

Ασκήσεις στις οικονομικές συναφτήσεις

12 Άσκηση

①

- $D(p) = 380 - 10p$ $S(p) = -5p^2 + 90p + 10$ 1) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $D(p)$ $p \in [0, 38]$
 2) Να βρεθεί το πεδίο τιμών της $D(p)$ $D(p) \in [0, 380]$ 3) Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της $S(p)$ $p \in [0, 9]$
 4) Να βρεθεί το πεδίο τιμών της $S(p)$ $S(p) \in [10, 415]$ 5) Να βρεθεί η τιμή και η ποσότητα ισορροπίας
 5)

$D(p) = S(p)$ Το π.ο. της $D(p)$ είναι $[0, 38]$. Το π.ο. της $S(p)$ είναι $[0, 9]$.

Άρα $p \in [0, 9]$.

$$D(p) = S(p) \Rightarrow 380 - 10p = -5p^2 + 90p + 10 \Rightarrow -5p^2 + 100p - 370 = 0 \Rightarrow 5p^2 - 100p + 370 = 0 \Rightarrow$$

$$p^2 - 20p + 74 = 0 \quad D = (-20)^2 - 4 \cdot 74 = 400 - 296 = 104, \quad p = \frac{20 \pm \sqrt{104}}{2} = 10 \pm \frac{\sqrt{26}}{2} = 10 \pm \sqrt{26}$$

$$p = \frac{20 - \sqrt{104}}{2} = \frac{20 - \sqrt{4 \cdot 26}}{2} = \frac{20 - 2\sqrt{26}}{2} = 10 - \sqrt{26}$$

$10 + \sqrt{26} \approx 15.099$ και έτσι απορρίπτεται. Επίσης $p = 10 - \sqrt{26} \in [0, 9]$ Άρα $p = 10 - \sqrt{26} \approx 4.901$

Άρα η ποσότητα στην ισορροπία είναι $q = D(p) = 380 - 10p = 380 - 10(10 - \sqrt{26}) = 280 + 10\sqrt{26} \approx 330.99$

Άσκηση

Έστω ότι η συνάρτηση των συνολικών εσόδων μιας επιχείρησης είναι $TR(q) = -q^3 + 18q^2 - 60q$, όπου q είναι η ποσότητα του προϊόντος που πωλείται στην αγορά. 1) Να προσδιοριστεί η ποσότητα q στην οποία η συνάρτηση των μέσων εσόδων ATR έχει τοπικό ακρότατο. Στη συνέχεια να χαρακτηριστεί το σημείο αυτό ως τοπικό μέγιστο ή ως τοπικό ελάχιστο και να βρεθεί η τιμή των ολικών εσόδων TR και των μέσων εσόδων ATR στο ακρότατο. 2) Να υπολογιστεί η συνάρτηση των οριακών εσόδων MR και να βρεθεί η τιμή της στο τοπικό ακρότατο του 1^{ου} ερωτήματος. 3) Να προσδιοριστεί η ποσότητα q για την οποία $MR = ATR$. Ζυγκρίνετε την ποσότητα αυτή με την ποσότητα του προϊόντος για την οποία υπάρχει ακρότατο στην ATR .

1) $TR(q) = -q^3 + 18q^2 - 60q$ $ATR(q) = \frac{TR(q)}{q} = \frac{-q^3 + 18q^2 - 60q}{q} = -q^2 + 18q - 60$ $A'TR(q) = -2q + 18$
 $A'TR(q) = 0 \Leftrightarrow -2q + 18 = 0 \Leftrightarrow q = 9$ Άρα η $ATR(q)$ παρουσιάζει τοπικό ακρότατο

q	9
A'TR(q)	-2 + 18
	+

στο $q = 9$ και παρουσιάζει τοπικό μέγιστο

στο $q = 9$ και παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $q = 9$. (2^{ος} τεστ) $A''TR(q) = -2 < 0 \forall q$ Άρα $A''TR(9) = -2 < 0$

Άρα η $ATR(q)$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $q = 9$ $TR(9) = -9^3 + 18 \cdot 9^2 - 60 \cdot 9 = -729 + 1458 - 540 = 189$

$ATR(9) = -9^2 + 18 \cdot 9 - 60 = -81 + 162 - 60 = 21$

$$2) \text{MTR}(q) = \frac{d\text{TR}(q)}{dq} \quad \text{TR}(q) = -q^3 + 18q^2 - 60q, \quad \text{MTR}(q) = \frac{d\text{TR}(q)}{dq} = -3q^2 + 36q - 60$$

(2)

$$\text{MTR}(q) = -3 \cdot 9^2 + 36 \cdot 9 - 60 = -3 \cdot 81 + 324 - 60 = 21$$

$$3) \text{ATR}(q) = \text{MTR}(q) \Rightarrow -q^3 + 18q^2 - 60q = -3q^2 + 36q - 60 \Rightarrow 2q^2 - 18q = 0 \Rightarrow 2q(q-9) = 0 \Rightarrow q=0 \text{ ή } q=9$$

Επομένως αφού $q > 0$, $q=9$. Αυτό είναι το q για το οποίο η $\text{ATR}(q)$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο.

Το q για το οποίο $\text{ATR}(q) = \text{MTR}(q)$ ισχύει με το q για το οποίο η συνάρτηση των μέσων/εσόδων $\text{ATR}(q)$ παρουσιάζει τοπικό μέγιστο. Αυτό ισχύει γενικά:

$$\text{ATR}(q) = \frac{\text{TR}(q)}{q} \Rightarrow \text{A'TR}(q) = \frac{T'R(q) \cdot q - \text{TR}(q) \cdot q'}{q^2} \xrightarrow{q'=1} \text{A'TR}(q) = \frac{T'R(q) \cdot q - \text{TR}(q)}{q^2}$$

$$\Rightarrow \text{A'TR}(q) = \frac{q(T'R(q) - \frac{\text{TR}(q)}{q})}{q^2} \Rightarrow \text{A'TR}(q) = \frac{T'R(q) - \frac{\text{TR}(q)}{q}}{q} \quad \text{Αν σπαιτήσω}$$

$$\text{A'TR}(q) = 0 \Rightarrow T'R(q) - \frac{\text{TR}(q)}{q} = 0 \Rightarrow \text{MTR}(q) - \text{ATR}(q) = 0 \Rightarrow \boxed{\text{MTR}(q) = \text{ATR}(q)}$$

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ

Άρα το q στο οποίο παρουσιάζει ακρότατο η $\text{ATR}(q)$ είναι το q για το οποίο $\text{MTR}(q) = \text{ATR}(q)$