

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ

Κατεύθυνση: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΚΑΙ
ΑΝΑΛΥΣΗ ΚΙΝΔΥΝΟΥ

ΣΤΟΧΑΣΤΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΑΝΟΙΞΗ 2020

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΠΡΟΣΩΠΙΚΗΣ ΜΕΛΕΤΗΣ

ΟΜΑΔΑ 5η

Άσκηση 1η: Στις 6 Μαρτίου 2001, η μετοχή της *Cisco* πωλείται 13,62. Ένα *call – option* αυτής της μετοχής, που λήγει 20 Ιουλίου 2001, με *strike* 15, πωλείται αυτή την στιγμή στο χρηματιστήριο παραγώγων 2. Η εβδομαδιαία τυπική απόκλιση είναι 11.23% και το ετήσιο 'ακίνδυνο' επιτόκιο 2%. Υπολογίσατε την σημερινή αξία του *call – option* και συγκρίνατε με την τιμή του στο χρηματιστήριο παραγώγων.

Άσκηση 2η: Χρησιμοποιώντας τον τύπο του *riskless portfolio* (σημειώσεις *Black – Scholes – B*), δείξατε ότι: εάν ένα *riskless* χαρτοφυλάκιο έχει την μορφή: $P(S, F) = f(F) + g(S)$, τότε:

$$P(S, F) = F + c_1 S + c_2 S^{-\frac{2r}{\sigma^2}}$$

Άσκηση 3η: Με τα δεδομένα της προηγούμενης άσκησης, δείξατε ότι:

$$F(t, S) = -c_1 S - c_2 S^{-\frac{2r}{\sigma^2}} + c_3 e^{rt}$$

Άσκηση 4η: Έστω S μία μετοχή, $F(t, S)$ ένα παράγωγο και $P(S, F) = F \cdot g(S)$ ένα *riskless* χαρτοφυλάκιο. Δείξατε ότι:

$$g(S) = c_1 + c_2 S^{1 - \frac{2r}{\sigma^2}}$$

Άσκηση 5η: Έστω $c(t)$ η τιμή ενός *call option*. Δείξτε ότι για μεγάλα S_t , τότε:

$$c(t) \approx S_t - Ke^{-r(T-t)}$$

Άσκηση 6η: Έστω $c(t)$ η τιμή ενός *call option*. Δείξτε ότι:

$$\frac{dc(t)}{dS_t} = N(d_1)$$