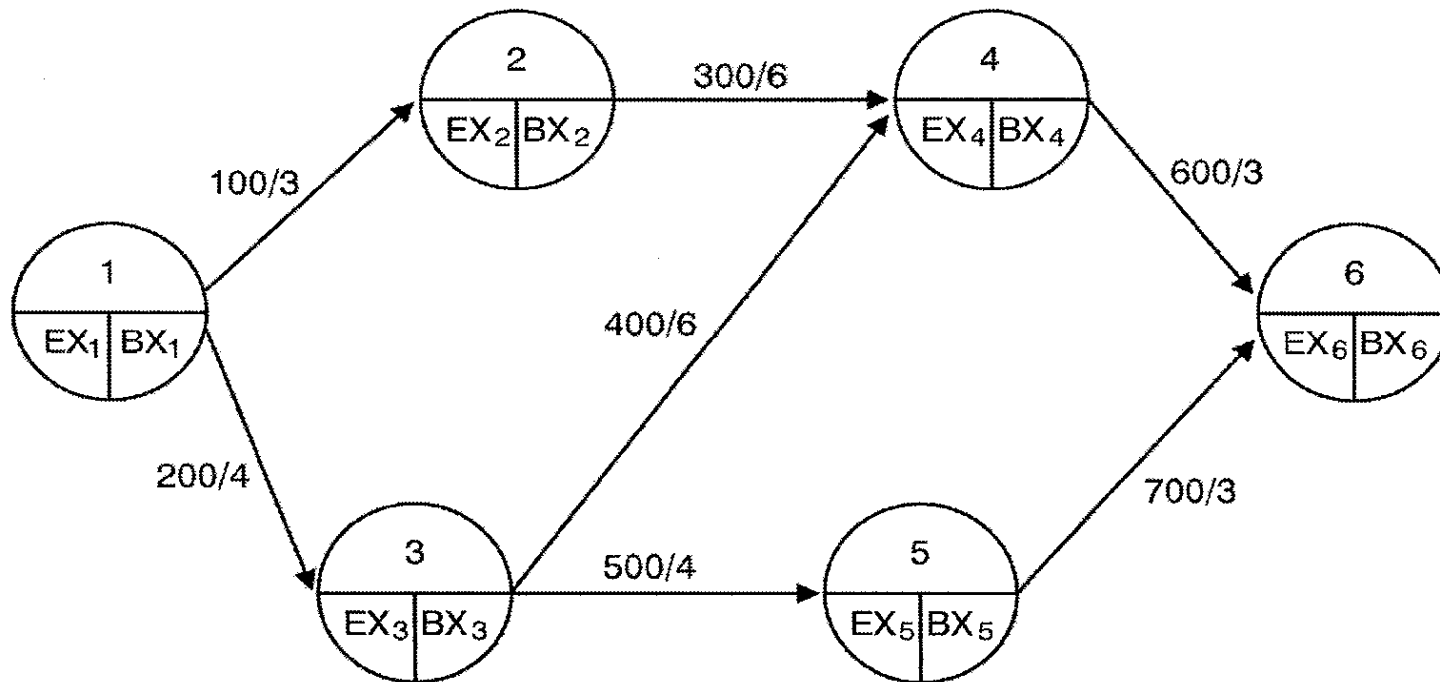
Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Υπολογισμός των ενωρίτερων χρόνων των γεγονότων

- ▶ Ενωρίτερος χρόνος του πρώτου γεγονότος = 0.
- ▶ **Σάρωση** όλων γεγονότων **από τα αριστερά προς τα δεξιά** (από την αρχή προς το τέλος)
 - ▶ **Αν σ' αυτό το γεγονός καταλήγει μόνο μια διαδρομή**, ο ενωρίτερος χρόνος του γεγονότος είναι ο ενωρίτερος χρόνος του αμέσως προηγούμενου γεγονότος συν τη διάρκεια της δραστηριότητας, δηλαδή:
$$EX_j = EX_i + \chi_{\Delta i,j}$$
 - ▶ **Αν σ' αυτό το γεγονός καταλήγουν περισσότερες της μιας διαδρομές**, ο ενωρίτερος χρόνος του γεγονότος είναι η **μεγαλύτερη ενωρίτερη χρονικά διαδρομή**.

Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων των γεγονότων



Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων

► $EX1 = 0$ (γεγονός της αρχής του δικτύου)

► $EX2 = EX1 + X_{\Delta 1,2} = 0 + 3 = 3$

► $EX3 = EX1 + X_{\Delta 1,3} = 0 + 4 = 4$

Επειδή στο γεγονός 4 καταλήγουν δύο διαδρομές:

α) η 1,2,4 με χρονική διάρκεια: $EX2 + X_{\Delta 2,4} = 3 + 6 = 9$

β) η 1,3,4 με χρονική διάρκεια: $EX3 + X_{\Delta 3,4} = 4 + 6 = 10$,

► $EX4 = 10 = \max\{9, 10\}$

Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων

$$\Rightarrow EX5 = EX3 + XD_{3,5} = 4 + 4 = 8$$

Επειδή στο γεγονός 6 καταλήγουν δύο διαδρομές, η μια από το 4 και η άλλη από το 5

α) η πρώτη $EX4 + XD_{4,6} = 10 + 3 = 13$

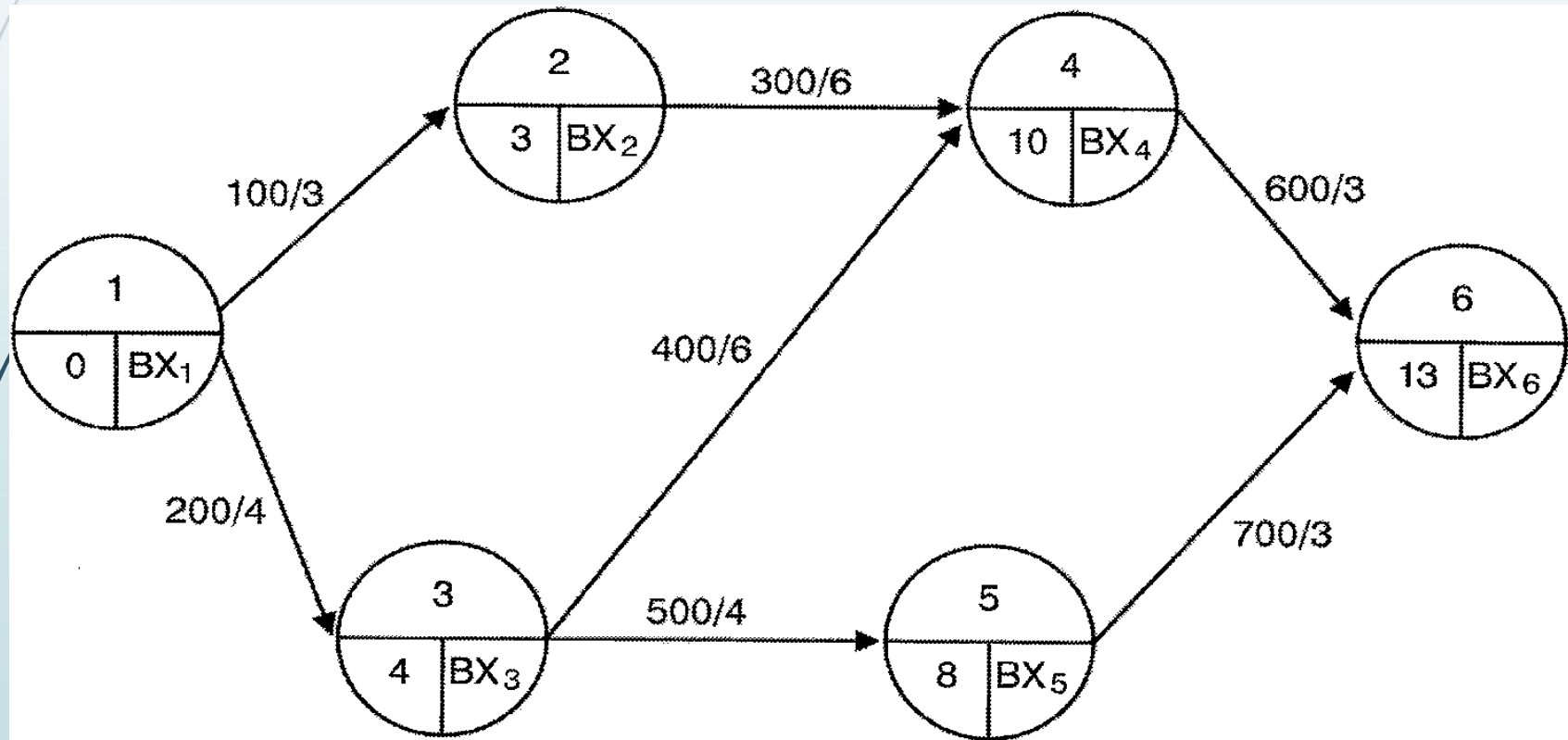
β) η δεύτερη $EX5 + XD_{5,6} = 8 + 3 = 11$, άρα

$$\Rightarrow EX6 = 13 = \max\{11, 13\}$$

Άρα η ελάχιστη χρονική διάρκεια του έργου = 13 μέρες (ο ενωρίτερος χρόνος του τελικού γεγονότος 6 είναι 13).

Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων



Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Υπολογισμός των βραδύτερων χρόνων των γεγονότων

- Βραδύτερος χρόνος του πρώτου γεγονότος τίθεται ίσος με τον ενωρίτερο χρόνο του ή ο επιθυμητός.
- **Σάρωση** όλων γεγονότων **από τα δεξιά προς τα αριστερά** (από το τέλος προς την αρχή)
 - **Αν σ' αυτό το γεγονός καταλήγει μόνο μια διαδρομή** ο βραδύτερος χρόνος του γεγονότος είναι ο βραδύτερος χρόνος του αμέσως προηγούμενου γεγονότος μείον τη διάρκεια της δραστηριότητας, δηλαδή:
$$BX_i = BX_j - X_{\Delta i,j}$$
 - **Αν σ' αυτό το γεγονός καταλήγουν περισσότερες της μιας διαδρομές**, ο βραδύτερος χρόνος του γεγονότος είναι ίσος με τη συντομότερη χρονικά διαδρομή. (πηγή: [1])

Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων

► $BX6 = EX6 = 13$ (γεγονός τέλους)

► $BX5 = BX6 - ΧΔ5,6 = 13 - 3 = 10$

► $BX4 = BX6 - ΧΔ4,6 = 13 - 3 = 10$

Στο γεγονός 3 καταλήγουν (επιστρέφοντας) δύο διαδρομές:

α) αυτή από το 4 δίνει: $BX4 - ΧΔ3,4 = 10 - 6 = 4$

β) αυτή από το 5 δίνει: $BX5 - ΧΔ3,5 = 10 - 4 = 6,$

► $BX3 = 4 = \min\{4,6\}$

Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων

$$\Rightarrow BX2 = BX4 - X\Delta_{2,4} = 10 - 6 = 4$$

Στο γεγονός 1 καταλήγουν (επιστρέφοντας) δύο διαδρομές:

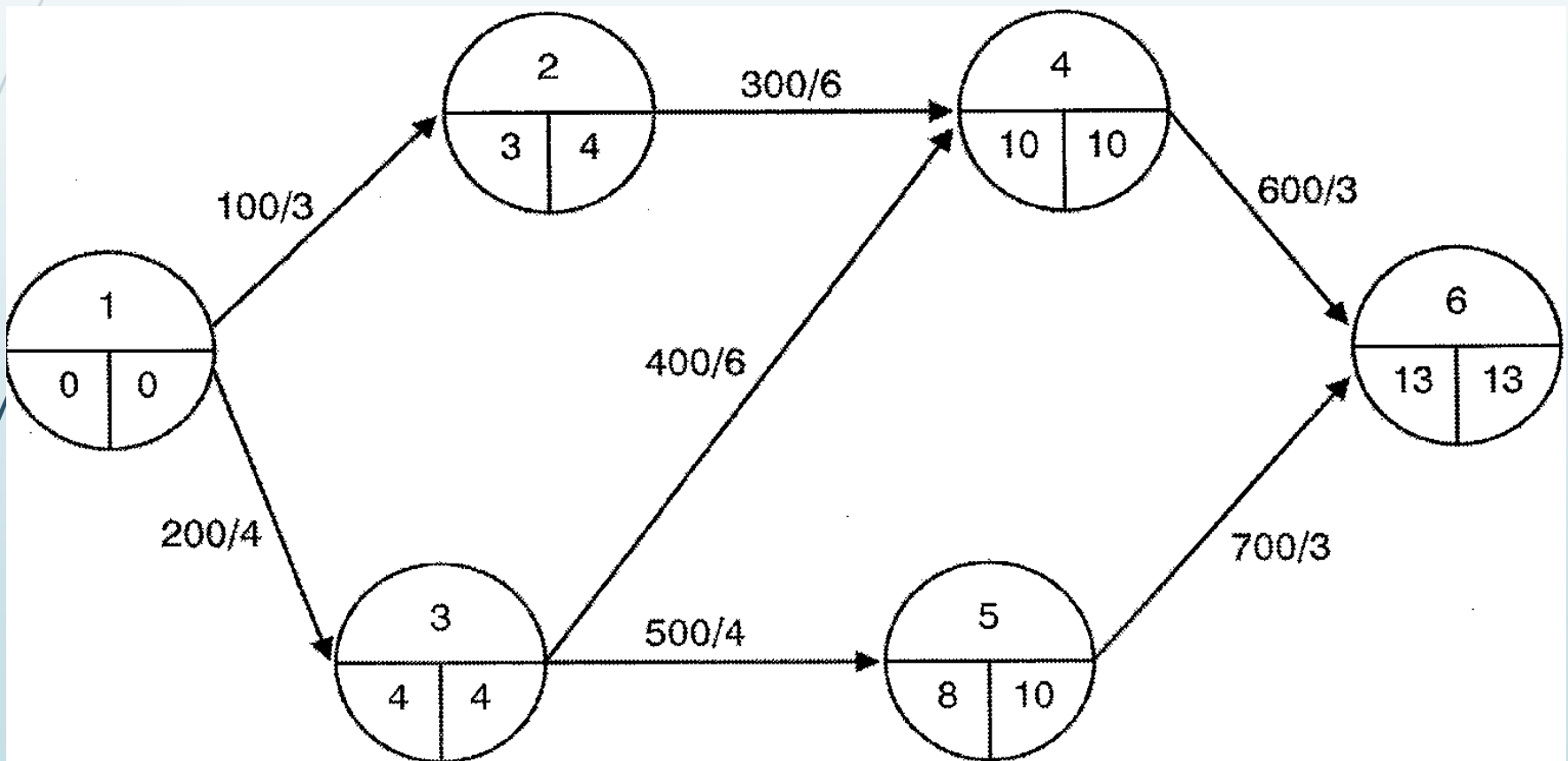
α) αυτή από το 2 δίνει: $BX2 - X\Delta_{1,2} = 4 - 3 = 1$

β) αυτή από το 3 δίνει: $BX3 - X\Delta_{1,3} = 4 - 4 = 0,$

$$\Rightarrow BX1 = 0 = \min \{0, 1\}$$

Χρονική Επίλυση Τοξωτού ΔΙΚΤΥΟΥ

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων



Χρονική Επίλυση Τοξωτού ΔΙΚΤΥΟΥ

Παράδειγμα: Υπολογισμός Περιθωρίων

► Δραστηριότητα 100:

$$\text{ΣΠΧ100} = \text{ΒΧ2} - \text{ΕΧ1} - \text{ΧΔ1,2} = 4 - 0 - 3 = 1$$

$$\text{ΕΠΧ100} = \text{ΕΧ2} - \text{ΕΧ1} - \text{ΧΔ1,2} = 3 - 0 - 3 = 0$$

$$\text{ΑΠΧ100} = \text{ΕΧ2} - \text{ΒΧ1} - \text{ΧΔ1,2} = 3 - 0 - 3 = 0$$

► Δραστηριότητα 200:

$$\text{ΣΠΧ200} = \text{ΒΧ3} - \text{ΕΧ1} - \text{ΧΔ1,3} = 4 - 0 - 4 = 0$$

$$\text{ΕΠΧ200} = \text{ΕΧ3} - \text{ΕΧ1} - \text{ΧΔ1,2} = 4 - 0 - 4 = 0$$

$$\text{ΑΠΧ200} = \text{ΕΧ3} - \text{ΒΧ1} - \text{ΧΔ1,2} = 4 - 0 - 4 = 0$$

► Δραστηριότητα 300:

$$\text{ΣΠΧ300} = \text{ΒΧ4} - \text{ΕΧ2} - \text{ΧΔ2,4} = 10 - 3 - 6 = 1$$

$$\text{ΕΠΧ300} = \text{ΕΧ4} - \text{ΕΧ2} - \text{ΧΔ2,4} = 10 - 3 - 6 = 1$$

$$\text{ΑΠΧ300} = \text{ΕΧ4} - \text{ΒΧ2} - \text{ΧΔ2,4} = 10 - 5 - 5 = 0$$

Χρονική Επίλυση Τοξωτού ΔΙΚΤΥΟΥ

Παράδειγμα: Υπολογισμός Περιθωρίων

► Δραστηριότητα 400:

$$\text{ΣΠΧ400} = \text{ΒΧ4} - \text{ΕΧ3} - \text{ΧΔ3,4} = 10 - 4 - 6 = 0$$

$$\text{ΕΠΧ400} = \text{ΕΧ4} - \text{ΕΧ3} - \text{ΧΔ3,4} = 10 - 4 - 6 = 0$$

$$\text{ΑΠΧ400} = \text{ΕΧ4} - \text{ΒΧ3} - \text{ΧΔ3,4} = 10 - 4 - 6 = 0$$

► Δραστηριότητα 500:

$$\text{ΣΠΧ500} = \text{ΒΧ5} - \text{ΕΧ3} - \text{ΧΔ3,5} = 10 - 4 - 4 = 2$$

$$\text{ΕΠΧ500} = \text{ΕΧ5} - \text{ΕΧ3} - \text{ΧΔ3,5} = 8 - 4 - 4 = 0$$

$$\text{ΑΠΧ500} = \text{ΕΧ5} - \text{ΒΧ3} - \text{ΧΔ3,5} = 8 - 4 - 4 = 0$$

► Δραστηριότητα 600:

$$\text{ΣΠΧ600} = \text{ΒΧ6} - \text{ΕΧ4} - \text{ΧΔ4,6} = 13 - 10 - 3 = 0$$

$$\text{ΕΠΧ600} = \text{ΕΧ6} - \text{ΕΧ4} - \text{ΧΔ4,6} = 13 - 10 - 3 = 0$$

$$\text{ΑΠΧ600} = \text{ΕΧ6} - \text{ΒΧ4} - \text{ΧΔ4,6} = 13 - 10 - 3 = 0$$

Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός Περιθωρίων

► Δραστηριότητα 700:

$$\text{ΣΠΧ700} = \text{ΒΧ6} - \text{ΕΧ5} - \text{ΧΔ5,6} = 13 - 8 - 3 = 2$$

$$\text{ΕΠΧ700} = \text{ΕΧ6} - \text{ΕΧ5} - \text{ΧΔ5,6} = 13 - 8 - 3 = 2$$

$$\text{ΑΠΧ700} = \text{ΕΧ6} - \text{ΒΧ5} - \text{ΧΔ5,6} = 13 - 10 - 3 = 0$$

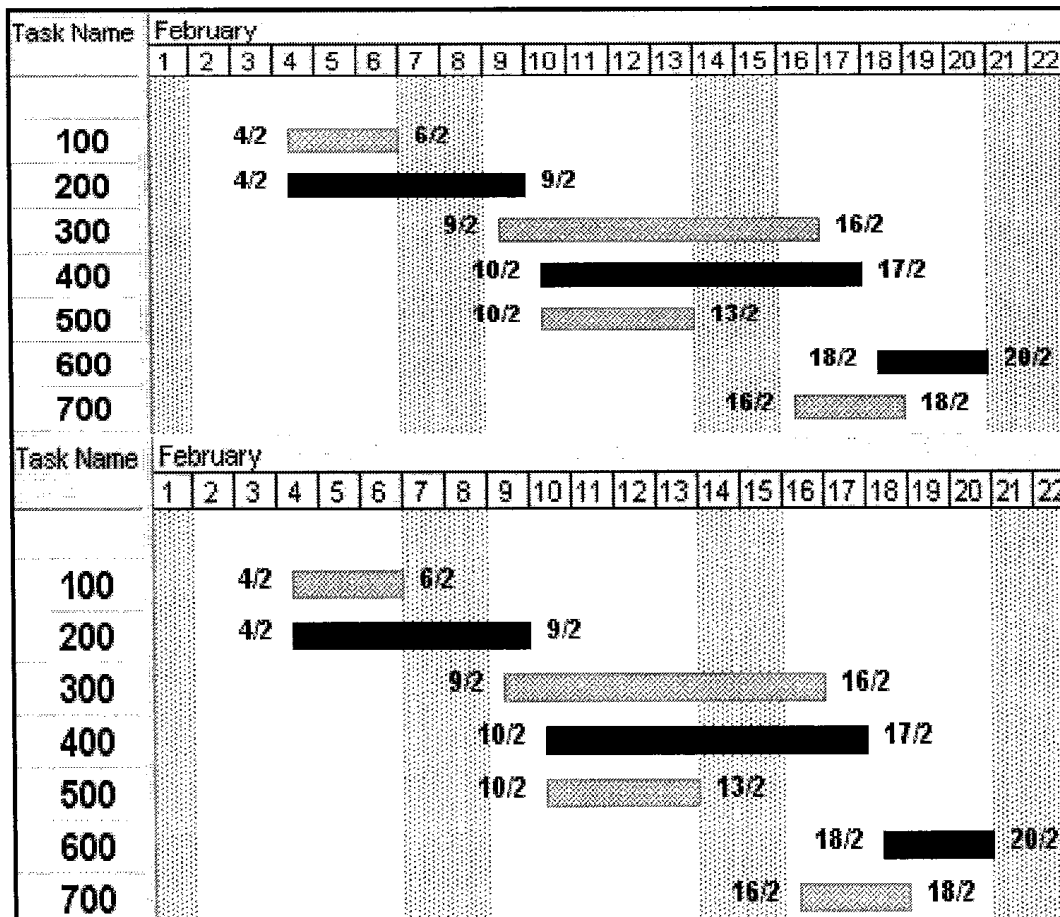
Χρονική Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός Περιθωρίων

- **Κρίσιμη διαδρομή:** η **1,3,4,6** (οι δραστηριότητες 200, 400, 600 έχουν $\Sigma\PX = 0$)
- Οι **100 και 300** έχουν $\Sigma\PX = 1$ (μπορούν συνολικά να καθυστερήσουν κατά 1 ημέρα, χωρίς συνέπειες για τις άλλες δραστηριότητες ή τη συνολική διάρκεια του έργου)
- Οι **500 και 700** έχουν $\Sigma\PX = 2$ (μπορούν συνολικά να καθυστερήσουν κατά 2 ημέρες).
- Η **300** έχει $\text{ΕΠΧ} = 1$, (αν η 100 ξεκινήσει στον ενωρίτερο χρόνο της, η 300 μπορεί να καθυστερήσει κατά μια ημέρα, χωρίς να επηρεάσει αυτό τον ενωρίτερο χρόνο έναρξης της 600.
- Η **700** έχει $\text{ΕΠΧ} = 2$ (αν η 500 ξεκινήσει στον ενωρίτερο χρόνο της, η 700 μπορεί να καθυστερήσει κατά δύο μέρες, χωρίς να επηρεάσει αυτό τον ενωρίτερο χρόνο τέλους του έργου)

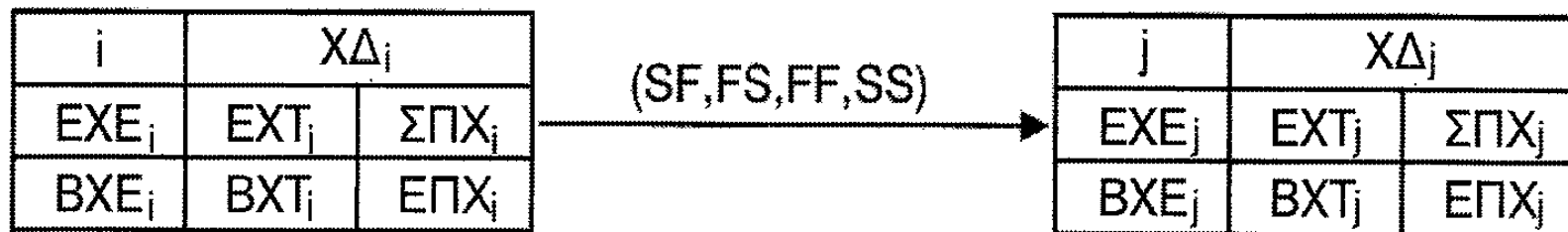
Χρονική Επίλυση Τοξωτού ΔΙΚΤΥΟΥ

Παράδειγμα: Αποτύπωση σε Gantt



Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

- Τα **χρονικά στοιχεία** αναφέρονται σε **δραστηριότητες** και όχι σε γεγονότα.
- Οι **δείκτες i και j** είναι οι κωδικοί της **προηγούμενης και επόμενης**, αντιστοίχως, **δραστηριότητας** στο δίκτυο (όχι χρονικά).
- Τα **χρονικά στοιχεία** καταγράφονται **στα κελιά των τετραγώνων**, που αναπαριστούν τις δραστηριότητες,
- Οι **σχέσεις**, που διέπουν τις δραστηριότητες καταγράφονται **πάνω στα βέλη**



Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων δραστηριοτήτων

- Τίθεται **$E_{XE}=0$** σε όλες τις δραστηριότητες που ανάλυσή τους ορίζει ότι **ξεκινούν με την έναρξη του έργου**
- Λαμβάνονται οι **δραστηριότητες ανά ζεύγη i,j** ξεκινώντας από αυτές που είναι **γνωστοί οι E_{XE}** :
 - Υπολογίζονται οι **E_{XTi}**
 - Υπολογίζονται οι **E_{XEj}** (ανάλογα με τις σχέσεις)
 - Υπολογίζονται οι **E_{XTj}**

Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων δραστηριοτήτων

Ενωρίτεροι Χρόνοι Τέλους (**EXTi**)

- Γνωστός ο EXEi
- **EXTi = EXEi + ΧΔi**

Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων δραστηριοτήτων

Ενωρίτεροι Χρόνοι Έναρξης (**EXE_j**)

Υπολογίζονται ανάλογα με τις σχέσεις:

► **SS: $EXE_j = EXE_i + SS(i,j)$**

► **FS: $EXE_j = EXT_i + FS(i,j)$**

► **SF: $EXE_j = EXE_i + SF(i,j) - X\Delta_j$**

► **FF: $EXE_j = EXT_i + FF(i,j) - X\Delta_j$**

Εάν σε μια δραστηριότητα **j** καταλήγουν περισσότερες από μια διαδρομές υπολογίζονται οι EXE_j για όλες και επιλέγεται ο μέγιστος EXE_j.

Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων δραστηριοτήτων

Ενωρίτεροι Χρόνοι Τέλους (**EXT_j**)

- ▶ Γνωστός ο **EXE_j**
- ▶ **EXT_j = EXE_j + ΧΔ_j**

Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων δραστηριοτήτων

Το έργο:

- ▶ Ξεκινά: με τη **δραστηριότητα** (μία ή περισσότερες), που έχει μηδενικό ενωρίτερο χρόνο έναρξης
- ▶ Τελειώνει: με τη **δραστηριότητα** (μία ή περισσότερες), που έχει το μέγιστο ενωρίτερο χρόνο τέλους
- ▶ Η **ελάχιστη συνολική διάρκεια** του έργου ταυτίζεται με τον μέγιστο ECT όλων των δραστηριοτήτων.

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Έστω, δραστηριότητες όπως στον πίνακα

Δραστηριότητα	Διάρκεια (μέρες)	Σχέσεις
100	5	Τελειώνει μια μέρα μετά το τέλος της 300
200	4	Αρχή του έργου
300	3	Ξεκινά πέντε μέρες μετά την έναρξη της 200
400	2	Τελειώνει έξη μέρες μετά την αρχή της 300 και ξεκινά τέσσερις μέρες μετά το τέλος της 100
500	4	Ξεκινά δυο μέρες μετά το τέλος της 300

$$FF(300,100)=1$$

$$SS(200,300)=5$$

$$SF(300,400)=6$$

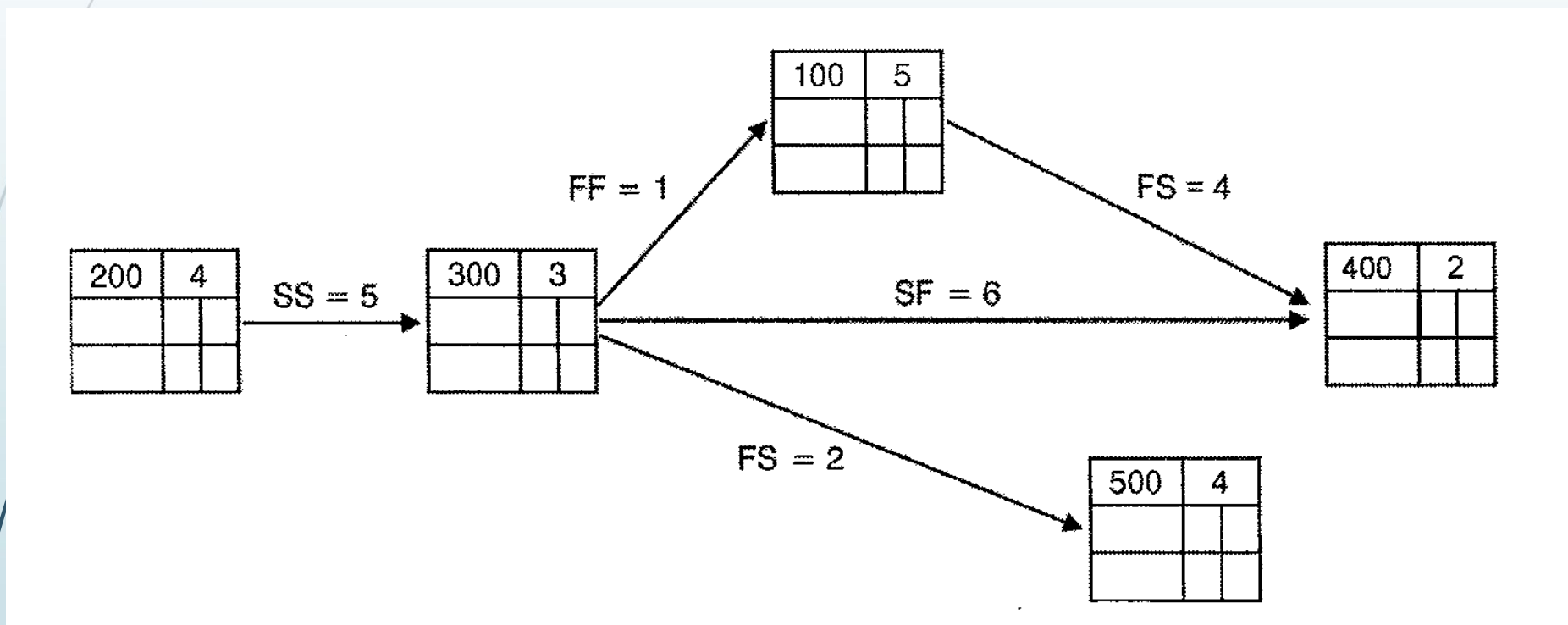
$$FS(100,400)=4$$

$$FS(300,500)=2$$

(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

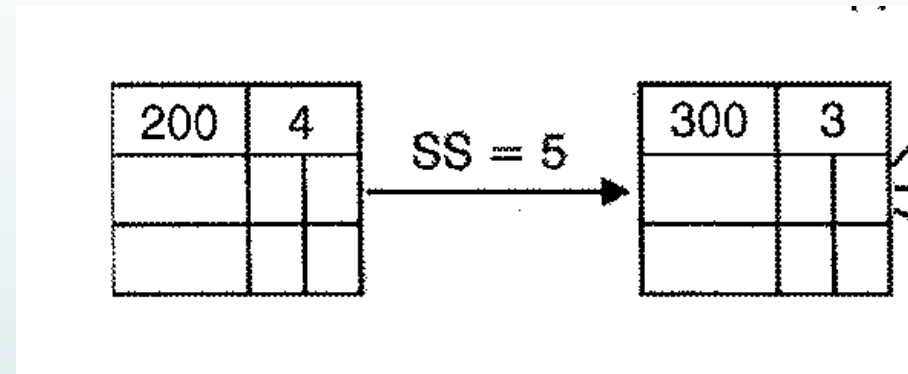
Παράδειγμα:



(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων



► Δραστηριότητα 200

$E_{XE}200 = 0$ (αρχή του έργου)

$E_{XT}200 = E_{XE}200 + X_{\Delta}200 = 0 + 4 = 4$

► Δραστηριότητα 300

$E_{XE}300 = E_{XE}200 + SS(200, 300) = 0 + 5 = 5$

$E_{XT}300 = E_{XE}300 + X_{\Delta}300 = 5 + 3 = 8$

(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων

► Δραστηριότητα 300

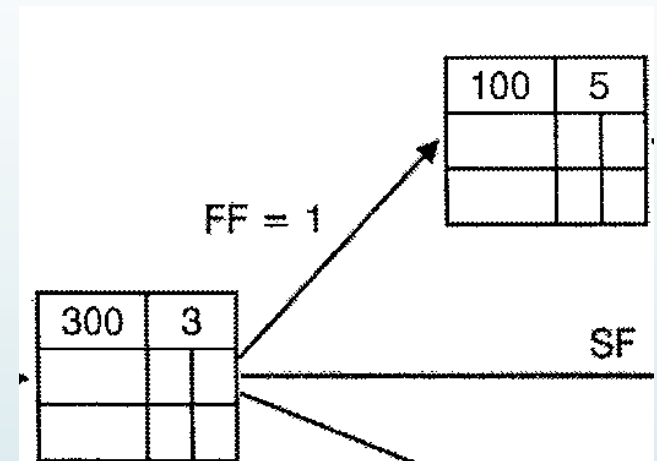
$$EXE300 = 5$$

$$EXT300 = 8$$

► Δραστηριότητα 100

$$EXE100 = EXT300 + FF(300, 100) - ΧΔ100 = 8 + 1 - 5 = 4$$

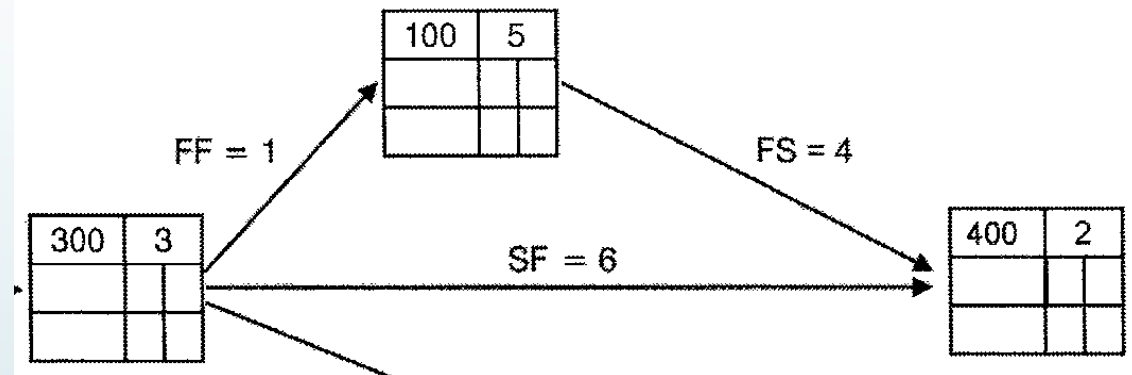
$$EXT100 = EXE100 + ΧΔ100 = 4 + 5 = 9$$



(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων



► Δραστηριότητα 400

Επειδή στη δραστηριότητα 400 καταλήγουν δύο διαδρομές (από 100 και από 300). Θα επιλεγεί ο μεγαλύτερος ενωρίτερος χρόνος.

$$\alpha) EXE_{400} = EXT_{100} + FS(100, 400) = 9 + 4 = 13$$

$$\beta) EXE_{400} = EXE_{300} + SF(300, 400) - \chi\Delta_{400} = 5 + 6 - 2 = 9$$

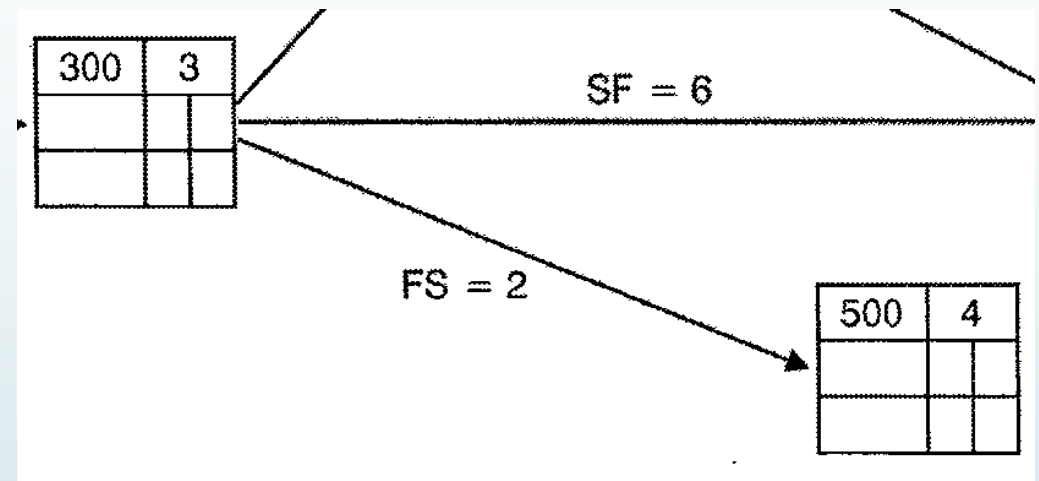
$$EXE_{400} = 13 = \max \{9, 13\}$$

$$EXT_{400} = EXE_{400} + \chi\Delta_{400} = 13 + 2 = 15$$

(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων



► Δραστηριότητα 300

$$EXE300 = 5$$

$$EXT300 = 8$$

► Δραστηριότητα 500

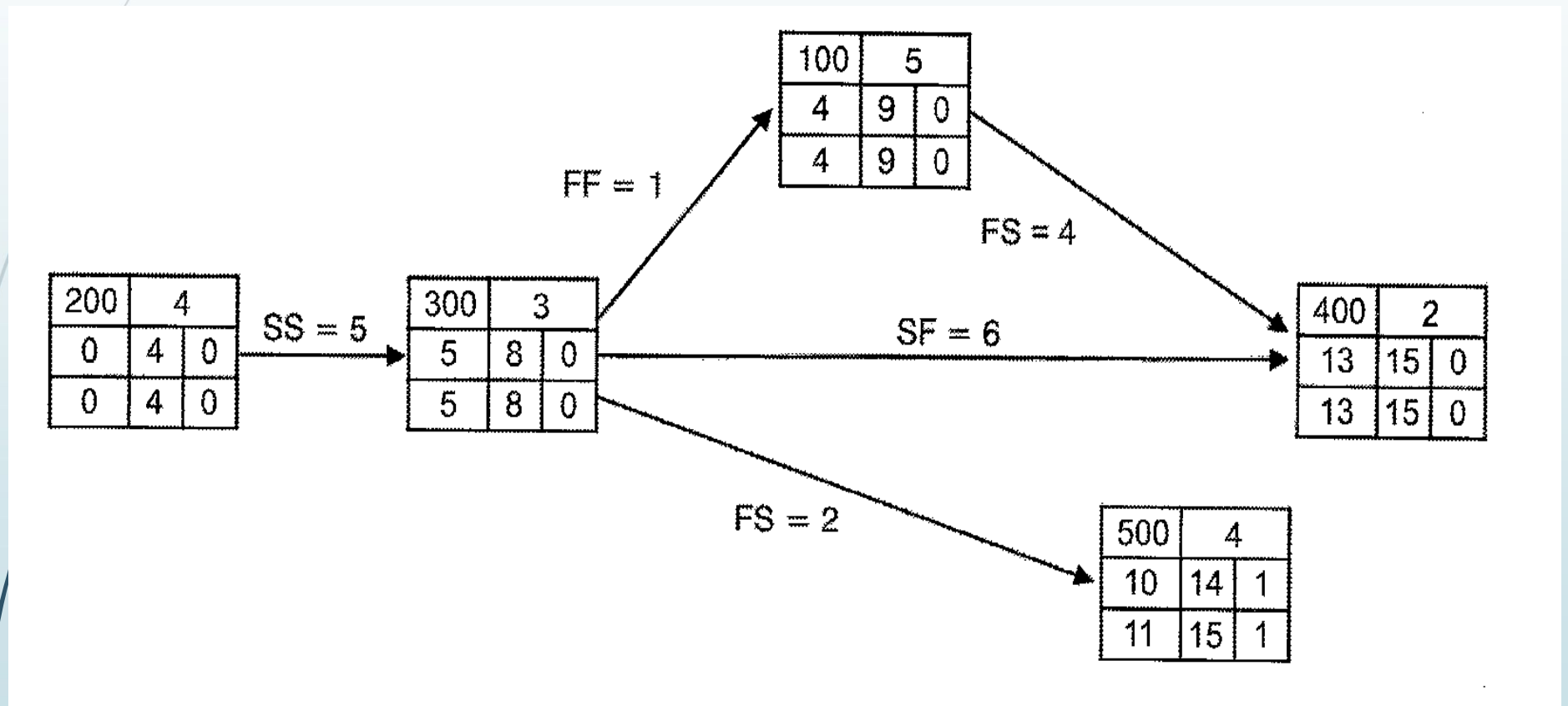
$$EXE500 = EXT300 + FS(300, 500) = 8 + 2 = 10$$

$$EXT500 = EXE500 + ΧΔ500 = 10 + 4 = 14$$

(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων



(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός ενωρίτερων χρόνων

Το έργο:

- ▶ Ξεκινά: με τη **δραστηριότητα 200** ($EXE200 = 0$)
- ▶ Τελειώνει: με τη **δραστηριότητα 400** ($EXT400 = 15$)
(ο μέγιστος EXT όλων των δραστηριοτήτων)
- ▶ Η **ελάχιστη συνολική διάρκεια** του έργου είναι **15**
(ταυτίζεται με τον μέγιστο EXT όλων των δραστηριοτήτων)

(πηγή: [1])

Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων δραστηριοτήτων

- Τίθεται **BXT = μέγιστο EXT** (ελάχιστη συνολική διάρκεια του έργου), όταν
 - α) η δραστηριότητα έχει **EXT ίσο με το μέγιστο EXT** όλων των δραστηριοτήτων
 - β) η δραστηριότητα **δεν οδηγείται με κάποια σχέση σε άλλη** δραστηριότητα
- Λαμβάνονται οι **δραστηριότητες ανά ζεύγη i, j** ξεκινώντας από αυτές που είναι **γνωστοί οι BXT**:
 - Υπολογίζονται οι **BXE $_j$**
 - Υπολογίζονται οι **BXT $_i$** (ανάλογα με τις σχέσεις)
 - Υπολογίζονται οι **BXE $_i$**

Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων

Βραδύτεροι Χρόνοι Έναρξης (**BXE_j**)

- Γνωστός ο BXT_j
- $BXE_j = BXT_j - X\Delta_j$

Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων

Βραδύτεροι Χρόνοι Τέλους (BXT_i)

Υπολογίζονται ανάλογα με τις σχέσεις:

► **SS: $BXT_i = BXE_j - SS(i,j) + X_{\Delta i}$**

► **FS: $BXT_i = BXE_j - FS(i,j)$**

► **SF: $BXT_i = BXT_j - SF(i,j) + X_{\Delta i}$**

► **FF: $BXT_i = BXT_j - FF(i,j)$**

Εάν σε μια δραστηριότητα i καταλήγουν (με αντίστροφη πορεία) περισσότερες από μια διαδρομές υπολογίζονται οι **BXT_i** για όλες και επιλέγεται ο ελάχιστος **BXT_i**.

(πηγή: [1])

Χρονική Επίλυση Κομβικού Δικτύου

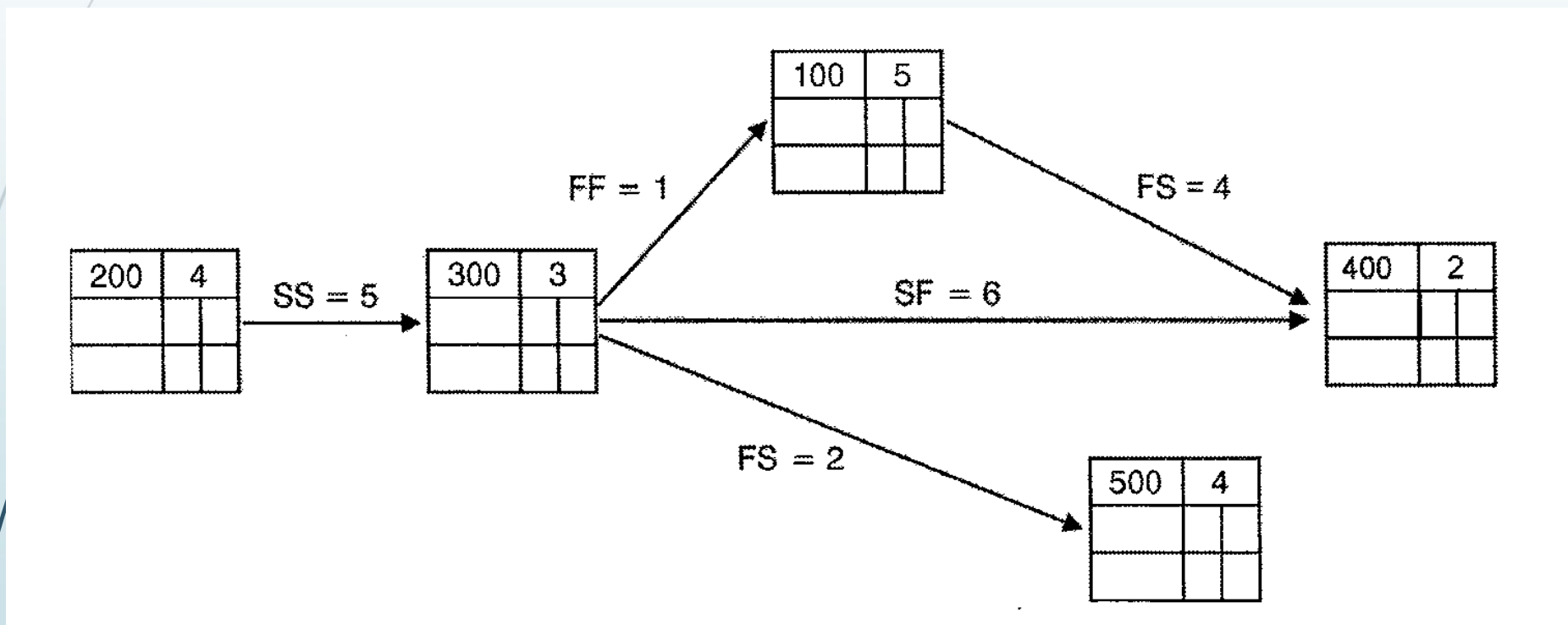
Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων

Βραδύτεροι Χρόνοι Έναρξης (**BXE_i**)

- Γνωστός ο **BXE_i**
- **BXE_i = BXT_i - ΧΔ_i**

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

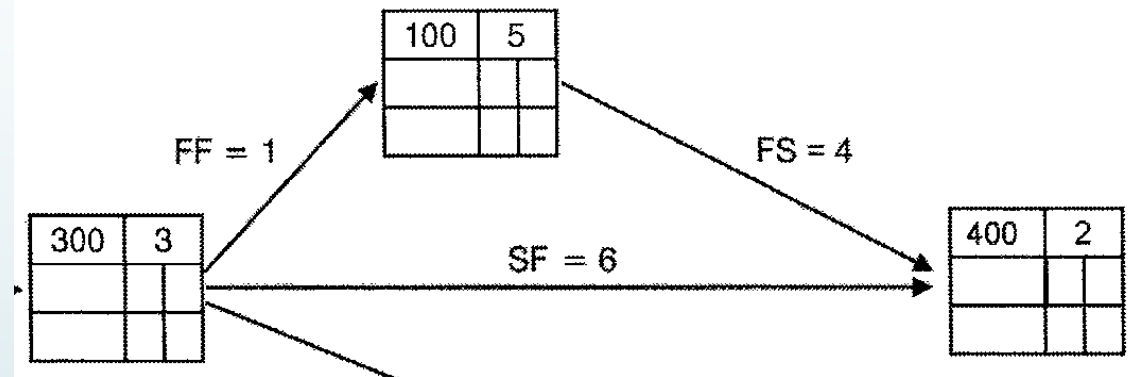
Παράδειγμα:



(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων



► Δραστηριότητα 400

Η δραστηριότητα 400 έχει το μέγιστο $EXT=15$.

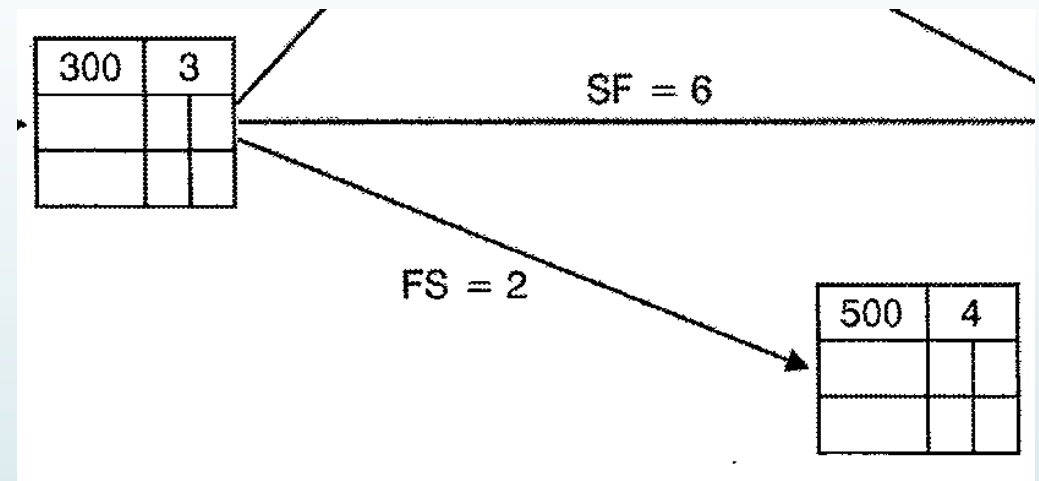
$$BXT400 = EXT400 = 15$$

$$BXE400 = BXT400 - ΧΔ400 = 15 - 2 = 13$$

(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων



► Δραστηριότητα 500

Η δραστηριότητα 500 δεν έχει το μέγιστο $E_{XT}=15$ ($E_{XT500}=14$), αλλά δεν οδηγείται με κάποια σχέση σε κάποια άλλη δραστηριότητα. Τίθεται ως B_{XT} ο μέγιστος E_{XT} .

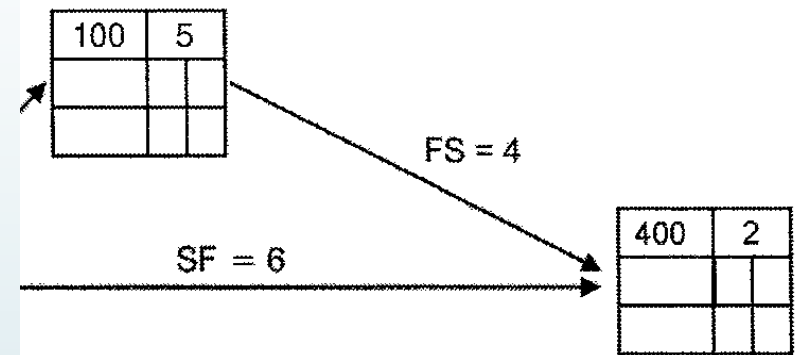
$$B_{XT500} = 15$$

$$B_{XE500} = B_{XT500} - X_{\Delta 500} = 15 + 4 = 11$$

(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων



► Δραστηριότητα 100

$$BXT100 = BXE400 - FS(100,400) = 13 - 4 = 9$$

$$BXE100 = BXT100 - ΧΔ100 = 9 - 5 = 4$$

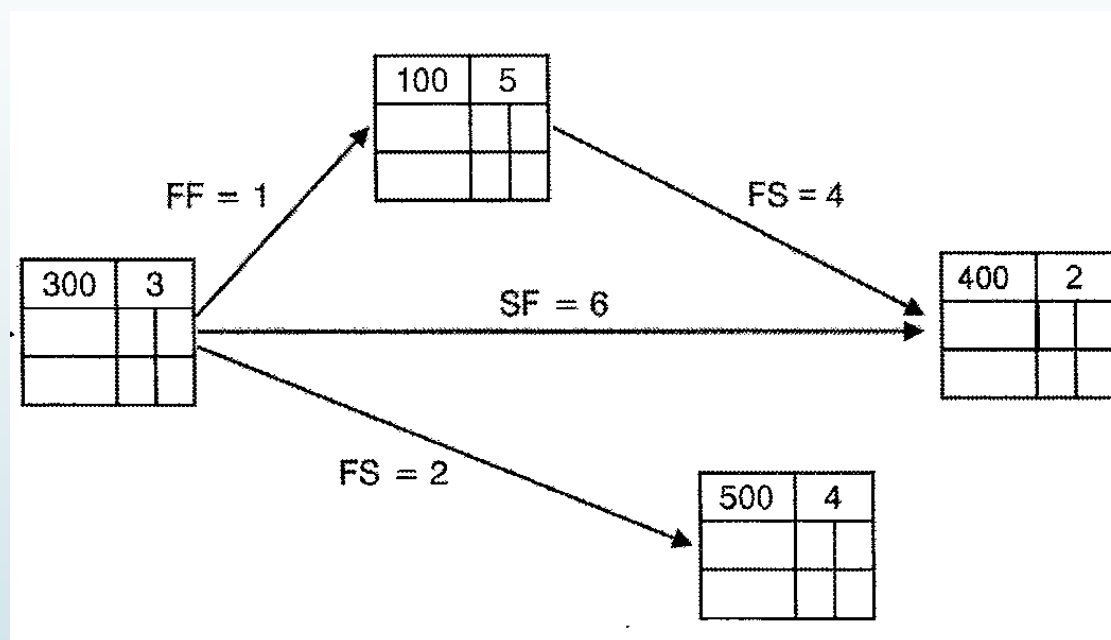
(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων

► Δραστηριότητα 300

Στην 300 καταλήγουν (με αντίστροφη πορεία) τρεις σχέσεις από τις δραστηριότητες 100, 400 και 500



$$\alpha) BXT300 = BXT100 - FF(300,100) = 9 - 1 = 8$$

$$\beta) BXT300 = BXT400 - SF(300,400) + \chi\Delta 300 = 15 - 6 + 3 = 12$$

$$\gamma) BXT 300 = BXE500 - FS(300,500) = 11 - 2 = 9$$

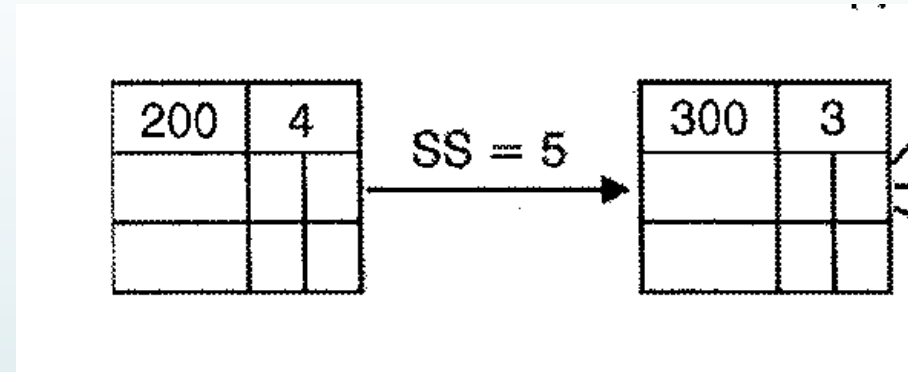
$$BXT300 = \min\{12,9,8\} = 8$$

$$BXE300 = BXT300 - \chi\Delta 300 = 8 - 3 = 5$$

(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων



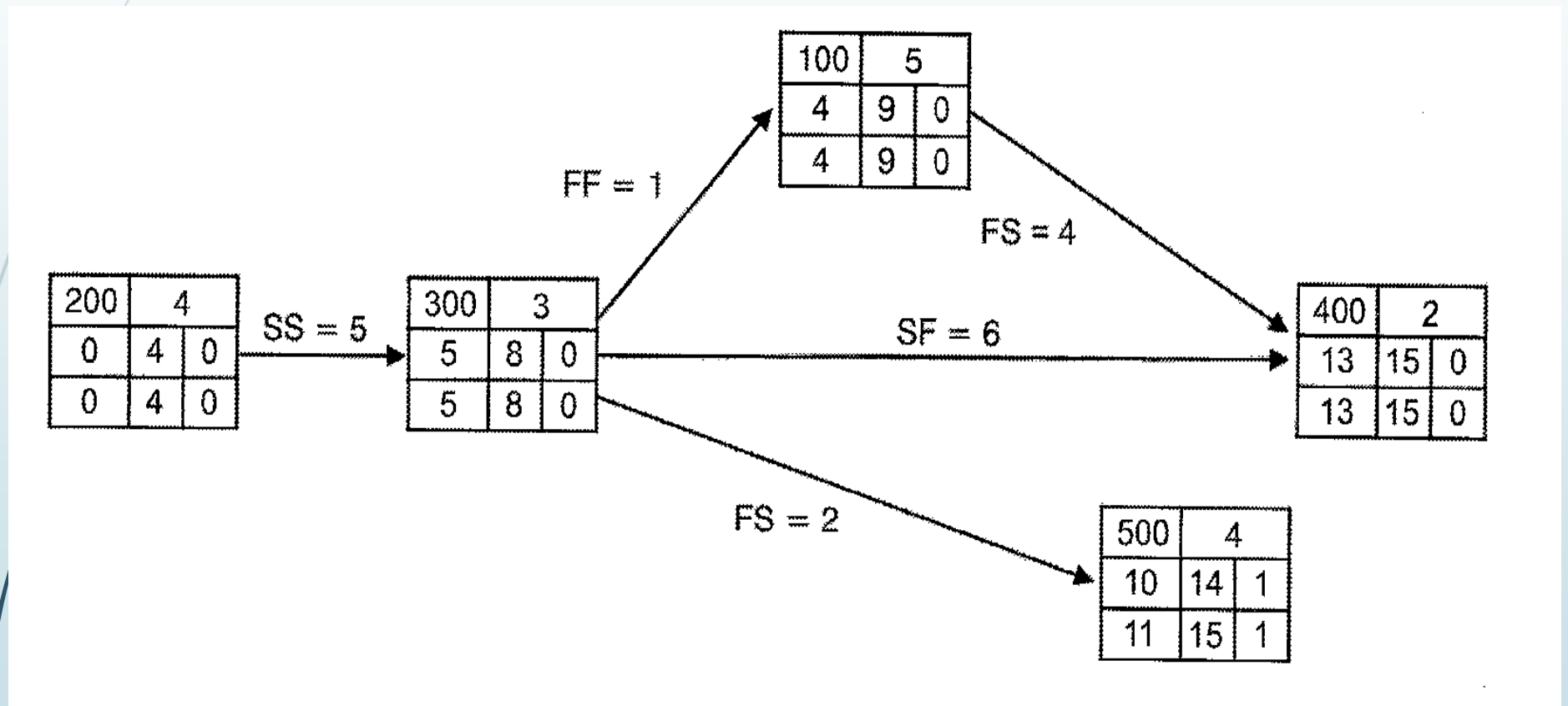
► Δραστηριότητα 200

$$BXT200 = BXE300 - SS(200,300) + XD200 = 5 - 5 + 4 = 4$$

$$BXE200 = BXT200 - XD200 = 4 - 4 = 0$$

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός βραδύτερων χρόνων



(πηγή: [1])

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός Χρονικών Περιθωρίων

Συνολικό περιθώριο χρόνου (ΣΠΧ)

► $ΣΠΧ_i = ΒΧΤ_i - ΕΧΕ_i - ΧΔ_i$

Ελεύθερο περιθώριο χρόνου (ΕΠΧ)

- Υπολογίζεται ανάλογα με τη σχέση (με αντίστροφη πορεία) που καταλήγει στη δραστηριότητα.
- Αν σε μια δραστηριότητα καταλήγουν (με αντίστροφη πορεία) **περισσότερες της μιας σχέσης** τότε το ΕΠΧ είναι **το ελάχιστο** των τιμών που υπολογίστηκαν από όλες τις σχέσεις.
- Αν μια δραστηριότητα δε συνδέεται με κάποια **Επόμενη** (υπάρχει σχέση μόνο για κάποια προηγούμενη) τότε είναι η **διαφορά**

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός Χρονικών Περιθωρίων

Ελεύθερο περιθώριο χρόνου (ΕΠΧ)

➤ Αν υπάρχει Επόμενη δραστηριότητα j

➤ SS: $ΕΠΧ_i = ΕΧΕ_j - ΕΧΕ_i - SS(i,j)$

➤ FS: $ΕΠΧ_i = ΕΧΕ_j - ΕΧΤ_i - FS(i,j)$

➤ SF: $ΕΠΧ_i = ΕΧΕ_j - ΕΧΕ_i + ΧΔ_j - SF(i,j)$

➤ FF: $ΕΠΧ_i = ΕΧΕ_j - ΕΧΤ_i + ΧΔ_j - FF(i,j)$

Αν σε μια δραστηριότητα καταλήγουν (με αντίστροφη πορεία) **περισσότερες της μιας σχέσης** τότε το ΕΠΧ είναι **το ελάχιστο** των τιμών που υπολογίστηκαν από όλες τις σχέσεις.

➤ Αν δεν υπάρχει Επόμενη δραστηριότητα j

$$ΕΠΧ_i = ΒΧΤ_i - ΕΧΤ_i$$

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Υπολογισμός Χρονικών Περιθωρίων

- Κρίσιμη δραστηριότητα

$$\Sigma\text{ΠΧ}_i = 0.$$

- Κρίσιμη Διαδρομή

Διαδρομή στην οποία περιλαμβάνονται μια ή περισσότερες κρίσιμες δραστηριότητες

Όταν ο ενωρίτερος χρόνος τέλους του έργου ταυτίζεται με το βραδύτερο χρόνο τέλους του έργου, θα υπάρχει τουλάχιστον μια «αλυσίδα» κρίσιμων δραστηριοτήτων του δικτύου, η οποία θα περιλαμβάνει οπωσδήποτε τουλάχιστον μια από τις πρώτες και μια από τις τελευταίες (χρονικά) δραστηριότητες του δικτύου.

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός Χρονικών Περιθωρίων

► Δραστηριότητα 400:

$$\begin{aligned}\Sigma\P\chi_{400} &= \text{B}\chi\text{T}_{400} - \text{E}\chi\text{E}_{400} - \chi\Delta_{400} = \\ &= 15 - 13 - 2 = 0\end{aligned}$$

$$\text{E}\Pi\chi_{400} = \text{B}\chi\text{T}_{400} - \text{E}\chi\text{T}_{400} = 15 - 15 = 0$$

400	2
13	15 0
13	15 0

► Δραστηριότητα 500:

$$\begin{aligned}\Sigma\P\chi_{500} &= \text{B}\chi\text{T}_{500} - \text{E}\chi\text{E}_{500} - \chi\Delta_{500} = \\ &= 15 - 10 - 4 = 1\end{aligned}$$

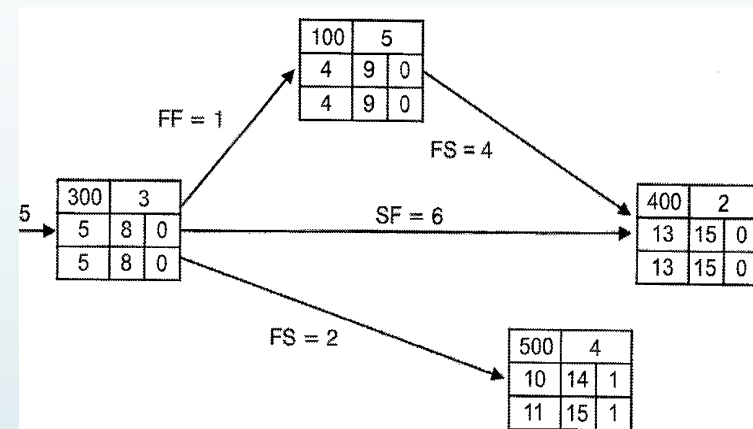
$$\text{E}\Pi\chi_{500} = \text{B}\chi\text{T}_{500} - \text{E}\chi\text{T}_{500} = 15 - 14 = 1$$

500	4
10	14 1
11	15 1

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός Χρονικών Περιθωρίων

➔ Δραστηριότητα 300:



$$\Sigma\text{ΠΧ}300 = \text{ΒΧΤ}300 - \text{ΕΧΕ}300 - \text{ΧΔ}300 = 8 - 5 - 3 = 0$$

Στη δραστηριότητα 300 καταλήγουν (με αντίστροφη πορεία) τρεις δραστηριότητες

$$\alpha) \text{ΕΠΧ}300 = \text{ΕΧΕ}400 - \text{ΕΧΕ}300 + \text{ΧΔ}400 - \text{SF}(300,400) = 13 - 5 + 2 - 6 = 4$$

$$\beta) \text{ΕΠΧ}300 = \text{ΕΧΕ}500 - \text{ΕΧΤ}300 - \text{FS}(300,500) = 10 - 8 - 2 = 0$$

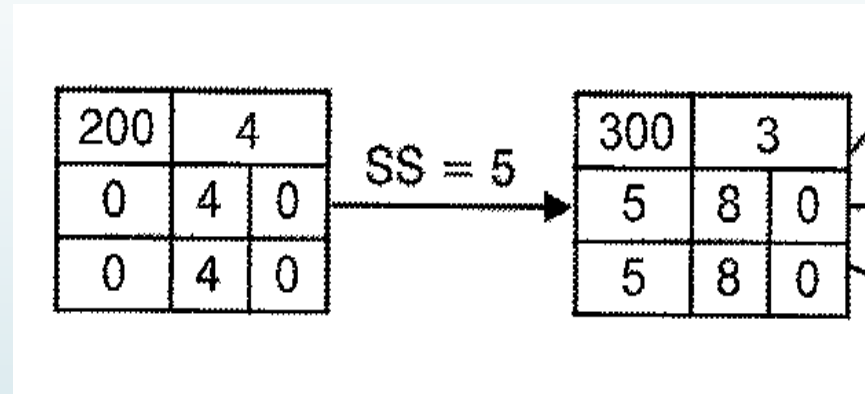
$$\gamma) \text{ΕΠΧ}300 = \text{ΕΧΕ}100 - \text{ΕΧΤ}300 + \text{ΧΔ}100 - \text{FF}(300,100) = 4 - 8 + 5 - 1 = 0$$

$$\text{ΕΠΧ}300 = 0 = \min\{0,4\}$$

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός Χρονικών Περιθωρίων

► Δραστηριότητα 200:



$$\Sigma\Pi\chi_{200} = \text{B}\chi\tau_{200} - \text{E}\chi\epsilon_{200} - \chi\Delta_{200} = 4 - 0 - 4 = 0$$

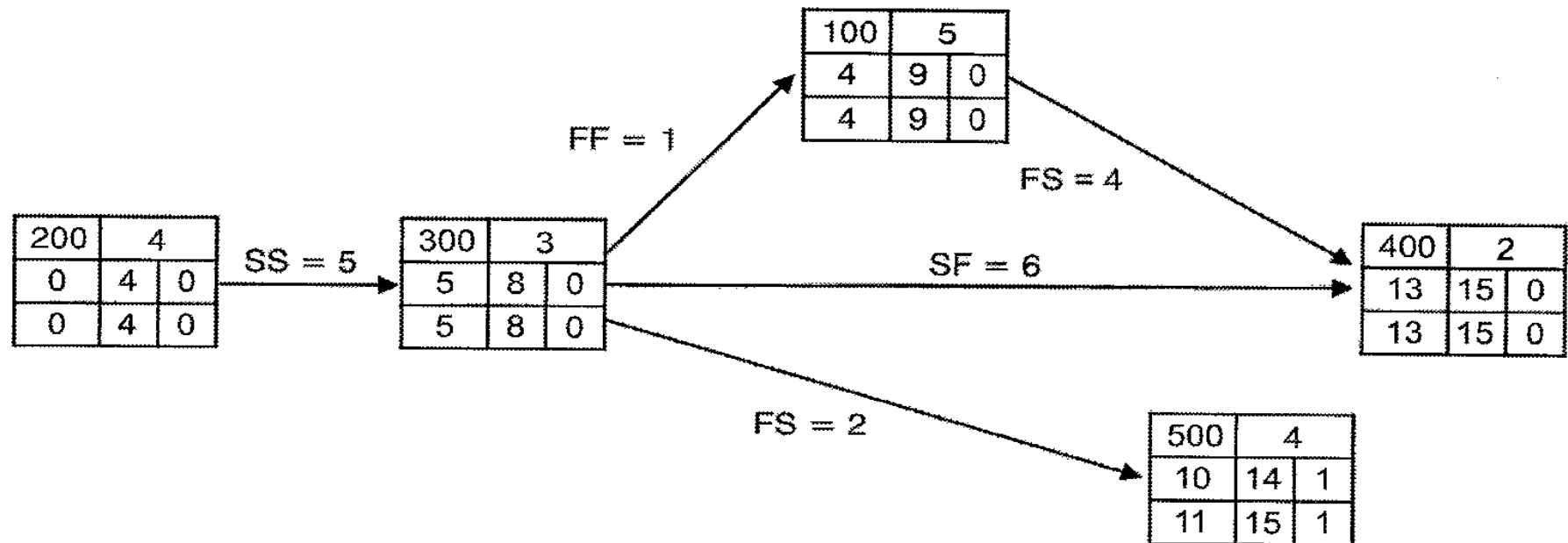
$$\text{E}\Pi\chi_{200} = \text{E}\chi\epsilon_{300} - \text{E}\chi\epsilon_{200} - \text{SS}(200,300) = 5 - 0 - 5 = 0$$

Επίλυση Κομβικού Δικτύου

Παράδειγμα: Υπολογισμός Χρονικών Περιθωρίων

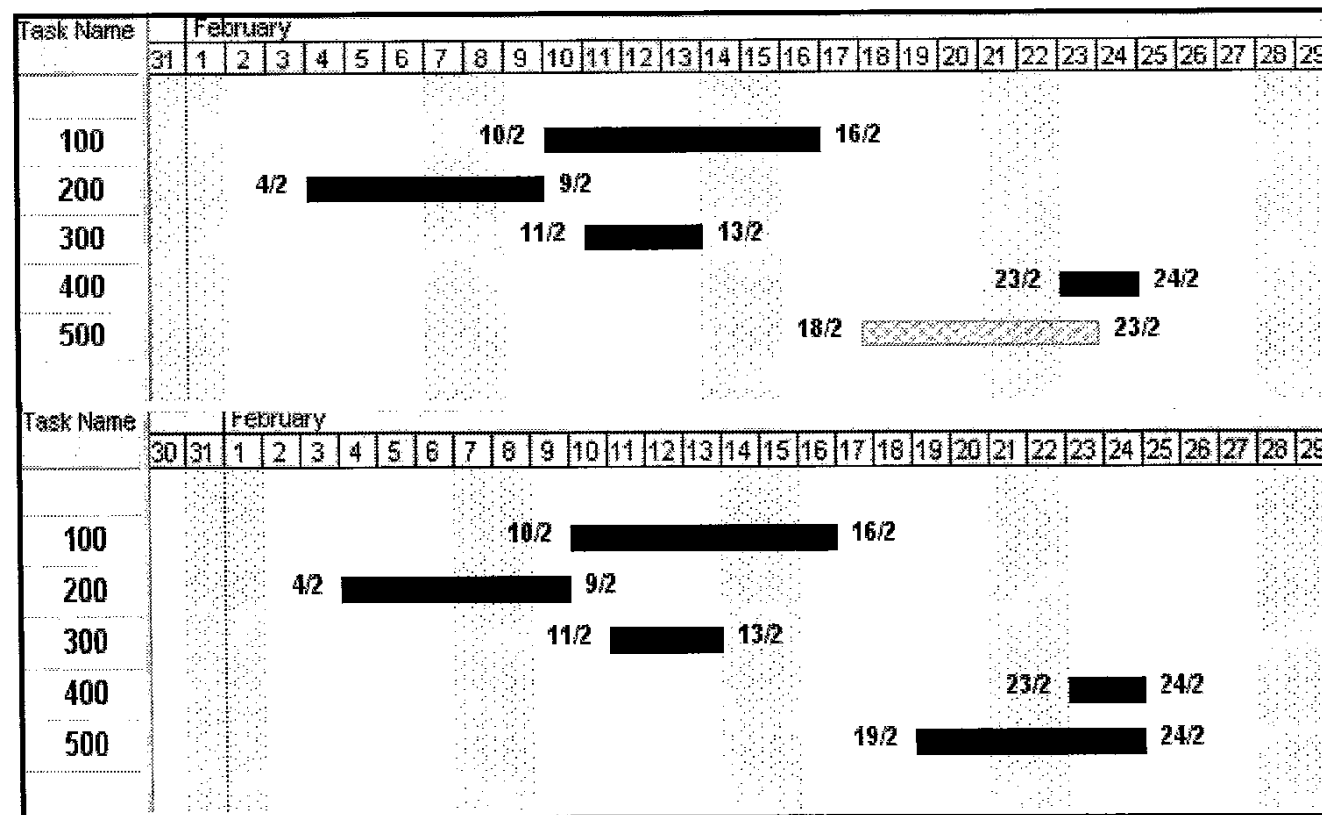
Κρίσιμη διαδρομή: 200,300,100,400

Η 500 είναι η μόνη που έχει $ΕΠΧ_{500} = 1 > 0$



Χρονική Επίλυση Τοξωτού ΔΙΚΤΥΟΥ

Παράδειγμα: Αποτύπωση σε Gantt



Μέθοδος PERT

Μέθοδος PERT (Project Evaluation and Review Technique)

Εφαρμόζεται συνεργατικά με τη CPM για να **συμπεριλάβει αβεβαιότητες** και κινδύνους στις εκτιμήσεις

Η χρονικές διάρκειες των δραστηριοτήτων αντιμετωπίζονται ως **στοχαστικές μεταβλητές**, δηλαδή λαμβάνουν τιμές **με κάποια πιθανότητα**, μεταξύ δύο τιμών.

Ζητούμενα

- Ο υπολογισμός της πιθανότητας να εκτελεστεί ένα έργο σε προκαθορισμένο χρόνο.
- Ο υπολογισμός του χρόνου εκτέλεσης ενός έργου με συγκεκριμένη πιθανότητα.

Μέθοδος PERT

Για κάθε δραστηριότητα καθορίζονται τρεις χρονικές διάρκειες:

► **Αισιόδοξος Χρόνος (Optimistic Time) a ,**

Εκφράζει τις πιο αισιόδοξες προβλέψεις και αποτελεί τη μικρότερη προσδοκώμενη διάρκεια της δραστηριότητας.

► **Απαισιόδοξος Χρόνος (Pessimistic Time) b ,**

Εκφράζει τις πιο απαισιόδοξες προβλέψεις και αποτελεί τη μεγαλύτερη προσδοκώμενη διάρκεια της δραστηριότητας.

► **Ο Πιο Πιθανός Χρόνος (Most Likely Time) m ,**

Εκφράζει αυτό, που συνήθως συμβαίνει (το στατιστικά πιο πιθανό) και βρίσκεται ανάμεσα στους δύο προηγούμενους χρόνους.

Μέθοδος PERT

Οι χρόνοι των δραστηριοτήτων θεωρούνται στατιστικά ανεξάρτητοι μεταξύ τους και θεωρείται ότι ακολουθούν κατανομή Βήτα.

► Αναμενόμενο Χρόνο (Expected Time) - T_e

Ίσος με τη Μέση Τιμή (Mean) της κατανομής Βήτα λαμβάνεται ως ο απαραίτητος μέσο χρόνο για την εκτέλεσή της δραστηριότητας i

$$T_{ei} = (a_i + 4m_i + b_i) / 6$$

► Διακύμανση ή Διασπορά (Variance) σ_i^2 του χρόνου κάθε δραστηριότητας i

Λαμβάνεται ίση με τη Διακύμανση της Κατανομής Βήτα

$$\sigma_i^2 = [(b_i - a_i) / 6]^2$$

► Η διακύμανση του χρόνου όλου του έργου $\sigma_{ολ}^2$

Λαμβάνεται ίση με το άθροισμα των διακυμάνσεων των δραστηριοτήτων της κρίσιμης διαδρομής του. Αν υπάρχουν περισσότερες της μιας κρίσιμες διαδρομές λαμβάνεται εκείνη με τη μέγιστη διακύμανση.

Βασική προϋπόθεση, για τον υπολογισμό της πιθανότητας ολοκλήρωσης ενός έργου στον τακτό χρόνο T_x , είναι η παραδοχή ότι, αυτός ο χρόνος ακολουθεί την Κανονική Κατανομή (Normal Distribution).

(πηγή: [1])

Μέθοδος PERT

► Βήμα 1°

Για κάθε δραστηριότητα i υπολογίζονται ο **αναμενόμενος χρόνος T_{ei}** και η **διακύμανση σ_i^2** .

Βήμα 2°

- **Δημιουργείται δίκτυο** (τοξωτό ή κομβικό) με χρήση του **Αναμενόμενου Χρόνου (T_{ei})** για τις χρονικές διάρκειες όλων των δραστηριοτήτων i .
- Εφαρμόζεται στο δίκτυο η μέθοδος CPM και υπολογίζεται ο **ενωρίτερος αναμενόμενος χρόνος τέλους του έργου (T_n)**, καθώς και οι **κρίσιμες διαδρομές** του δικτύου.

Μέθοδος PERT

► Βήμα 3°

Υπολογίζεται η **διακύμανση του συνολικού χρόνου του έργου (σολ)**. Είναι το **άθροισμα των διακυμάνσεων όλων των δραστηριοτήτων της κρίσιμης διαδρομής**

$$\sigma_{ολ}^2 = \sum \sigma_i^2$$

Αν υπάρχουν περισσότερες από μια κρίσιμες διαδρομές επιλέγεται η μέγιστη (το μέγιστο άθροισμα).

► Βήμα 4°

Υπολογίζεται η τιμή της μεταβλητής X (κανονικής κατανομής)

$$X = (T_x - T_n) / \sigma_{ολ}$$

ή ο τακτός χρόνος

$$T_x = X\sigma_{ολ} + T_n$$

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

Κωδικοί Δραστ/των	Σχέσεις Μεταξύ των Δραστηριοτήτων	Χρονικές Διάρκειες (μήνες)		
		<i>a</i>	<i>m</i>	<i>b</i>
100	Αρχή του έργου	4	6	7
200	Αρχή του έργου	3	5	8
300	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος της 100	2	3	5
400	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος της 200	4	5	7
500	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος των 300 και 400	4	6	9
600	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος των 300 και 400	5	6	8
700	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος της 500	3	6	9
800	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος της 600	5	6	9

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

Ζητούνται:

- α) Η **πιθανότητα ολοκλήρωσης** του έργου σε **23 μήνες**
- β) Η **χρονική διάρκεια ολοκλήρωσης** του έργου που έχει **πιθανότητα 96%**

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

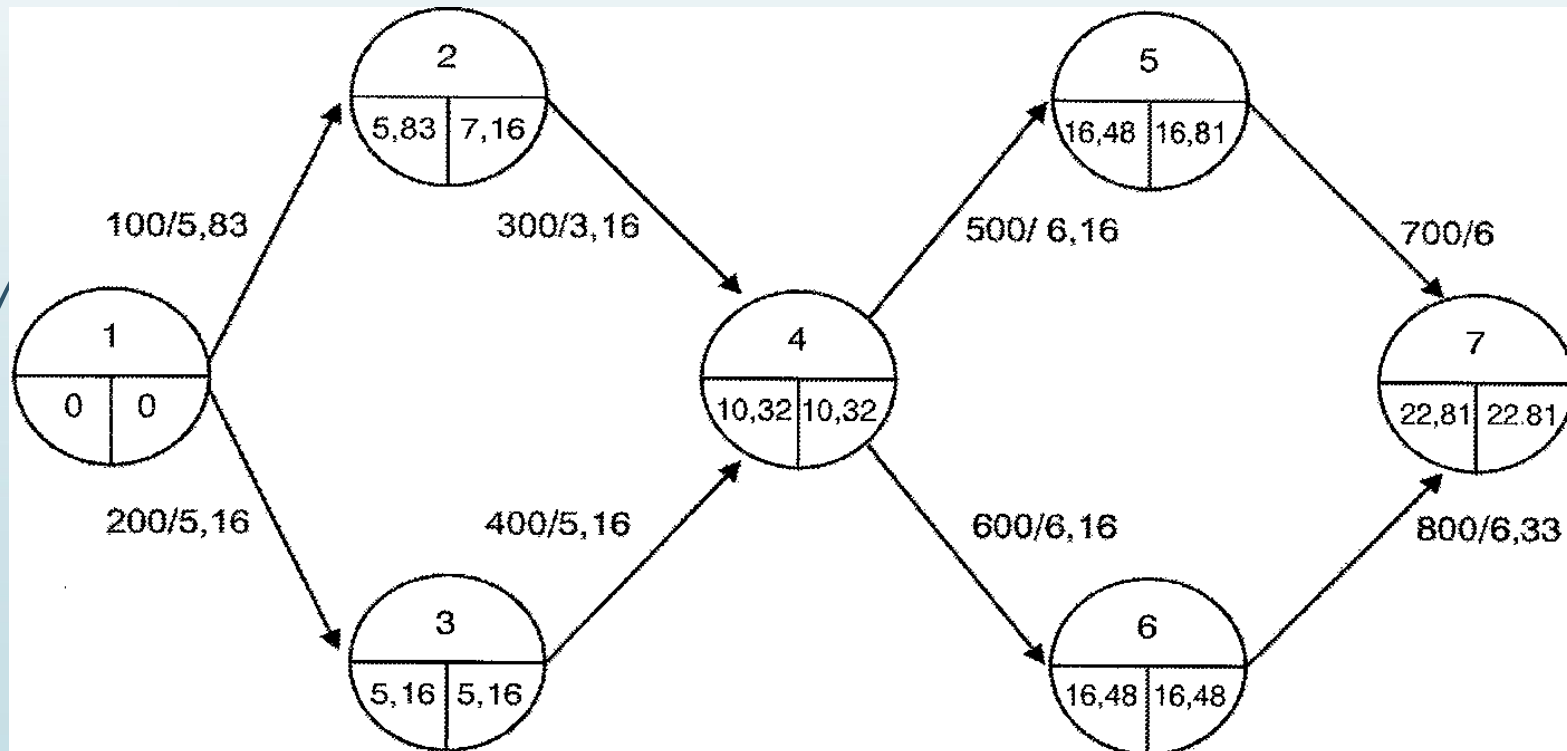
Βήμα 1^ο : Αναμενόμενος χρόνος $T_{ei} = (a_i + 4m_i + b_i) / 6$ και διακύμανση $\sigma_i^2 = [(b_i - a_i) / 6]^2$

Κωδικοί Δρ/των	Σχέσεις Μεταξύ των Δραστηριοτήτων	Χρονικές Διάρκειες (μήνες)			T_{ei}	σ_i^2
		a	m	b		
100	Αρχή του έργου	4	6	7	5.83	0.25
200	Αρχή του έργου	3	5	8	5.16	0.83
300	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος της 100	2	3	5	3.16	0.25
400	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος της 200	4	5	7	5.16	0.25
500	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος των 300 και 400	4	6	9	6.16	0.69
600	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος των 300 και 400	5	6	8	6.16	0.25
700	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος της 500	3	6	9	6	1
800	Έναρξη αμέσως μετά το τέλος της 600	5	6	9	6.33	0.44

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

Βήμα 2^ο : Δημιουργείται δίκτυο και υπολογίζονται: Ενωρίτερος Αναμενόμενος Χρόνος τέλους του έργου (**Tn**), και οι **Κρίσιμες διαδρομές**



Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

Βήμα 2^ο :

- Μια μόνο κρίσιμη διαδρομή: 200, 400, 600, 800
- Ενωρίτερος Αναμενόμενος Χρόνος τέλους

$$T_n = 22.81$$

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

- **Βήμα 3^ο** : Διακύμανση του συνολικού χρόνου του έργου $\sigma_{ολ}^2 = \Sigma \sigma_i^2$

$$\sigma_{ολ}^2 = \sigma_{200}^2 + \sigma_{400}^2 + \sigma_{600}^2 + \sigma_{500}^2 = 0,83 + 0.25 + 0.25 + 0.44 = 1,77$$

$$\sigma_{ολ} = 1.33$$

- **Βήμα 4^ο** : υπολογισμός μεταβλητής X

$T_x=23$ (δίνεται), $T_n=22.81$ (βήμα 2) , $\sigma_{ολ}= 1.33$ (βήμα 3)

$$X = (T_x - T_n) / \sigma_{ολ} = (23 - 22.81) / 1.33 = 0.14$$

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

Απαντήσεις:

- α) Η πιθανότητα (P) ολοκλήρωσης του έργου σε 23 μήνες - $X=0.14$ (βήμα 4)

$$P=55.57\%$$

[με χρήση συνάρτησης Excel για κανονικές κατανομές και $X=0.14$
($P=NORMDIST(0,14;0;1;TRUE)=0.55567$)]

- β) Η χρονική διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου που έχει πιθανότητα 96% - $P=0.96$ (δίνεται)

$$X = 1.7506$$

[με χρήση συνάρτησης Excel για κανονικές κατανομές και $P=0.96$
($P=NORMINV(0,96;0;1)$)]

$$T_x = X\sigma_{ολ} + T_n = 1.75 \times 1.33 + 22.81 = 25.1$$

(πηγή: [1])

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

Σχόλια - Παρατηρήσεις:

- ▶ Διαπιστώνεται ότι η **πιθανότητα να εκτελεστεί** το έργο σύμφωνα με την υφιστάμενη δομή ανάλυσης **σε 23 μήνες** είναι **μικρή** (55.57%) – σχεδόν ίδιες πιθανότητες.
- ▶ Διαπιστώνεται ότι η **σε 25.1 μήνες** υπάρχει **αυξημένη πιθανότητα** (96%), δηλαδή σχεδόν βεβαιότητα, να εκτελεστεί το έργο. **Αν επιλεγεί αυτή η πιθανότητα** θα πρέπει ο τακτός χρόνος του έργου να αλλάξει από 23 σε 25.1 μήνες, δηλαδή **να τεθεί ως βραδύτερο χρόνο τέλους του έργου το 25.1**. Τότε, υπολογίζοντας εκ νέου τους βραδύτερους χρόνους θα προκύψουν οι νέες χρονικές δυνατότητες του δικτύου (ίσως δεν θα υφίσταται κρίσιμη διαδρομή, θα υπάρξουν περιθώρια χρόνου).
- ▶ **Αναδιαμόρφωση δραστηριοτήτων** (νέα δομή ανάλυσης του έργου), άρα **νέο δίκτυο**, επανυπολογισμοί σε προσπάθεια μείωσης του ενωρίτερου χρόνου τέλους του έργου T_n .

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Κομβικό Δίκτυο

Κωδικοί Δραστ/των	Σχέσεις Μεταξύ των Δραστηριοτήτων	Χρονικές Διάρκειες (εβδομάδες)		
		<i>a</i>	<i>m</i>	<i>b</i>
100	Αρχή του έργου	4	6	7
200	Αρχή του έργου	3	5	8
300	Έναρξη 2 εβδομάδες μετά το τέλος της 100 και τέλος πέντε εβδομάδες μετά το τέλος της 200	2	3	5
400	Τέλος 6 εβδομάδες μετά την έναρξη της 300	2	4	7
500	Έναρξη 2 εβδομάδες μετά την έναρξη της 300	2	3	6

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Κομβικό Δίκτυο

Ζητούνται:

- α) Η **πιθανότητα ολοκλήρωσης** του έργου σε **14 εβδομάδες**
- β) Η **χρονική διάρκεια ολοκλήρωσης** του έργου που έχει **πιθανότητα 96%**

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Κομβικό Δίκτυο

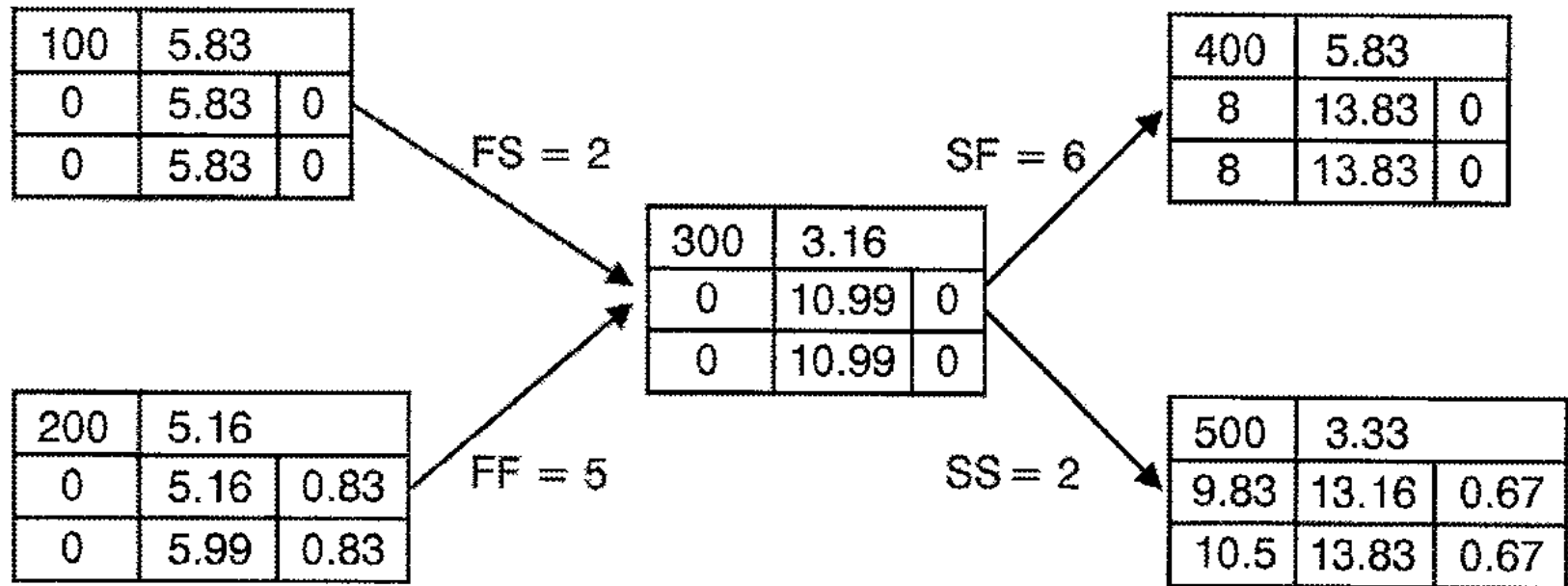
Βήμα 1^ο : Αναμενόμενος χρόνος $T_{ei} = (a_i + 4m_i + b_i) / 6$ και διακύμανση $\sigma_i^2 = [(b_i - a_i) / 6]^2$

Κωδικοί Δραστ/των	Σχέσεις Μεταξύ των Δραστηριοτήτων	Χρονικές Διάρκειες (εβδομάδες)			T_{ei}	σ_i^2
		a	m	b		
100	Αρχή του έργου	4	6	7	5.83	0.25
200	Αρχή του έργου	3	5	8	5.16	0.83
300	Έναρξη 2 εβδομάδες μετά το τέλος της 100 και τέλος πέντε εβδομάδες μετά το τέλος της 200	2	3	5	3.16	0.25
400	Τέλος 6 εβδομάδες μετά την έναρξη της 300	2	4	7	5.83	0.69
500	Έναρξη 2 εβδομάδες μετά την έναρξη της 300	2	3	6	3.33	0.45

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Κομβικό Δίκτυο

Βήμα 2^ο : Δημιουργείται δίκτυο και υπολογίζονται: Ενωρίτερος Αναμενόμενος Χρόνος τέλους του έργου (**Tn**), και οι **Κρίσιμες διαδρομές**



Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Κομβικό Δίκτυο

Βήμα 2^ο :

- ▶ Μια μόνο κρίσιμη διαδρομή: 100, 300, 400
- ▶ Ενωρίτερος Αναμενόμενος Χρόνος τέλους

$$T_n = 13.83$$

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Κομβικό Δίκτυο

► **Βήμα 3^ο** : Διακύμανση του συνολικού χρόνου του έργου **$\sigma_{ολ}^2 = \Sigma \sigma_i^2$**

$$\sigma_{ολ}^2 = \sigma_{100}^2 + \sigma_{300}^2 + \sigma_{400}^2 = 0.25 + 0.25 + 0.69 = 1.19$$

$$\sigma_{ολ} = 1.09$$

► **Βήμα 4^ο** : υπολογισμός μεταβλητής X

$T_x=14$ (δίνεται), **$T_n=13.83$** (βήμα 2) , **$\sigma_{ολ}=1.09$** (βήμα 3)

$$X = (T_x - T_n) / \sigma_{ολ} = (14 - 13.83) / 1.09 = 0.16$$

Μέθοδος PERT

Παράδειγμα: Μέθοδος PERT σε Τοξωτό Δίκτυο

Απαντήσεις:

- α) Η πιθανότητα (P) ολοκλήρωσης του έργου σε 14 εβδομάδες - $X=0.16$ (βήμα 4)

$$P=55.96\%$$

[με χρήση συνάρτησης Excel για κανονικές κατανομές και $X=0.16$
($P=NORMDIST(0,16;0;1;TRUE)=0.5596$)]

- β) Η χρονική διάρκεια ολοκλήρωσης του έργου που έχει πιθανότητα 96% - $P=0.96$ (δίνεται)

$$X = 1.7506$$

[με χρήση συνάρτησης Excel για κανονικές κατανομές και $P=0.96$
($P=NORMINV(0,96;0;1)$)]

$$T_x = X\sigma_{ολ} + T_n = 1.75 \times 1.09 + 13.83 = 15.7$$

(πηγή: [1])



Βιβλιογραφία

- [1] Δημητριάδης Αντώνης, “**Διοίκηση – Διαχείριση Έργου – 5η έκδοση**”, Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, ISBN: 978-960-578-051-7, Κωδικός Βιβλίου στον Εύδοξο: 86199419