ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 1
(ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΜΕΛΛΑΣ)

Διάλεξη 14-10-2020

(Βιβλιογραφία)

14/10/20 # Βιβλιογραφία ①

1. Κώτσιος Μαθηματικά για Οικονομολόγους Μαθ. Ι
2. Μαθηματικές Μέθοδοι Οικονομικής Ανάλυσης Chiang Wainwright Εκδ. Κριτ. Μαθ. Ι και Μαθ. ΙΙ
3. Mathematics for Economists with Applications James Bergin Έχει μεταφραστεί Μαθ Ι και Μαθ ΙΙ
4. Μαθηματικά Οικονομικής Ανάλυσης Κορκοτσίδη Εκδόσεις Παπαζήση Τόμος ΙΙ Μαθ. Ι

5. Μαθηματικά Οικονομικών Επιστημών (2)

Λουκάκη Εκδόσεις Σοφία

Τόμος I ΜαΘ I Τόμος II ΜαΘ II

6. Thomas Calculus ΜαΘ. I και ΜαΘ. II

Thomas Απειροστικός Λογισμός Τόμ. I ΜαΘ. I
Τόμ. II ΜαΘ II

-"- -"- -"-

7. Απειροστικός Λογισμός

Briggs Cochran Gillet Εκδόσεις Κριτική

ΜαΘ. I και ΜαΘ. II

③

8. Μαθηματικά Ι Edwards Penney
Εκδόσεις Ιων ΜαΘ. Ι και ΜαΘ. ΙΙ

9. Εφαρμοσμένα Μαθηματικά και Mathematica
Εκδόσεις Τζιόλα ΜαΘ. Ι και ΜαΘ. ΙΙ

10. Shaum's outline of Calculus, Fifth Edition
free on internet ΜαΘ Ι και ΜαΘ ΙΙ

Browser TOR
↓
gen.lib.rus.ec

gen.lib.rus.ec

$\boxed{\text{Edwards Penney}}$
ΤΙΤΛΟΣ ΒΙΒΛΙΟΥ

1 2 ③ ④ 5
□ □ □ □ □

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ 1 (ΕΥΑΓΓΕΛΟΣ ΜΕΛΛΑΣ)

Διάλεξη 14-10-2020

Πολλαπλασιασμός Πολυωνύμων

Παράδειγμα

$f(x) = x^2 + 1 \quad g(x) = x - 1$

$$f(x)g(x) = (x^2+1)(x-1) = x^3 - x^2 + x - 1$$

$f(x) = x + 1 \quad g(x) = x + 1$

$$f(x)g(x) = (x+1)(x+1) = x^2 + 1x + 1x + 1 = x^2 + 2x + 1$$

Ο πολλαπλασιασμός πολυωνύμων γίνεται χρησιμοποιώντας επιμεριστική ιδιότητα και προσθέτοντας τους συντελεστές των ομοβάθμιων όρων

Σταθερό πολυώνυμο

Το πολυώνυμο $f(x)=\alpha_0$, $\alpha_0 \in \mathbb{R}$, λέγεται σταθερό πολυώνυμο

- Αν $\alpha_0 \neq 0$, τότε ο βαθμός του σταθερού πολυωνύμου είναι 0
- Αν $\alpha_0 = 0$, τότε ο βαθμός του σταθερού πολυωνύμου ΔΕΝ ΟΡΙΖΕΤΑΙ

Παραδείγματα

$f(x)=2$ Σταθερό πολυώνυμο μηδενικού βαθμού

$f(x)=0$ Σταθερό πολυώνυμο του οποίου δεν ορίζεται ο βαθμός

$f(x) = 2 = 2x^0$ Πολυώνυμο μηδενικού βαθμού ⑥

$f(x) = 0 = 0x^0 = 0x^1 = 0x^2 = 0x^{15} = \cdots$ Έτσι ο βαθμός του μηδενικού πολυωνύμου δεν ορίζεται

Παραδείγματα Σταθερών Πολυωνύμων

Μηδενικό πολυώνυμο

$f(x) = 0$

Μονάδα

$f(x) = 1$

Παρατήρηση για το βαθμό

1.

$f(x) = x^3 + 1 \quad g(x) = x^4 + 2$

$f(x) + g(x) = x^4 + x^3 + 3$

$f(x) = x^3 + 1 \quad g(x) = -x^3 + x + 2$

$f(x) + g(x) = x + 3$

Συμπέρασμα: $\deg[f(x) + g(x)] \leq \max\{\deg f(x), \deg g(x)\}$

9. $f(x)=x^2+1 \quad g(x)=x+1$

$$f(x)\,g(x)=(x^2+1)(x+1)=x^3+x^2+x+1$$

Συμπέρασμα: $\deg[f(x)g(x)]=\deg[f(x)]+\deg[g(x)]$

Θεώρημα

1. Έστω ότι ισχύει $g(x)h(x)=O(x)$,

$$O(x)=0+0\cdot x+0\cdot x^2+0x^3+\dots+0x^n+\dots=0$$

τότε $g(x)=0$ ή $h(x)=0$

2. Αν για τα πολυώνυμα $g(x), h(x), f(x)$ και $f(x)\neq 0$, τότε

$$g(x)\,f(x)=h(x)\,f(x) \Longrightarrow g(x)=h(x)$$ (Ιδιότητα διαγραφής)

Ταυτότητα Ευκλείδιας Διαίρεσης

Για κάθε ζεύγος φυσικών αριθμών Δ, δ με $\Delta \geq \delta$, υπάρχουν μοναδικοί φυσικοί αριθμοί π, υ τέτοιοι ώστε $\Delta = \delta\pi + \upsilon$, με $0 \leq \upsilon < \delta$

Διαιρετέος Διαιρέτης πηλίκο υπόλοιπο

Δ	δ
υ	π

Παράδειγμα

$\Delta = 17 \quad \delta = 5 \quad \pi = 3 \quad \upsilon = 2 \quad (0 \leq \upsilon < \delta)$

Ταυτότητα Διαίρεσης για πολυώνυμα

Έστω $f(x)$, $g(x)$ πολυώνυμα με $g(x) \neq 0$ και $\deg[f(x)] \geq \deg[g(x)]$. Τότε υπάρχουν μοναδικά πολυώνυμα $\pi(x)$ και $\upsilon(x)$ τέτοια ώστε $f(x) = g(x)\,\pi(x) + \upsilon(x)$ με

Διαιρετέος

Διαιρέτης

Πηλίκο

Υπόλοιπο

$0 \leq \deg[\upsilon(x)] < \deg[g(x)]$,

$\deg[f(x)] - \deg[g(x)] = \deg[\pi(x)]$

ΔΙΑΙΡΕΤΕΟΣ ΔΙΑΙΡΕΤΗΣ ΠΗΛΙΚΟ

11

Διαιρετέος $\to f(x)$ | $g(x) \leftarrow$ Διαιρέτης

$\vdots$ | $\pi(x) \leftarrow$ Πηλίκο

Υπόλοιπο $\to \upsilon(x)$

Παράδειγμα

$$
\begin{array}{l|l}
x^4+3x^3+x^2-2x-1 & x^2-1 \\ \hline
\oplus\ -x^4+x^2 & x^2+3x+2 \\ \hline
3x^3+2x^2-2x-1 & \\
\oplus\ -3x^3+3x & \\ \hline
2x^2+x-1 & \\
\oplus\ -2x^2+2 & \\ \hline
x+1 \text{ (υπόλοιπο)} &
\end{array}
$$

$f(x)=$
$x^4+3x^3+x^2-2x-1$
Διαιρετέος

$g(x)=x^2-1$
Διαιρέτης

$\deg[f(x)]>\deg[g(x)]$

$\pi(x)=x^2+3x+2$

$\upsilon(x)=x+1$