(**Το δίλημμα του φυλακισμένου**). Θεωρούμε το παρακάτω παίγνιο σε κανονική μορφή γνωστό ως **το δίλημμα του φυλακισμένου**. Ο χώρος στρατηγικής των παιχτών (φυλακισμένων) 1 και 2 είναι το διμελές σύνολο $\{MO,O\}$, δηλαδή $S_1 = S_2 = \{MO,O\}$, όπου MO = μη ομολογία και O = ομολογία (οι εφικτές στρατηγικές των 1 και 2).

		2	
		MO	O
1	MO	-1,-1	-9,0
	O	0,-9	-6,-6

Βλέπουμε ότι για τον παίχτη 1 η στρατηγική MO κυριαρχείται αυστηρά από τη στρατηγική O γιατί αποφέρει μικρότερη χρησιμότητα von Neumann-Morgenstern για κάθε δεδομένη στρατηγική του 2. Πράγματι αν ο 2 επιλέξει να μην ομολογήσει τότε αν ο 1 δεν ομολογήσει έχει χρησιμότητα von Neumann-Morgenstern -1 ενώ αν ομολογήσει έχει χρησιμότητά 0 > -1. Αντίστοιχα αν ο 2 ομολογήσει τότε ο 1 θα επιλέξει να ομολογήσει και αυτός με δεδομένο ότι η χρησιμότητά σε αυτή την περίπτωση είναι ίση με -6 > -9. Συνεπώς ένας ορθολογικός 1 δεν θα επιλέξει ποτέ τη στρατηγική $MO \in S_1$ την οποία μπορούμε να διαγράψουμε όπως δείχνουμε στον παρακάτω πίνακα του παιγνίου στον οποίο έχουμε χρωματίσει τη συγκεκριμένη στρατηγική με μπλε δηλώνοντας ότι τη διαγράφουμε:

		2	
		MO	O
1	MO	-1,-1	-9,0
	O	0,-9	-6,-6

Λόγω συμμετρίας του παιγνίου (οι αποδόσεις στα κελιά της πρωτεύουσας διαγωνίου είναι ίσες μεταξύ τους ενώ οι αποδόσεις στα κελιά τα οποία είναι συμμετρικά ως προς την πρωτεύουσα ή κύρια διαγώνιο έχουν αλλάξει σειρά) το ίδιο αποτέλεσμα ισχύει και για τον παίχτη 2, δηλ. η στρατηγική $MO \in S_2$ είναι αυστηρά κυριαρχούμενη από τη στρατηγική O. Συνεπώς ένας ορθολογικός 2 δεν θα επιλέξει ποτέ τη στρατηγική $MO \in S_2$ την οποία διαγράφουμε χρωματίζοντας τη με μπλε:

		2	
		MO	O
1	MO	-1,-1	-9,0
	O	0,-9	-6,-6

Η στρατηγική $(O,O) \in S_1 \times S_2 = \{(MO,MO),(MO,O),(O,MO),(O,O)\}$ είναι η ισορροπία Nash του παιγνίου. Η μεθοδολογία την οποία εφαρμόσαμε διαγράφοντας τις αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές των 1 και 2 λέγεται **διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών** και προϋποθέτει όπως είδαμε ότι οι 1 και 2 είναι ορθολογικοί, δηλ. δεν παίζουν τις αυστηρά κυριαρχούμενες στρατηγικές. Όταν οι παίχτες σε ένα παίγνιο είναι ορθολογικοί τότε λέμε ότι υπάρχει **κοινή γνώση ορθολογικότητας τάξης μηδέν**. Συμπερασματικά επομένως η διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών σε συνδυασμό με την κοινή γνώση ορθολογικότητας τάξης μηδέν λύνει το δίλημμα του φυλακισμένου.

Εισάγουμε τα παρακάτω σχετικά θεωρήματα:

Θεώρημα 1. Έστω $G = \{S_1, S_2, ..., S_n; u_1, u_2, ..., u_n\}$ ένα παίγνιο σε κανονική μορφή. Αν η στρατηγική (συνδυασμός στρατηγικών) $(s_1^*, s_2^*, ..., s_n^*)$ είναι η μοναδική η οποία επιβιώνει από τη διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών τότε αυτή η στρατηγική είναι η μοναδική ισορροπία Nash του παιγνίου.

Στο δίλημμα του φυλακισμένου η στρατηγική (O,O) είναι η μοναδική η οποία επιβιώνει από τη διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών το οποίο συνεπάγεται ότι είναι η μοναδική ισορροπία Nash του παιγνίου όπως πράγματι διαπιστώσαμε.

Θεώρημα 2. Έστω $G = \{S_1, S_2, ..., S_n; u_1, u_2, ..., u_n\}$ ένα παίγνιο σε κανονική μορφή. Αν η στρατηγική (συνδυασμός στρατηγικών) $(s_1^*, s_2^*, ..., s_n^*)$ είναι ισορροπία Nash του παιγνίου τότε αυτή επιβιώνει από τη διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών.

Στο δίλημμα του φυλακισμένου η στρατηγική (O,O) είναι η (μοναδική) ισορροπία Nash του παιγνίου η οποία πράγματι επιβιώνει από τη διαδοχική απαλοιφή των αυστηρά κυριαρχούμενων στρατηγικών όπως διαπιστώσαμε.