


“... after the rate of interest has fallen to a certain level, liquidity-preference may become virtually absolute in the sense that almost everyone prefers cash to holding a debt which yields so low a rate of interest. In this event the monetary authority would have lost effective control over the rate of interest. But whilst this limiting case might become practically important in future, I know of no example of it hitherto. (**General Theory Ch. 15**)

“... in the United States at certain dates in 1932 there was a crisis of the opposite kind—a financial crisis or crisis of liquidation, when scarcely anyone could be induced to part with holdings of money on any reasonable terms.” (**General Theory Ch. 15**)

“Let us recur to what happens at the crisis. So long as the boom was continuing, much of the new investment showed a not unsatisfactory current yield. The disillusion comes because doubts suddenly arise concerning the reliability of the prospective yield, perhaps because the current yield shows signs of falling off, as the stock of newly produced durable goods steadily increases. If current costs of production are thought to be higher than they will be later on, that will be a further reason for a fall in the marginal efficiency of capital.” (**General theory Chapter 22**)



# Μάθημα 6<sup>ο</sup> Η Μετάβαση στα Νεοκλασικά Οικονομικά Η Διάσταση του Finance

---

**Nikos Stravelakis**

**ΤΟΕ ΕΚΠΑ**

**Φθινόπωρο 2023**

# Σκοπός και Μαθήματος και Περιεχόμενα

Στο προηγούμενο μάθημα είδαμε πώς ορίσθηκε η από κοινού ισορροπία στις αγορές αγαθών, εργασίας και χρήματος στα Νεοκλασικά και Νεοκενσιανά οικονομικά.

Η νέο-Κενσιανή εκδοχή όμως αντιμετώπιζε προβλήματα όσον αφορά την επεξήγηση της αρνητικής κλίσης τη καμπύλης ζήτησης χρήματος αλλά και το κατά πόσον η αν-οικειοθελής ανεργία είναι κατάσταση ανισορροπίας ή όχι.

Παράλληλα, οι αγορές ομολόγων, τα χρηματιστήρια, οι αγορές παραγώγων και λοιπών χρηματοπιστωτικών τίτλων αποκτούσαν όλο και πιο βαρύνοντα ρόλο στις καπιταλιστικές οικονομίες. Με άλλα λόγια, γίνονταν μια όλο και μεγαλύτερη μπίζνα που αφορούσε και επηρέαζε ένα σημαντικό μέρος της κοινωνίας.

Στο πεδίο τη ιδεολογίας και όχι μόνο από τα τέλη του 19<sup>ου</sup> αιώνα και τον Max Weber (Weber 1894) ξεκίνησε η ιδέα ότι οι αγορές κεφαλαίου είναι ένας τρόπος διανομής του πλούτου σε όλες τις εισοδηματικές ομάδες, ένα είδος «εταιρικής δημοκρατίας» που επιτρέπει σε όλους την πρόσβαση στις αποδόσεις του κεφαλαίου. Αυτό ήταν και παραμένει ένα βασικό αφήγημα του οικονομικού και πολιτικού Status Quo παρά τις τραγωδίες που έχουν μεσολαβήσει με πιο πρόσφατη το 2008.

Έτσι οι αποδόσεις αυτών των τίτλων έπρεπε να προσδιοριστούν και να ενσωματωθούν στο κορμό των θεωριών που σκιαγραφήσαμε τη προηγούμενη φορά. Αυτό θα αποδειχθεί ιδιαίτερα δύσκολο και προβληματικό τόσο αναλυτικά όσο και εμπειρικά.

Δεν είναι δύσκολο να φανταστεί κανείς κάτι τέτοιο αφού μιλάμε για υποδείγματα όπου το επιτόκιο και το ποσοστό κέρδους εξισώνονται. Άρα απαιτείται ένας μηχανισμός σχετικής εξίσωσης των αποδόσεων όλων των χρηματοπιστωτικών τίτλων γύρω από κάποιο επιτόκιο ισορροπίας είτε είναι το «φυσικό επιτόκιο» είτε το «νομισματικό/ κανονικό (normal) επιτόκιο» των νέο Κενσιανών οικονομικών.

Την πορεία αυτή θα ακολουθήσουμε αναλυτικά σε αυτό και το επόμενο μάθημα. Όπως θα δούμε η ορθόδοξη θεωρία προσπάθησε να συνδυάσει τα μακροοικονομικά υποδείγματα με τις εργασίες των μαθηματικών Daniel Bernoulli και Luis Bachelier.

Ας τα πάρουμε με τη σειρά.

# Η Προτίμηση Ρευστότητας και ο Κίνδυνος

Στα τέλη της δεκαετίας του 1950 έγινε μια σοβαρή προσπάθεια απάντησης των ερωτημάτων για τη κλίση της καμπύλης ζήτησης χρήματος και τη φύση της ισορροπίας στο νεο-κεϋνσιανό υπόδειγμα (IS-LM). Είναι το άρθρο του James Tobin "Liquidity Preference as a Behavior Towards Risk" (1958).

Αφετηρία της ανάλυσης είναι το ερώτημα: Τι είναι εκείνο που κάνει τους ανθρώπους να διατηρούν ρευστά διαθέσιμα (μετρητά και καταθέσεις όψεως) που δεν αποδίδουν τόκο σε σχέση με άλλους τίτλους που έχουν απόδοση;

Για το λόγο αυτό διαχωρίζει τη ζήτηση για χρήμα σε δύο αναλυτικές κατηγορίες «ζήτηση για συναλλαγές» και «ζήτηση για επενδύσεις».

Παρόλο που ο Tobin δεν θεωρεί τη «ζήτηση χρήματος για συναλλαγές» (**Στον Keynes ποιες είναι οι κατηγορίες ζήτησης χρήματος;**) σταθερό ποσοστό του εισοδήματος, επικεντρώνεται στα «επενδυτικά διαθέσιμα» και στην επιλογή χαρτοφυλακίου τίτλων. Ορίζει δε τα «επενδυτικά διαθέσιμα» ως χρηματικό κεφάλαιο που δεν είναι υποχρεωτικό να ρευστοποιηθεί εντός του οικονομικού έτους.

Συμπεραίνει λοιπόν ότι οποιαδήποτε πράξη ρευστοποίησης αυτών των περιουσιακών στοιχείων έχει να κάνει με αυτό που ο Keynes ονομάζει «**κερδοσκοπικό κίνητρο ζήτησης για χρήμα**» και σχετίζεται με προσδοκίες για κέρδη ή ζημίες από τίτλους που προσφέρουν αποδόσεις (τοκομερίδια, μερίσματα κλπ.).

Στο τελευταίο βασίζεται η αρνητική σχέση του επιτοκίου με τη ζήτηση χρήματος. Στην παρουσίασή του, ο Tobin, περιορίζει την άσκηση στην επιλογή ανάμεσα στη διατήρηση ρευστών διαθεσίμων σε μετρητά ή καταθέσεις όψεως από τη μια και ομολογίες χωρίς πτωχευτικό ρίσκο από την άλλη.

Σε αυτό το περιβάλλον υπάρχουν δύο πηγές προτίμησης ρευστότητας που δεν αποκλείει η μια την άλλη:

**The first is inelasticity of expectations of future interest rates. The second is uncertainty about the future of interest rates. These two sources of liquidity preference will be examined in turn.**

Ας ξεκινήσουμε από την υπόθεση των ανελαστικών προσδοκιών για τα επιτόκια. Αν ισχύει τότε ο κάτοχος μιας ομολογίας θα πρέπει να προσδοκά ότι το ομόλόγό του θα έχει κέρδος ή ζημία κεφαλαίου που καθορίζεται από το λόγο του τρέχοντος επιτοκίου προς το προσδοκώμενο επιτόκιο ισορροπίας όπως στην εξίσωση στα δεξιά.

$$g = \frac{r}{r_e} - 1.$$

Σε αυτό το περιβάλλον η επενδυτική απόφαση είναι απλή. Αν ο επενδυτής προσδοκά ότι  $r+g>0$  τότε θα βάλει όλα του τα «επενδυτικά διαθέσιμα» σε ομόλογα και δε θα κρατήσει καθόλου cash. Προφανώς αυτό ισχύει όταν  $r>r_e$ . Ο λόγος είναι ότι προσδοκά ότι το υψηλότερο επιτόκιο  $r$  θα επικρατεί και στο μέλλον.

Υποθέτοντας μια εκδοχή «προσαρμοζόμενων προσδοκιών» όπου το επιτόκιο ισορροπίας είναι συνάρτηση του τρέχοντος επιτοκίου όλα αυτά μπορούν να αποτυπωθούν σε ένα γράφημα (Figure 1).

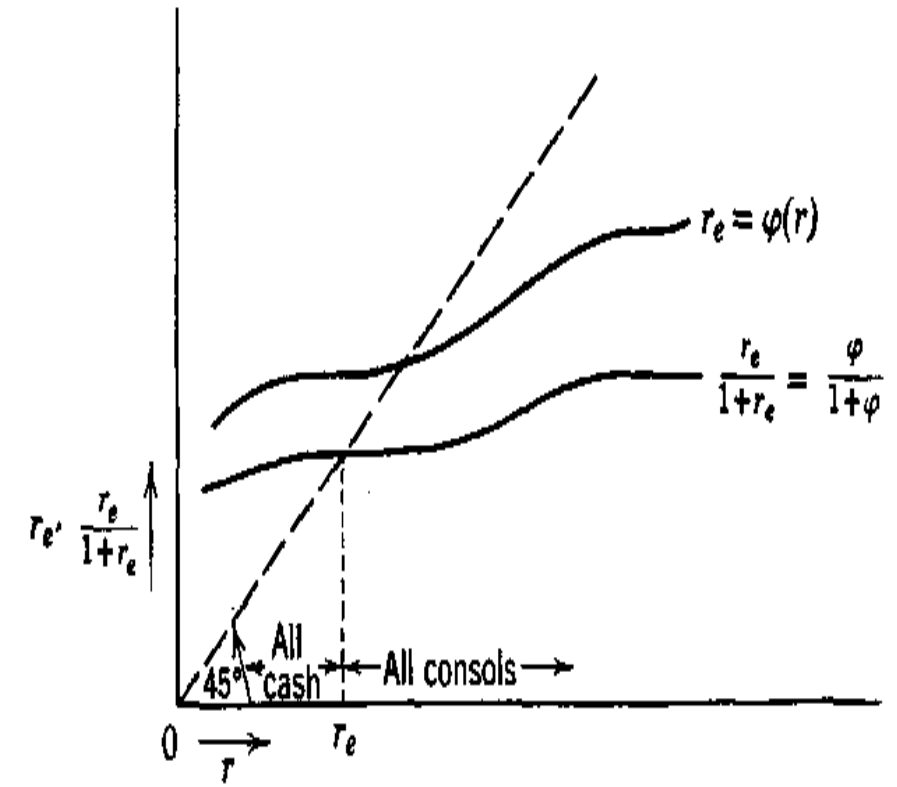


Figure 1 Stickiness in the relation between expected and current interest rate.

Είναι προφανές ότι συνάρτηση ζήτησης χρήματος που προκύπτει από το προηγούμενο αναλυτικό σχήμα θα είναι ασυνεχής και θα αποτελείται από κάποια σημεία που ζήτηση είναι μηδέν (L,M) και κάποια άλλα σημεία που το σύνολο των επενδυτικών διαθεσίμων διακρατούνται σα χρήμα (N, ΣW).

Αν δεχθούμε όμως ότι έχουμε ένα μεγάλο αριθμό επενδυτών με διαφορετικές «προσαρμοζόμενες» προσδοκίες τότε η καμπύλη ζήτησης χρήματος μπορεί να προσεγγισθεί από μια σχετικά συνεχή αρνητικής κλίσης καμπύλη ζήτησης χρήματος (LMNBC). (έχει μια ασυνέχεια στο διάστημα NB)

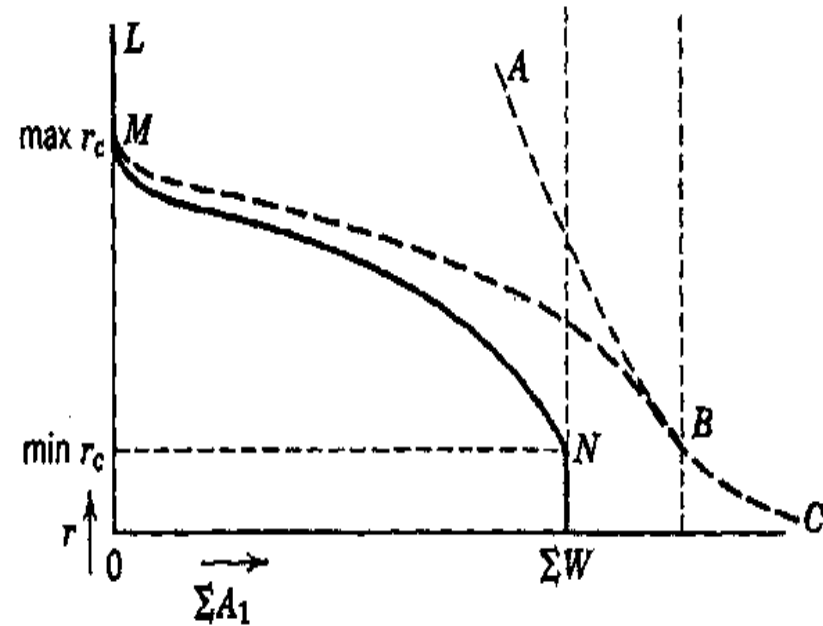


Figure 3 Aggregate demand for cash assuming differences among individuals in interest rate expectations.

enriched by the experience and insight of the author. But the explanation to which Keynes gave the greatest emphasis is the notion of a “normal” long-term rate, to which investors expect the rate of interest to return. When he refers to uncertainty in the market, he appears to mean disagreement among investors concerning the future of the rate rather than subjective doubt in the mind of an individual investor.<sup>8</sup> Thus Kaldor’s correction of Keynes is more verbal than substantive when he says, “It is . . . not so much the *uncertainty* concerning future interest rates as the *inelasticity* of interest expectations which is responsible for Mr Keynes’ ‘liquidity preference function’ . . . .”<sup>9</sup>

criticism by Leontief and Fellner. Leontief argued that liquidity preference must necessarily be zero *in equilibrium*, regardless of the rate of interest. Divergence between the current and expected interest rate is bound to vanish as investors learn from experience; no matter how low an interest rate may be, it can be accepted as “normal” if it persists long enough. This criticism was a part of Leontief’s general methodological criticism of Keynes, that unemployment was not a feature of equilibrium, subject to analysis by tools of static theory, but a phenomenon of disequilibrium requiring analysis by dynamic theory.<sup>10</sup> Fellner makes a similar criticism

Το μέχρι τώρα αναλυτικό σχήμα αποκλίνει σημαντικά από την προβληματική στη *Γενική Θεωρία* καθότι το ύψος των «επενδυτικών διαθεσίμων» είναι ανεξάρτητο από το ύψος του επιτοκίου ( $r$ ). Για παράδειγμα, αν υφίστανται ομόλογα που βρίσκονται ήδη σε κυκλοφορία αυτό θα σημάνει κέρδη και ζημίες κεφαλαίου για τους κατόχους των ομολόγων αυτών (**τι σημαίνει κέρδος ή ζημία κεφαλαίου;**).

Ο Tobin επισημαίνει ότι η συνάρτηση κερδών και αντίστοιχα ζημιών κεφαλαίου μπορεί να αποδοθεί από την καμπύλη ABC του προηγούμενου σχήματος (**γιατί;**). Αυτό σημαίνει ότι η αξία των ομολόγων τείνει στο άπειρο καθώς το επιτόκιο τείνει στο 0. Στο παράδειγμά του αυτό προκύπτει ξεκάθαρα από το γεγονός ότι χρησιμοποιεί τα Consols στο παράδειγμά του (Γιατί ισχύει αυτό; Τι είναι τα Consols;).

Στη συνέχεια παρουσιάζει τη συζήτηση γύρω από τη Κεϋνσιανή θεωρία του χρήματος και του επιτοκίου στην εποχή του που έχει μια επεξηγηματική αξία και για εμάς. Αρχικά αναφέρεται στον Kaldor που θεωρεί την ακαμψία των προσδοκιών ως τη βασική αιτία για την αρνητική καμπύλη ζήτησης χρήματος.

Κατόπι συνεχίζει με το Leontief που επικεντρώνει την κριτική του στο κατά πόσον η ανεργία είναι στοιχείο της ισορροπίας ή αποτελεί αναγκαστικά μια κατάσταση ανισορροπίας. Ο Leontief θεωρούσε ότι η διατήρηση ρευστών επενδυτικών διαθεσίμων είναι στοιχείο ανισορροπίας στην αγορά χρήματος. Ως εκ τούτου η οικονομία βρίσκεται σε κατάσταση ανισορροπίας όταν η απασχόληση υπολείπεται της πλήρους απασχόλησης (**Γιατί ήταν σημαντικό για τους Νέο – Κευνσιανούς το συμπέρασμα ότι οι καπιταλιστικές οικονομίες είναι σε ισορροπία παρόλο που υπάρχει ανεργία;**)



Με αφορμή την κριτική αυτή ο Tobin προσπαθεί να επεκτείνει την Κεϋνσιανή προβληματική εγκαταλείποντας την υπόθεση των «ανελαστικών προσδοκιών» και βάζοντας στη θέση τους τις έννοιες της «αβεβαιότητας» και της «αποστροφής στο κίνδυνο» στην ερμηνεία της προτίμησης ρευστότητας.

Ξεκινά λοιπόν με την υπόθεση ότι οι επενδυτές είναι αβέβαιοι ως προς το μελλοντικό ύψος των επιτοκίων στα Consols. Άρα όσο μεγαλύτερο μέρος από τα επενδυτικά τους διαθέσιμα δαπανηθούν για την αγορά Consols τόσο μεγαλύτερος είναι ο κίνδυνος που αναλαμβάνουν.

Παράλληλα υποθέτει ότι όσο μεγαλύτερο κίνδυνο αναδεχθεί ένας εενδυτής τόσο υψηλότερη είναι και η απόδοση που θα έχει (βλ. σχήμα).

Αλλά τι εννοεί με τον όρο «κίνδυνος»; Θεωρεί ότι ο επενδυτής του παραδείγματός μας υπολογίζει την στατιστική πιθανότητα κερδών και ζημιών κεφαλαίου από την πιθανότητα της απόκλισης του επιτοκίου αγοράς από το «κανονικό» επιτόκιο ισορροπίας. Αυτό είναι μια σημαντική απόκλιση από τη Κεϋνσιανή επιχειρηματολογία αφού η «δομική αβεβαιότητα» περιορίζεται στο μετρήσιμο κίνδυνο.

Κατόπιν κάνει μια δεύτερη ακόμη πιο περιοριστική υπόθεση: η μαθηματική ελπίδα  $E(r)$  των κερδών κεφαλαίου ( $g$ ) πρέπει να είναι μηδέν. Άρα οι αποκλίσεις του επιτοκίου αγοράς από το «κανονικό επιτόκιο» είναι τυχαίες και ως εκ τούτου σε μεγάλο δείγμα ακολουθούν την κανονική κατανομή (γιατί;)

Έτσι προκύπτει το σχήμα των καμπυλών  $\mu_r$ ,  $\sigma_r$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ . Δηλαδή, καμπυλών θετικής συσχέτισης της απόδοσης  $\mu_r$  με το κίνδυνο  $\sigma_r$ .

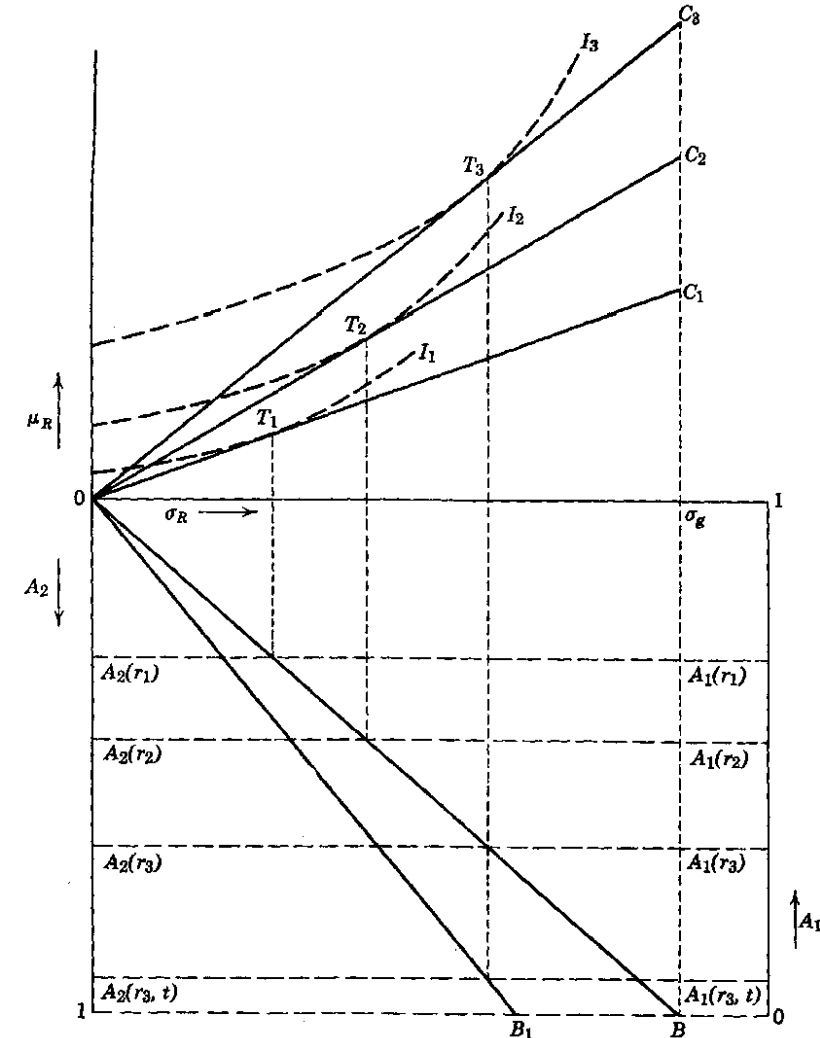


Figure 4 Portfolio selection at various interest rates and before and after taxation.

Χρησιμοποιώντας αυτές τις υποθέσεις ο Tobin εισάγει τη δεύτερη σημαντική έννοια που προσθέτει στο υπόδειγμα της προτίμησης ρευστότητας. Αυτή είναι η έννοια των προτιμήσεων ως προς την αποστροφή στο κίνδυνο. Θεωρεί ότι υπάρχουν καμπύλες αδιαφορίας (οι  $I_1, I_2, I_3$  στο προηγούμενο σχήμα) ανάμεσα στην απόδοση και τον κίνδυνο. Που έχουν αρνητική κλίση για του «risk lovers» και θετική κλίση για τους «risk averters» (γιατί).

Στη συνέχεια συζητά το σχήμα των καμπυλών αδιαφορίας των risk averters και τους χαρακτηρίζει είτε diversifiers (διαφοροποιητές) με κυρτές καμπύλες αδιαφορίας όπως στο σχήμα και τους plungers (βουτηχτές) με κοίλες καμπύλες αδιαφορίας.

Συνολικά η επεξήγηση των καμπυλών αδιαφορίας συζητιέται στο απόσπασμα στα δεξιά.

Το σημαντικό συμπέρασμα στο οποίο καταλήγει το απόσπασμα είναι ότι αν έχουμε κατανομές πιθανότητας με δύο παραμέτρους τότε το σχήμα των καμπυλών αδιαφορίας μπορεί να προκύψει από τη συνάρτηση πιθανότητας.

Με αυτή την έννοια η σχέση απόδοσης κινδύνου μετατρέπεται σε μια άσκηση μεγιστοποίησης χρησιμότητας.

One justification for the use of indifference curves between  $\mu_R$  and  $\sigma_R$  would be that the investor evaluates the future of consols only in terms of some two-parameter family of probability distributions of  $g$ . For example, the investor might think in terms of a range of equally likely gains or losses, centered on zero. Or he might think in terms that can be approximated by a normal distribution. Whatever two-parameter family is assumed—uniform, normal, or some other—the whole probability distribution is determined as soon as the mean and standard deviation are specified. Hence the investor's choice among probability distributions can be analyzed by  $\mu_R$ - $\sigma_R$  indifference curves; any other pair of independent parameters could serve equally well.

If the investor's probability distributions are assumed to belong to some two-parameter family, the shape of his indifference curves can be inferred from the general characteristics of his utility-of-return function. This function will be assumed to relate utility to  $R$ , the percentage growth in the investment balance by the end of the period. This way of formulating the utility function makes the investor's indifference map, and therefore his choices of proportions of cash and consols, independent of the absolute amount of his initial balance.



Η απλούστερη μορφή συνάρτησης χρησιμότητας με αυτές τις ιδιότητες είναι η τετραγωνική συνάρτηση χρησιμότητας που θα ξανασυναντήσουμε και στο Capital Asset Pricing Model (CAPM).

Από αυτή προκύπτει η ακόλουθη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας.

Συνακόλουθα προκύπτει ότι για  $-1 < b < 0$  (δηλαδή για risk averters) οι καμπύλες αδιαφορίας είναι κοίλες και με θετική κλίση (**γιατί**).

$$U(R) = (1 + b)R + bR^2$$

$$E[U(R)] = \int_{-\infty}^{\infty} U(R)f(R) dR = (1 + b)\mu_R + b(\sigma_R^2 + \mu_R^2).$$

Για να ολοκληρώσει την άσκηση της μεγιστοποίησης της χρησιμότητας ο Tobin εξετάζει στη συνέχεια τις αντιδράσεις των risk averter diversifiers και risk lovers σε μεταβολές του επιτοκίου.

Από το σχήμα (πάνω δεξιά) προκύπτει ότι η καμπύλη OC μας δίνει τη μέγιστη απόδοση και κίνδυνο από τη διατήρηση του συνόλου του χαρτοφυλακίου σε consols. Με αυτή την έννοια μεγιστοποιεί τη χρησιμότητα για τους risk lovers αλλά όχι για τους risk averters.

Η άσκηση μεγιστοποίησης για τους risk averters (diversifiers) λύνεται μεταβάλλοντας το επιτόκιο σε σταθερό κίνδυνο (μετακίνηση από την καμπύλη C1 στη C2 στο σημείο  $r_2$ ) στο σχήμα κάτω δεξιά.

Από τη συμπεριφορά αυτής της κατηγορίας επενδυτών (στο επιτόκιο και τον κίνδυνο) προκύπτει η αρνητική κλίση της καμπύλης ζήτησης χρήματος.

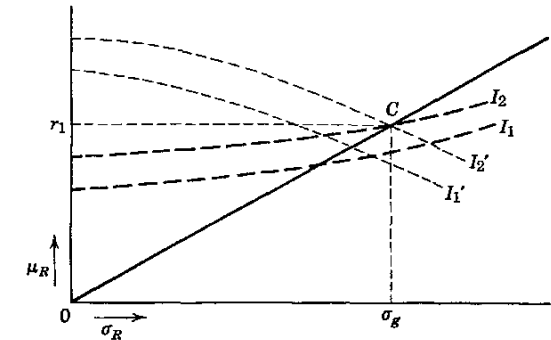


Figure 5 “Risk-lovers” and “diversifiers”: optimum portfolio at maximum risk and expected return.

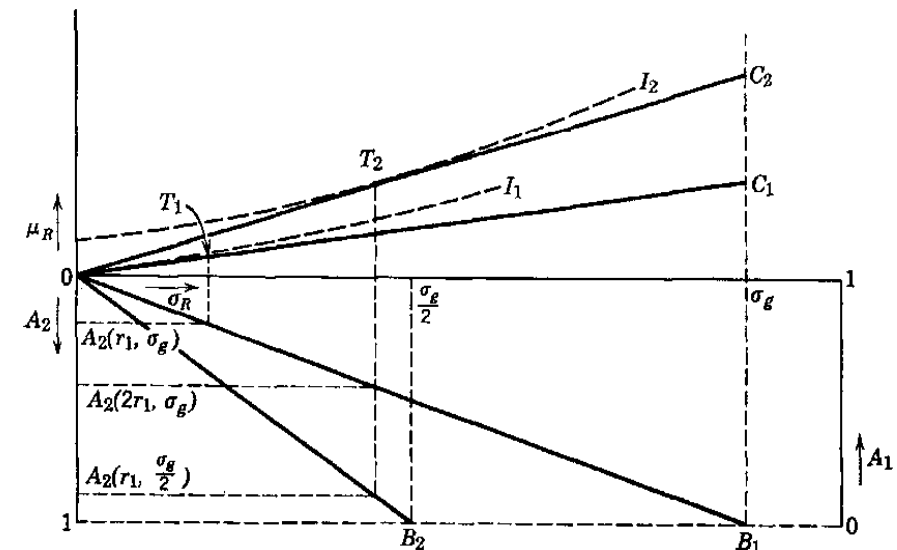


Figure 7 Comparison of effects of changes in interest rate ( $r$ ) and in “risk” ( $\sigma_g$ ) on holding of consols.

Το άρθρο κλείνει με την περίπτωση πολλαπλών εναλλακτικών τίτλων αντί μόνον Consols. Ο Tobin αναφέρει ότι το επιχείρημα δεν αλλάζει αφού θα αναφερόμαστε σε ένα σύνολο τίτλων σταθερού εισοδήματος διαφορετικής ωρίμανσης.

Είναι μια ιδέα που ξαναβρούμε μαζί με την συνάρτηση χρησιμότητας δευτέρου βαθμού στο CAPM με τη διαφορά ότι εκεί περιλαμβάνει και τίτλους μεταβλητού εισοδήματος (μετοχές), ακίνητα και άλλα.

So far it has been assumed that there is only one alternative to cash, and  $A_2$  has represented the share of the investor's balance held in that asset, "consols." The argument is not essentially changed, however, if  $A_2$  is taken to be the aggregate share invested in a variety of non-cash assets, e.g., bonds and other debt instruments differing in maturity, debtor, and other features. The return  $R$  and the risk  $\sigma_p$  on "consols" will then represent the average return and risk on a composite of these assets.

# Από τον Bernoulli στον Bachelier

Η ιδέα ότι η προτίμηση ρευστότητας και οι επενδυτικές επιλογές μπορούν να βασισθούν σε μια υποκειμενική καμπύλη χρησιμότητας ήταν περίπου 200 ετών όταν εμφανίσθηκε στο άρθρο του Tobin.

Είχε πρωτοεμφανισθεί σε ένα άρθρο του μαθηματικού Daniel Bernoulli γραμμένο στα λατινικά στη Ρωσική ακαδημία επιστημών στο πρώτο μισό του 18<sup>ου</sup> αιώνα. Η λογική του ήταν ότι η διαφοροποίηση του κινδύνου ανάμεσα σε ανεξάρτητα μεταξύ τους γεγονότα δεν μπορεί παρά να είναι υποκειμενική και να βασίζεται σε έναν υποκειμενικό συντελεστή αποστροφής στο κίνδυνο.

Η ιδέα αυτή πέρασε στη διδακτορική διατριβή του Γάλλου μαθηματικού Louis Bachelier (1900) που ξεκίνησε ανάποδα από ότι ο Tobin. Παρατήρησε ότι οι μεταβολές των τιμών των ομολόγων κινούνταν σαν τυχαίες μεταβλητές.

Γράφει χαρακτηριστικά ο Samuelson στον πρόλογο της Αγγλικής μετάφρασης της διατριβής του Bachelier

**“Early on, discoverers of Bachelier realized that Bachelier’s strict text involved price changes subject to absolute Gaussian distribution. By contrast, limited-liability common stocks can both rise and fall, but none of their prices can, by definition, go negative. Therefore, opportunistically I suggested replacing Bachelier’s absolute Gaussian distribution by ‘geometric’ Brownian motion based on log-Gaussian distributions.”**

Με αυτό εννοεί ότι η κανονική κατανομή μπορεί να αναπαρασταθεί από μια χρονολογική σειρά τυχαίων διακυμάνσεων που κινούνται εντός ενός συγκεκριμένου εύρους όπως στο σχήμα στα αριστερά.



Η ιδέα ότι η Wall Street είναι ένα casino συνεχίζει ο Samuelson βρήκε σκληρή αντίσταση στο οικονομολογικό επάγγελμα. Οι νεοκλασικοί οικονομολόγοι θεώρησαν ότι το «πετράδι του στέμματος» η νεοκλασική θεωρία των τιμών είχε χαθεί με την επικράτηση της στοχαστικής προσέγγισης.

Από τους βασικότερους επικριτές της ήταν ο Friedman. Γράφει χαρακτηριστικά και πάλι ο Samuelson.

**“Old-guard resistance to post-Bachelier finance is well exemplified by the distinguished Nobelist and libertarian Milton Friedman. Early in the 1950s he had reacted adversely to Harry Markowitz’s paradigm of portfolio optimization by mean-variance quadratic programming. It was not economics; nor was it at all interesting mathematics. Nor was this a hasty, tentative diagnosis. Forty years later in interviews with Reuters and the Associated Press, this truly great economist opined that the names of Markowitz, Sharpe, and Merton Miller would not be on connoisseurs’ lists of 100 likely Nobel candidates. In some university junior common rooms, this incident brought into remembrance Max Planck’s methodological dictum: science progresses funeral by funeral.”**

Ο Friedman βέβαια δεν έκανε αυτές τις δηλώσεις τυχαία. Θεωρούσε και όχι άδικα πώς αν κυριαρχεί το «φυσικό επιτόκιο» που είναι και το ποσοστό κέρδους πώς είναι δυνατόν οι επενδυτές να είναι “risk averters”. Καταλάβαινε ότι η ιδέα της «απόδοσης χωρίς κίνδυνο» ήταν ιδιαίτερα προβληματική σαν βάση της εξίσωσης των αποδόσεων ανάμεσα σε διαφορετικούς χρηματοπιστωτικούς τίτλους. Το κυριότερο ήταν ότι μπέρδευε τη ιδέα της νεοκλασικής ισορροπίας πλήρους απασχόλησης που πάσχιζε να αποδείξει. Πώς μπορούμε να ξέρουμε αν το “risk free rate” είναι το επιτόκιο πλήρους απασχόλησης;

Ο Samuelson φαίνεται να διαφωνεί, αφού θεωρεί ότι ανάλυση του Bachelier είναι ο πρόδρομος της υπόθεσης των «αποτελεσματικών αγορών». Δηλαδή, της επέκτασης της νεοκλασικής ισορροπίας στις αγορές κεφαλαίου. Όμως, όπως θα δούμε στο επόμενο μάθημα το «υπόδειγμα Martingale» που εισήγαγε αναφέρεται σε επενδυτές που είναι ουδέτεροι στο κίνδυνο (risk neutral) και προεξοφλούν τις αποδόσεις τους με βάση το «φυσικό επιτόκιο».

Αλλά ακόμα κι έτσι προϋπόθεση για την επέκταση της νεοκλασικής ισορροπίας στις αγορές κεφαλαίου είναι οι σταθεροί συντελεστές απόδοσης. Αλλιώς πώς θα μπορούσαν να έχουν όλοι πλούσιοι, φτωχοί μορφωμένοι και αμόρφωτοι την απόδοση της αγοράς και τίποτε περισσότερο ή λιγότερο;

$$2.24 \quad p_t = \frac{E_t(p_{t+1} + d_{t+1})}{1+r} \rightarrow p_{t+1} = \frac{E_{t+1}(p_{t+2} + d_{t+2})}{1+r} \text{ substituting back we get}$$

$$\rightarrow p_t = \frac{E_t\left(\frac{E_{t+1}(p_{t+2} + d_{t+2})}{1+r} + d_{t+1}\right)}{1+r}$$

Assuming infinite memory, in other words, that any information set  $\Phi_{t+1}$  is assumed superior to  $\Phi_t$ , the iterated expectations rule says that  $E_t(E_{t+1}(p_{t+2})) = E_t(p_{t+2})$  and the same holds for dividends. Therefore, the extended form of 2.24 can be written as follows:

$$2.25 \quad p_t = \frac{E_t(d_{t+1})}{1+r} + \frac{E_t(d_{t+2})}{(1+r)^2} + \frac{E_t(p_{t+2})}{(1+r)^2} \text{ substituting for } p_{t+2} \text{ and so on we get}$$

$$p_t = \frac{E_t(d_{t+1})}{1+r} + \frac{E_t(d_{t+2})}{(1+r)^2} + \frac{E_t(d_{t+3})}{(1+r)^3} + \dots + \frac{E_t(d_{t+n})}{(1+r)^n} + \frac{E_t(p_{t+n})}{(1+r)^n}$$

if the no bubble solution  $\frac{E_t(p_{t+n})}{(1+r)^n} \approx 0$  holds we arrive to the familiar relation

$$p_t = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{E_t(d_{t+n})}{(1+r)^n}$$

Έτσι ο Samuelson καταλήγει στην παραδοχή που είναι πλέον πάνδημη στο οικονομολογικό επάγγελμα

«Real life, in Wall Street or Lasalle Street, or the City of London, never accords perfectly to a stationary time series. Yet, should traders deny *any* stationarity to the economic history record—past, present, or future?»

**Κοντολογίς, όλο το επιχείρημα του Bachelier βασίζεται σε σταθερούς διαχρονικά συντελεστές απόδοσης που προκύπτουν από σχεδόν κανονικές κατανομές των τιμών.**

Αυτή η ιδιότητα είναι κεφαλαιώδους σημασίας για τον Bachelier. Ο λόγος είναι ότι ο Bachelier επιδιώκει πρωτίστως να αποτιμήσει «δικαιώματα» (options). Δηλαδή, παράγωγα χρηματοοικονομικά προϊόντα (συμβόλαια) που δίνουν τη δυνατότητα απόκτησης ενός υποκείμενου τίτλου (μετοχής, εμπορεύματος κλπ.) σε μελλοντική ημερομηνία. Για να αποτιμήσεις ένα τέτοιο χρηματοοικονομικό προϊόν χωρίς να ξέρεις την μελλοντική τιμή του υποκείμενου τίτλου θα πρέπει να γνωρίζεις τουλάχιστον την στατιστική κατανομή των τιμών.

Αυτή δεν μπορεί να είναι άλλη από την κανονική κατανομή αφού έτσι μόνο έτσι οι αποδόσεις είναι στάσιμες. Ο καλύτερος τρόπος να το καταλάβουμε είναι η φόρμουλα της παρούσας αξίας που αναπαρίσταται στο αριστερό μέρος της διαφάνειας.



Το σημερινό μάθημα υπογραμμίζει τα ακόλουθα

1. Με το συνδυασμό της κανονικής κατανομής με συναρτήσεις χρησιμότητας επιχειρήθηκε ο συνδυασμός της απόδοσης χρηματοπιστωτικών τίτλων με την «αποστροφή στο κίνδυνο».
2. Σκοπός αυτής της διασύνδεσης τη δεκαετία του 1950 ήταν αρχικά η θεωρητική αιτιολόγηση της «προτίμησης ρευστότητας» και κατόπιν η επέκταση της νεοκλασικής ισορροπίας στις αγορές χρήματος και κεφαλαίου μέσα από την υπόθεση των «αποτελεσματικών αγορών».
3. Σε αυτή την επιχειρηματολογία η απόλυτη ή σχετική σταθερότητα των αναγκαίων αποδόσεων των χρηματοπιστωτικών τίτλων είναι προϋπόθεση.
4. Αυτή είναι και η βάση της κίνησης Brown (Brownian motion) που είναι και η βασική συμβολή της διατριβής του Bachelier (1900).

Με βάση αυτά τα εργαλεία θα προχωρήσουμε στο επόμενο μάθημα στα υποδείγματα αποτίμησης κεφαλαιακών τίτλων και παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων από την ορθόδοξη θεωρία

## Βιβλιογραφία

**Bachelier, Louis (1900).** « *Théorie de la spéculation* », *Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure*, 3(17) : 21–86. In book form: *Théorie de la spéculation*, Paris : Gauthier-Villars, 1900. <https://patrimoine.sorbonne-universite.fr/fonds/item/3324-redirection> English translation as *Louis Bacheliers Theory of Speculation: The Origins of Modern Finance*. Translated and with commentary by Mark Davis and Alison Etheridge, Foreword by Paul A. Samuelson, Princeton, NJ:Princeton University Press, 2006. **(Introduction by Paul Samuelson, Book Chapter 1 and the dissertation chapters on Options and Probability (last chapter))**

**Bernoulli, Daniel (1738).** “*Specimen theoriae novae mensura sortis*”, *Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae*, Tomus V, (In Classe Mathematica), pp. 175-192 <https://archive.org/details/commentariiacade05impe/page/174/mode/2up> Διάγραμμα. <https://archive.org/details/commentariiacade05impe/page/n493/mode/2up> English translation as “Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk”, *Econometrica*, 22(1): 23-36 (1954). <https://doi.org/10.2307/1909829> <https://www.jstor.org/stable/1909829>

**Tobin, James (1958).** “*Liquidity Preference as Behavior Towards Risk*”, *Review of Economic Studies*, 25(2): 65-86. <https://doi.org/10.2307/2296205> <https://www.jstor.org/stable/2296205> . Cowles Foundation Discussion Paper No. 14 (1956) <https://elischolar.library.yale.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1230&context=cowles-discussion-paper-series>

**Weber, Max (1894).** “*Stock and Commodity Exchanges [Die Börse (1894)]*”, *Theory and Society*, 29 (3) (June 2000): 305-338. <https://www.jstor.org/stable/3108485> German edition: *Die Börse - I. Zweck und äußere Organisation*. Göttingen: Vandenhoeck und Ruprecht [Göttinger Arbeiterbibliothek, 1. Band, 2. u 3. Heft] <https://archive.org/details/WEBERMaxDieBoerseI.1894II.1896>