



## Θεωρία Οικονομικής Μεγέθυνσης

Νίκος Θεοχαράκης

Μάρτιος 2024

Από τον δικτυακό τόπο History of Economic Thought Website

### Κεϋνσιανή μεγέθυνση

#### Περιεχόμενα

##### Επισκόπηση

Το υπόδειγμα Harrod-Domar

- (1) Ο Keynes και το Oxbridge
- (2) Υπόδειγμα Harrod I: Μακροοικονομική Αστάθεια
- (3) Υπόδειγμα Harrod II: Αστάθεια στην Απασχόληση
- (4) Υπόδειγμα Harrod III: Μεγέθυνση και Κύκλοι
- (5) Το υπόδειγμα Domar
- (6) Το υπόδειγμα Harrod-Domar Model στη συνέχεια
- (7) Βιβλιογραφικές αναφορές

#### Επισκόπηση

Οι ηρωικοί επιχειρηματίες του Schumpeter αναβιώνουν, αν και λιγότερο ηρωικά, στη *Γενική Θεωρία* (1936) του J.M. Keynes. Οι επενδύσεις, στο κεϋνσιανό σύστημα, είναι μια ανεξάρτητη (εξωγενής) υπόθεση που εξαρτάται από τον χρηματοπιστωτικό τομέα και τα «ζωικά πνεύματα» (animal spirits) των επιχειρηματιών.

Ο Keynes όμως δεν επέκτεινε τη θεωρία του για την ισορροπία που καθορίζεται από τη ενεργό ζήτηση σε μια θεωρία μεγέθυνσης. Αυτό ανέλαβαν να το διερευνήσουν οι Κεϋνσιανοί του Cambridge. Ο πρώτος που επέκτεινε τη *Γενική Θεωρία* σε ένα υπόδειγμα μεγέθυνσης ήταν ο Sir Roy F. Harrod, ο οποίος (μαζί με τον Evsey Domar) εισήγαγε το υπόδειγμα μεγέθυνσης «Harrod-Domar» (Harrod 1939, Domar 1946).

Υπενθυμίζουμε ότι στον Keynes, οι επενδύσεις είναι ένας από τους προσδιοριστικούς παράγοντες της συνολικής ζήτησης και ότι η συνολική ζήτηση συνδέεται με την παραγωγή (ή τη συνολική προσφορά) μέσω του πολλαπλασιαστή. Αφαιρώντας όλες τις άλλες συνιστώσες, μπορούμε να γράψουμε ότι, στην ισορροπία της αγοράς αγαθών:

$$Y = (1/s)I$$

όπου  $Y$  είναι το εισόδημα,  $I$  η επένδυση,  $s$  η οριακή τάση για αποταμίευση (και επομένως ο πολλαπλασιαστής είναι  $1/s$ ). Αλλά οι επενδύσεις, σημειώνουν οι Harrod και Domar, αυξάνουν την παραγωγική ικανότητα μιας οικονομίας, και αυτό από μόνο του θα πρέπει να αλλάξει την ισορροπία στην αγορά αγαθών.

Για «μεγέθυνση σταθερής κατάστασης» (steady state growth), στη γλώσσα των Harrod-Domar, η συνολική ζήτηση πρέπει να αυξάνεται με τον ίδιο ρυθμό με τον οποίο αυξάνεται η παραγωγική ικανότητα της οικονομίας. Τώρα, ο λόγος επενδύσεων-προϊόντος,  $I/Y$ , μπορεί να εκφραστεί ως  $(I/K)(K/Y)$ . Τώρα,  $I/K$  είναι ο ρυθμός συσσώρευσης κεφαλαίου και  $K/Y$  είναι ο λόγος κεφαλαίου- προϊόντος (τον συμβολίζουμε με « $v$ »). Έτσι, ο ρυθμός συσσώρευσης κεφαλαίου,  $I/K$ , είναι ο ρυθμός μεγέθυνσης της παραγωγικής δυναμικότητας (τον συμβολίζουμε με « $g$ »).

Επομένως, για τη σταθερή κατάσταση, πρέπει να ισχύει ότι  $I/K = (dY/dt)/Y = g$  (δηλαδή, ο ρυθμός συσσώρευσης κεφαλαίου/αύξης της παραγωγικής ικανότητας,  $I/K$ , και ο πραγματικός ρυθμός μεγέθυνσης του προϊόντος  $(dY/dt)/Y$ , πρέπει να είναι ίσοι με τον,  $g$ ). Συνεπώς, εισάγοντας τους όρους μας:

$$\frac{I}{Y} = \frac{I}{K} \frac{K}{Y} = gv$$

Αλλά θυμηθείτε τη συνθήκη ισορροπίας στην αγορά προϊόντος από τον πολλαπλασιαστή, δηλαδή,  $Y = (1/s)I$ , ο οποίος μπορεί να ξαναγραφεί  $I/Y = s$ . Έτσι, η συνθήκη για τη σταθερή μεγέθυνση είναι  $gv = s$ , ή απλά:

$$g = \frac{s}{v}$$

Συνεπώς,  $s/v$  είναι ο «εγγυημένος ρυθμός μεγέθυνσης» (warranted, απαιτούμενος, συστημικός) του προϊόντος. Ωστόσο, οι Harrod και Domar αρχικά θεωρούσαν τα  $s$  και  $v$  ως σταθερές (παραμέτρους) – που καθορίζονται από τις θεσμικές δομές. Αυτό οδηγεί στην περίφημη Harrodianή «κόψη του ξυραφιού» (knife edge, επί ξυρού ακμής): αν η πραγματική μεγέθυνση είναι βραδύτερη από τον εγγυημένο ρυθμό, τότε ουσιαστικά ισχυριζόμαστε ότι δημιουργείται πλεονάζουσα παραγωγική δυναμικότητα, δηλαδή η αύξηση της παραγωγικής δυναμικότητας μιας οικονομίας ξεπερνά την αύξηση της συνολικής ζήτησης. Αυτή η πλεονάζουσα παραγωγική δυναμικότητα θα ωθήσει από μόνη της τις επιχειρήσεις να επενδύσουν λιγότερο – αλλά, στη συνέχεια, αυτή η μείωση των επενδύσεων θα μειώσει από μόνη της περαιτέρω την αύξηση της ζήτησης – και έτσι, στην επόμενη περίοδο, δημιουργείται ακόμη μεγαλύτερη πλεονάζουσα παραγωγική δυναμικότητα.

Ομοίως, αν η πραγματική μεγέθυνση είναι ταχύτερη από τον εγγυημένο ρυθμό μεγέθυνσης, τότε η αύξηση της ζήτησης ξεπερνά την παραγωγική δυναμικότητα της οικονομίας. Η ανεπαρκής παραγωγική δυναμικότητα συνεπάγεται ότι οι επιχειρηματίες

θα προσπαθήσουν να αυξήσουν την παραγωγική δυναμικότητα μέσω επενδύσεων – αλλά αυτό από μόνο του συνεπάγεται αύξηση της ζήτησης, καθιστώντας την έλλειψη ακόμη πιο έντονη. Με τη ζήτηση πάντα ένα βήμα μπροστά από την προσφορά, το υπόδειγμα Harrod-Domar συνεπάγεται ότι αν δεν έχουμε αύξηση της ζήτησης και της παραγωγής με τον ίδιο ακριβώς ρυθμό, δηλαδή αν η ζήτηση δεν αυξάνεται με τον εγγυημένο ρυθμό, τότε η οικονομία είτε θα αναπτύσσεται, είτε θα καταρρέει επ' αόριστον.

Η «κόψη του ξυραφιού» επομένως, σημαίνει ότι η πορεία μεγέθυνσης στη σταθερή κατάσταση είναι ασταθής: η μόνη σταθερή πορεία μεγέθυνσης, η «κόψη του ξυραφιού», είναι εκεί όπου ο πραγματικός ρυθμός μεγέθυνσης είναι μόνιμα ίσος με  $s/v$ . Οποιοδήποτε μικρή διαταραχή που θα οδηγήσει την πραγματική μεγέθυνση να αποκλίνει από αυτό το μονοπάτι εξασφαλίζει ότι δεν θα επιστρέψουμε σε αυτό το μονοπάτι, αλλά θα απομακρυνθούμε περισσότερο από αυτό.

Ο Nicholas Kaldor (1955, 1957) – καθηγητής στο Cambridge – επιχείρησε να διασώσει το υπόδειγμα από την αστάθεια, προτείνοντας ότι η αποταμίευση είναι μεταβλητή και ότι θα «πηδήσει» στην τιμή που είναι απαραίτητη για να επαναφέρει τον πραγματικό ρυθμό μεγέθυνσης στην εγγυημένη πορεία του. Για να το δικαιολογήσει αυτό, ο Kaldor επέστρεψε στην κλασική θεωρία της διανομής του εισοδήματος με δύο τάξεις: τους καπιταλιστές (που αποταμιεύουν ένα μέρος των κερδών τους) και τους εργάτες (που αποταμιεύουν από τους μισθούς). Έτσι, αν ορίσουμε με  $s$  την ροπή προς αποταμίευση των καπιταλιστών και με  $s'$  την ροπή προς αποταμίευση εργαζομένων, τότε η συνολική αποταμίευση γίνεται:

$$S = sP + s'W$$

όπου  $P$  είναι τα κέρδη και  $W$  οι μισθοί. Φυσικά,  $W + P = Y$ , το συνολικό εισόδημα αποτελείται από τα κέρδη και τους μισθούς, οπότε  $W = Y - P$ . Καθώς οι καπιταλιστές αποταμιεύουν περισσότερο από τους εργαζόμενους, δηλ.,  $s > s'$ , τότε προφανώς οι αποταμιεύσεις σχετίζονται θετικά με το μερίδιο των κερδών στο εισόδημα,  $P/Y$ .

Για την ισορροπία στην αγορά προϊόντος, πρέπει να ισχύει ότι οι επενδύσεις είναι ίσες με τις αποταμιεύσεις,  $I = S$ . Ακολουθώντας το Κεϋνσιανό αξίωμα ότι οι επενδύσεις είναι ανεξάρτητες, τότε οι επενδύσεις καθορίζουν τις αποταμιεύσεις (ή, για να το διατυπώσουμε διαφορετικά, η συνολική ζήτηση καθορίζει τη συνολική προσφορά). Ωστόσο, όπως σημειώθηκε, τα κέρδη σχετίζονται θετικά με τις αποταμιεύσεις. Επομένως, αντικαθιστώντας προκύπτει ότι:

$$I = sP + s'(Y - P)$$

Διαιρώντας με  $Y$  και αναδιατάσσοντας έχουμε:

$$\frac{I}{Y} = s \frac{P}{Y} + s' \left( 1 - \frac{P}{Y} \right) \Rightarrow \frac{I}{Y} = (s - s') \frac{P}{Y} + s' \Rightarrow \frac{P}{Y} = \frac{1}{s - s'} \left( \frac{I}{Y} + s' \right) \Rightarrow$$

$$\frac{P}{Y} = \frac{1}{s-s'} \frac{I}{Y} + \frac{s'}{s-s'}$$

Με άλλα λόγια, δεδομένης της οριακής ροπής προς αποταμίευση κάθε τάξης, το σχετικό μέγεθος των κερδών στο εισόδημα εξαρτάται μόνο από την επενδυτική απόφαση,  $I/Y$ . Φυσικά, όσο περισσότερες είναι οι επενδύσεις, τόσο μεγαλύτερη είναι το αναγκαίο μερίδιο των κερδών που αφαιρείται από το εισόδημα.

Αν υποθέσουμε τώρα ότι οι εργαζόμενοι δεν αποταμιεύουν καθόλου, οπότε  $s' = 0$ , τότε καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι:

$$\frac{P}{Y} = \frac{1}{s} \frac{I}{Y}$$

όπου ο λόγος  $P/Y$  εξαρτάται από τον λόγο  $I/Y$ . Αυτό θυμίζει την περίφημη παρατήρηση του Keynes για την «υδρία της χήρας»<sup>1</sup>:

Όσο και αν οι επιχειρηματίες ξοδεύουν από τα κέρδη τους στην κατανάλωση, η αύξηση του πλούτου που ανήκει στους επιχειρηματίες παραμένει η ίδια όπως και πριν. Έτσι, τα κέρδη, ως πηγή αύξησης του κεφαλαίου για τους επιχειρηματίες, είναι ως η υδρία της χήρας που παραμένει ανεξάντλητη, όσο και άσωτη ζωή και αν κάνουν.

(J. M. Keynes, *Treatise on Money*, 1930: σ. 139)

Ή διαφορετικά, οποιαδήποτε προσπάθεια των καπιταλιστών να αυξήσουν την κατανάλωσή τους (και συνεπώς να μειώσουν τις αποταμιεύσεις), θα οδηγήσει απλώς σε αύξηση των κερδών – δημιουργώντας έτσι τις αποταμιεύσεις για να αντισταθμίσουν την αρχική τους μείωση. Ή, όπως μας υπενθυμίζει ο Kaldor (1955), πρόκειται απλώς για το ρητό του Kalecki ότι «οι καπιταλιστές κερδίζουν ό,τι ξοδεύουν και οι εργαζόμενοι ξοδεύουν ό,τι κερδίζουν».

Τι γίνεται αν δεν βρισκόμαστε σε ισορροπία στην αγορά αγαθών; Ας υποθέσουμε ότι έχουμε υπερβάλλουσα ζήτηση αγαθών, έτσι ώστε  $I > S$ , τότε οι επενδύσεις έχουν δημιουργήσει ένα επίπεδο κερδών που είναι πολύ χαμηλό για την ισορροπία, δηλαδή οι καπιταλιστές δεν έχουν αποταμιεύσει αρκετά. Κατά συνέπεια, καθώς ασκείται πίεση στην αγορά αγαθών, οι τιμές θα αυξηθούν και, υποθέτοντας ότι οι μισθοί είναι σταθεροί, οι πραγματικοί μισθοί θα μειωθούν, αυξάνοντας το μερίδιο των κερδών στο εισόδημα. Έτσι, το  $P/Y$  αυξάνεται, το οποίο με τη σειρά του αυξάνει την αποταμίευση, και ούτω καθεξής, μέχρι να αποκατασταθεί η ισορροπία.

<sup>1</sup> «Widow's cruse». Η αναφορά είναι στην Παλαιά Διαθήκη, όπου ο προφήτης Ηλιού ευλογεί την υδρία της χήρας να μην εξαντληθεί ποτέ: «ὅτι τάδε λέγει Κύριος· ἡ ὑδρία τοῦ ἀλεύρου οὐκ ἐκλείπει καὶ ὁ καψάκης τοῦ ἐλαίου οὐκ ἐλαττονήσει ἕως ἡμέρας τοῦ δοῦναι Κύριον τὸν ὑετὸν ἐπὶ τῆς γῆς» (*Βασιλειῶν Γ*, ις' 14).

Τι γίνεται με την μεγέθυνση; Υπενθυμίζεται ότι  $I/Y = (I/K)(K/Y)$ , όπου  $I/K$  είναι ο ρυθμός συσσώρευσης κεφαλαίου (ίσος με τον ρυθμό αύξησης της παραγωγικής δυναμικότητας,  $g$ ) και  $K/Y$  είναι ο λόγος κεφαλαίου προς προϊόν ( $v$ ).

Έτσι, μπορούμε να γράψουμε  $I/Y = gv$ .

Θυμηθείτε τώρα τη σχέση του Kaldor,  $P/Y = (1/s)I/Y$ . Συνεπώς

$$P/Y = gv/s$$

έτσι ώστε  $g = (s/v)P/Y$ . Υπενθυμίζοντας ότι  $v = K/Y$ , τότε αυτό μπορεί να ξαναγραφεί:

$$g = s(P/K)$$

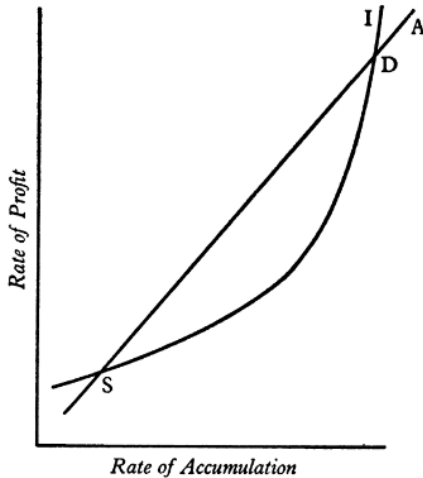
Αλλά πρέπει να σημειώσουμε ότι ο λόγος  $P/K$  είναι απλώς το ποσοστό κέρδους,  $r$ . Μπορούμε λοιπόν να ξαναγράψουμε τη σχέση:

$$r = g/s$$

το ποσοστό κέρδους είναι ίσο με τον ρυθμό μεγέθυνσης διαιρεμένο με τη ροπή προς αποταμίευση των καπιταλιστών - το οποίο είναι επίσης γνωστό ως ο «κανόνας του Cambridge» (Cambridge rule) για την μεγέθυνση. Σε ένα υπόδειγμα von Neumann, υπενθυμίζουμε, οι εργαζόμενοι δεν αποταμιεύουν (όπως εδώ), αλλά και οι καπιταλιστές αποταμιεύουν το σύνολο των κερδών (οπότε  $s = 1$ ). Σημειώστε όμως ότι στην περίπτωση αυτή, έχουμε  $r = g$ , ή αλλιώς μεγέθυνση «Χρυσού Κανόνα» (Golden Rule growth). Έτσι, βλέπουμε αμέσως τη συγγένεια μεταξύ των υποδειγμάτων μεγέθυνσης του Cambridge και των υποδειγμάτων μεγέθυνσης τύπου von Neumann. Η επέκταση του Morishima (1960, 1964) των υποδειγμάτων von Neumann που επέτρεπε την καπιταλιστική κατανάλωση παράγει ακριβώς αυτόν τον «κανόνα του Cambridge» για τον von Neumann.

Η Joan Robinson (1962) πρότεινε μια τροποποίηση ώστε να κατανοηθούν καλύτερα οι ιδιότητες αυτού του υποδείγματος. Δεν συζητήσαμε πραγματικά τι καθορίζει την επένδυση: απλώς θέσαμε μια σχέση πλήρους απασχόλησης, δηλαδή  $I/Y = gv$ , ώστε να επιτύχουμε τη σταθερή κατάσταση του Kaldor. Αλλά σίγουρα, σε έναν Κεϋνσιανό κόσμο, μια ανεξάρτητη επενδυτική συνάρτηση θα πρέπει να παραμένει ανεξάρτητη! Η Robinson (1962) έθεσε μια σχέση  $I/Y = f(P/Y)$  ή  $g = f(r)$ , όπου οι επενδυτικές αποφάσεις των επιχειρήσεων ήταν συναρτήσεις του (αναμενόμενου) κέρδους. Υποστήριξε ότι αυτή ήταν μια κοίλη συνάρτηση, βασισμένη στην αρχή του Kalecki (1937) του αυξανόμενου κινδύνου: οι επενδύσεις σχετίζονται θετικά με το αναμενόμενο κέρδος, αλλά με φθίνοντα ρυθμό - καθώς κάθε επιπλέον μονάδα επένδυσης σημαίνει μεγαλύτερο χρέος και συνεπώς μεγαλύτερο κίνδυνο για την επιχείρηση.

Ωστόσο, γνωρίζουμε από τη σχέση Kaldor,  $P/Y = (1/s)I/Y$  ή  $r = g/s$ , ότι τα κέρδη δημιουργούνται από μόνα τους από τις επενδύσεις. Έτσι, το ερώτημα της Robinson μπορεί να τεθεί ως εξής: πότε είναι αλήθεια ότι τα κέρδη που δημιουργούνται από την επένδυση στη σχέση Kaldor θα δημιουργήσουν τα ίδια επενδυτικές αποφάσεις που, με τη σειρά τους, δημιουργούν τα αρχικά κέρδη; Εναλλακτικά, τι είναι αυτό που εγγυάται ότι τα κέρδη που δημιουργούνται από τη σχέση Kaldor θα δημιουργήσουν τα ίδια το ποσό των επενδύσεων που απαιτούνται για τη διατήρησή τους; Αυτό είναι ένα ζήτημα ευστάθειας (stability).



Το παραπάνω διάγραμμα της Robinson (1962: σ. 48) για την κοίλη συνάρτηση Kalecki [ $g=f(r)$ ] και τη γραμμική συνάρτηση αυξανόμενου κινδύνου [ $r=g/s$ ] εξηγείται παρακάτω. Αν υποθέσουμε ότι όλα είναι καλά, τότε θα πρέπει να έχουμε δύο ισορροπίες όπου  $rs = g = f(r)$ . Εξετάστε πρώτα την ισορροπία στα δεξιά [σημείο D]. Στα δεξιά αυτής της ισορροπίας, η Robinson διατύπωσε την άποψη ότι η οικονομία παράγει λιγότερα κέρδη από τα προγραμματισμένα, και συνεπώς τα επενδυτικά σχέδια θα αναβληθούν, προκαλώντας από-συσσώρευση κεφαλαίου και συνεπώς μείωση της μεγέθυνσης. Αριστερά από αυτήν, η οικονομία παράγει περισσότερα κέρδη από τα προγραμματισμένα, και έτσι οι επιχειρήσεις θα αναθεωρήσουν τις προσδοκίες τους προς τα πάνω και θα επενδύσουν περισσότερο, αυξάνοντας έτσι τη συσσώρευση και την μεγέθυνση. Ως εκ τούτου, η δεξιά ισορροπία είναι ευσταθής. Μια παρόμοια άσκηση θα δείξει ότι η ισορροπία στα αριστερά [το σημείο S] είναι, για τους ίδιους λόγους, ασταθής.

Η Robinson (1962) συνέχισε να εμπλουτίζει την ανάλυσή της εισάγοντας την αύξηση της εργασίας, και εξετάζοντας τις επιπτώσεις που θα είχε αν στο υπόδειγμα συμπεριλαμβάνονταν ρητά η ανεργία, ο πληθωρισμός και η μέθοδος προσαρμογής. Συζητά τους διάφορους τύπους καταστάσεων μεγέθυνσης που θα μπορούσαν να αντιμετωπιστούν – Χρυσός Κανόνας και μη.

Μια άλλη τροποποίηση προτάθηκε από τον Luigi Pasinetti (1962). Είναι απίθανο οι εργαζόμενοι να μην αποταμιεύουν, όπως έχουμε υποθέσει. Αρχικά, ο Kaldor (1955) πρότεινε ότι οι εργαζόμενοι αποταμιεύουν από τους μισθούς, αλλά λιγότερο από τους

καπιταλιστές – σε αυτή την περίπτωση, τα κέρδη θα ήταν πιο ευαίσθητα στην επενδυτική απόφαση από ό,τι έχουμε επιτρέψει. Ωστόσο, ο Pasinetti (1962) το αποκάλεσε αυτό «λογικό ολίσθημα». Αν οι εργαζόμενοι μπορούν να αποταμιεύουν, θα πρέπει να έχουμε δύο διαφορετικούς «τύπους» κεφαλαίου που ανήκουν σε διαφορετικές τάξεις: το «κεφάλαιο των εργατών» και το «κεφάλαιο των καπιταλιστών». Ας συμβολίσουμε το πρώτο με  $K'$  και το δεύτερο με  $K$ . Τα κέρδη των κεφαλαίων αυτών είναι αντίστοιχα  $P$  και  $P'$ . Έτσι η συνολική αποταμίευση είναι  $S = sP + s'(P' + W)$ , οι εργαζόμενοι αποταμιεύουν τόσο από τα κέρδη όσο και από τους μισθούς.

Είναι απαραίτητο οι εργάτες να πληρώνονται έναν τόκο για το κεφάλαιό τους ακριβώς με τον ίδιο τρόπο που οι καπιταλιστές λαμβάνουν έναν τόκο κέρδος για το δικό τους. Με τον ανταγωνισμό και το arbitrage, ο Pasinetti υποστήριξε ότι το ποσοστό κέρδους/τόκου τόσο για τον καπιταλιστή όσο και για τους εργάτες επί του κεφαλαίου τους εξισώνεται. Ή:

$$P/K = P'/K' = r$$

Για τις αποταμιεύσεις, έστω ότι  $S$  είναι οι αποταμιεύσεις των καπιταλιστών και  $S'$  οι αποταμιεύσεις των εργαζομένων από τα κέρδη. Επομένως, για την μεγέθυνση σε σταθερή κατάσταση ισχύει ότι :

$$S/K = S'/K' = g$$

Μακροχρόνια, για να υπάρξει σταθερή κατάσταση, πρέπει να ισχύει ότι ο ρυθμός συσσώρευσης πρέπει να είναι ίσος τόσο για τους καπιταλιστές όσο και για τους εργάτες, δηλ.  $P/S = P'/S'$ , διαφορετικά, αν ο ρυθμός συσσώρευσης πλούτου είναι ταχύτερος για κάποια από τις δύο τάξεις, τότε θα υπάρξει αλλαγή στη διανομή και, ως αποτέλεσμα, αλλαγή στη σύνθεση της συνολικής ζήτησης. Στη μακροχρόνια ισορροπία, η συνολική ζήτηση πρέπει να είναι σταθερή, επομένως αυτή είναι μια αναγκαία υπόθεση.

Ωστόσο, ως συνέπεια αυτής της υπόθεσης, μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι:

$$\frac{P}{sP} = \frac{P'}{s'(W + P')}$$

όπου  $s$  και  $s'$  είναι η οριακή ροπή για αποταμίευση των καπιταλιστών και των εργαζομένων. Σημειώστε και πάλι ότι οι εργαζόμενοι αποταμιεύουν επίσης από τους μισθούς,  $W$ , καθώς και από τα κέρδη,  $P'$ , ενώ οι καπιταλιστές λαμβάνουν και αποταμιεύουν μόνο από τα κέρδη. Κάνοντας τις πράξεις:

$$s'(W + P') = sP'$$

Τώρα, αν οι επενδύσεις ( $I$ ) είναι ίσες με τη συνολική αποταμίευση, πράγμα που σημαίνει ότι:

$$I = s'(W + P') + sP$$

τότε χρησιμοποιώντας την προηγούμενη σχέση μας:

$$I = sP' + sP = s(P + P') = sP^*$$

Όπου  $P^* = P + P'$  είναι τα συνολικά κέρδη. Άρα

$$P^* = \frac{I}{s}$$

Άρα πρέπει να ισχύει ότι:

$$r = \frac{P^*}{K} = \frac{1}{s} \frac{I}{K} = g$$

Δηλαδή, για τη μακροχρόνια μεγέθυνση σταθερής κατάστασης του Χρυσού Κανόνα, πρέπει να ληφθεί υπόψη μόνο η ροπή των καπιταλιστών για αποταμίευση - η ροπή των εργαζομένων για αποταμίευση μπορεί να παραλειφθεί. Έτσι, ακόμη και με τις αποταμιεύσεις των εργαζομένων, ο «κανόνας του Cambridge» παραμένει ακλόνητος. Μόνο η αποταμιευτική τάση των καπιταλιστών έχει σημασία. Όπως σημειώνει ο Pasinetti (1962):

Μακροπρόθεσμα, η ροπή των εργαζομένων προς αποταμίευση, αν και επηρεάζει την κατανομή του εισοδήματος μεταξύ καπιταλιστών και εργαζομένων, δεν επηρεάζει την κατανομή του εισοδήματος μεταξύ κερδών και μισθών. Ούτε επηρεάζει το ποσοστό κέρδους!

Υπήρχαν όμως σημαντικές παραδοχές στο υπόδειγμα που δεν είχαν ακόμη συζητηθεί. Ο Pasinetti θέτει ως μία από τις προϋποθέσεις του για την εξασφάλιση της ύπαρξης ισορροπίας να είναι:

$$s > I/Y > s'$$

έτσι ώστε τα κέρδη να μην μπορούν να πάρουν «μηδενικό ή αρνητικό μερίδιο των μισθών» (Pasinetti, 1962). Αυτό, στην ουσία, ορίζει τον μηχανισμό προσαρμογής. Αν η διανομή μπορεί να οργανωθεί με κάποιο τρόπο έτσι ώστε να υπάρχει ένα «σωστό» επίπεδο κερδών που θα μας δώσει την αναγκαία αποταμίευση για να είμαστε σε ισορροπία: δηλαδή να γίνει  $I/K = s/v$ . Το πρώτο ερώτημα που πρέπει να τεθεί εδώ δεν είναι μόνο αν μπορούμε να υπολογίσουμε για ένα δεδομένο επίπεδο επενδύσεων ποιο θα είναι το επίπεδο κέρδους, αλλά αν θα υπάρξουν πιέσεις που θα μπορούσαν να το φέρουν σε ισορροπία. Εντός ορισμένων ορίων, υποστηρίζει ο Kaldor, μπορούν να λάβουν χώρα μεταβολές τέτοιες ώστε το  $P/Y$  να είναι συνάρτηση της μεταβολής του λόγου  $I/Y$ . Σύμφωνα με τον Kaldor, οι τιμές ανταποκρίνονται στα σχετικά ποσοστά των χρηματικών μισθών ως συνέπεια της ζήτησης. Ας υποθέσουμε, για παράδειγμα, ότι δεδομένης μιας υπερβάλλουσας ζήτησης αγαθών, οι τιμές θα αυξηθούν αλλά όχι οι μισθοί. Κατά



συνέπεια, υπάρχει μια μετατόπιση στη διανομή, έτσι ώστε να υπάρξει αύξηση του μεριδίου κέρδους. Δεδομένου ότι τα κέρδη αυξάνονται, αυτό συνεπάγεται ότι θα υπάρξει σημαντική αύξηση της αποταμίευσης.

Ωστόσο, όπως επισημαίνει ο J.E. Meade (1961), αν οι τιμές αυξηθούν σε σχέση με τους μισθούς, τότε ο πραγματικός μισθός μειώνεται. Με την υποκατάσταση μεταξύ κεφαλαίου και εργασίας, θα υπάρξει μεταβολή του λόγου κεφαλαίου-προϊόντος ( $v$ ). Επομένως, για να εφαρμοστεί η Καλντοριανή προσαρμογή, υπάρχει μια σιωπηρή εξάρτηση από ένα σταθερό λόγο κεφαλαίου- προϊόντος. Ωστόσο, ένα σταθερό  $v$  σημαίνει αναγκαστικά ότι δεν μπορούμε να είμαστε σε μακροχρόνια ισορροπία, αφού διαφορετικά η τεχνική θα ήταν απολύτως ευέλικτη.

Μπορεί ίσως να το θεωρήσει κανείς ως ένα υπόδειγμα vintage (γενεών), αλλά εδώ οι τιμές θα έπρεπε να μεταβάλλονται ταχύτερα από τους μισθούς. Η μεγαλύτερη δυσκολία σε αυτό το υπόδειγμα, παρ' όλα αυτά, παραμένει η προσαρμογή προς την πορεία σταθερής κατάστασης. Πώς προσαρμόζονται τα κέρδη ώστε να επιτευχθεί το ποσοστό αποταμίευσης στη σταθερή κατάσταση; Σύμφωνα με τον Kaldor, οι τιμές ανταποκρίνονται στα σχετικούς χρηματικούς μισθούς ως συνέπεια της ζήτησης. Ας υποθέσουμε, για παράδειγμα, ότι δεδομένης μιας υπερβάλλουσας ζήτησης αγαθών, οι τιμές θα αυξηθούν αλλά όχι οι μισθοί. Κατά συνέπεια, υπάρχει μια μετατόπιση στη διανομή, έτσι ώστε να υπάρξει αύξηση του μεριδίου των κερδών. Δεδομένου ότι τα κέρδη αυξάνονται, αυτό συνεπάγεται ότι θα υπάρξει σημαντική αύξηση της αποταμίευσης.

Μπορεί όμως να ασκηθεί μια γενικότερη κριτική. Μπορούμε να σημειώσουμε ότι με δεδομένο ένα απόθεμα κεφαλαίου, εργασίας και προϊόντος, αν οι τιμές κινούνται ταχύτερα από τους μισθούς, τότε τα κέρδη θα αυξηθούν, ενώ αν οι μισθοί κινούνται ταχύτερα από τις τιμές, τότε τα κέρδη θα μειωθούν – χωρίς να αλλάξουν οι τεχνικές. Η ποικιλία των συνεπειών αυτού του γεγονότος οδήγησε αρκετούς οικονομολόγους, όπως ο Meade (1961) και, αργότερα, ο Nell (1982), να υποστηρίξουν ότι, τουλάχιστον για ένα μακροχρόνιο υπόδειγμα, η θεωρία του Kaldor έχει έναν μάλλον φτωχό μηχανισμό προσαρμογής των τιμών. «Η θεωρία της διανομής του κ. Kaldor είναι πιο κατάλληλη για την εξήγηση του βραχυχρόνιου πληθωρισμού παρά της μακροχρόνιας μεγέθυνσης» (Meade, 1961: x).

## Κεϋνσιανή μεγέθυνση.

### Εισαγωγή

If the aggregated result of trial and error by numerous producers gives a value of  $G$  [actual growth] which is different from  $G_w$  [warranted growth], there will not be any tendency to adapt production towards  $G_w$ , but, on the contrary, a tendency to adapt production still further away from it whether on the higher or lower side.

Roy F. Harrod, *Towards a Dynamic Economics*, 1948: 87)

Faced with this difficulty [instability], I have been tempted...to enquire whether it is not possible, by some modification of Mr. Harrod's assumptions, to overcome the deficiency. The prize is a great one, for no one can study Mr. Harrod's work at all deeply without feeling that results of really great significance are just round the corner.

J.R. Hicks, "Harrod's Dynamic Theory", 1949, *Economica*: 109)

I hope that we shall hear no more of the "Harrod knife-edge." ...[T]his instability principle ... is only one part, and perhaps by now a minor part, of my total growth theory.

R.F. Harrod, "Harrod after Twenty-One Years: A Comment", 1970, *Economic Journal*: 741)

### (1) Keynes και το Oxbridge (Oxford & Cambridge)

Ο Keynes δεν επέκτεινε τη μακροοικονομική του θεωρία σε μακροπρόθεσμο ορίζοντα. Με αυτό εννοούμε ότι η Κεϋνσιανή μακροοικονομική ισορροπία εξαρτιόταν από ένα δεδομένο απόθεμα κεφαλαίου. Καθώς όμως υπάρχουν θετικές επενδύσεις στην ισορροπία του Keynes, τότε πρέπει να υπάρχουν μεταβαλλόμενα αποθέματα κεφαλαίου. Έτσι, η μακροοικονομική ισορροπία του σήμερα θα είναι διαφορετική από τη μακροοικονομική ισορροπία του αύριο. Η Κεϋνσιανή μακροοικονομική ισορροπία δεν θα μπορούσε, με αυτή την έννοια, να είναι «μόνιμη»- είναι απλώς «βραχυχρόνια».

Ο Sir Roy F. Harrod ήταν ίσως ο πρώτος που το παρατήρησε αυτό και ήταν ο Harrod (1936, 1939, 1948) που ξεκίνησε τη μετάβαση από τη βραχυχρόνια μακροοικονομική ισορροπία στις μακροχρόνιες θεωρίες της μεγέθυνσης και των κύκλων. Αναφερόμαστε στο ερευνητικό πρόγραμμα «Oxbridge», σε αναγνώριση του γεγονότος ότι το πρόγραμμα αυτό ξεκίνησε από τους οικονομολόγους της Οξφόρδης Roy Harrod και John Hicks, και συνεχίστηκε από οικονομολόγους του Cambridge όπως οι Joan Robinson, Nicholas Kaldor και Luigi Pasinetti.

Αν και η ανάπτυξη μιας Κεϋνσιανής θεωρίας των επιχειρηματικών κύκλων ήταν αναμφισβήτητα ο πρωταρχικός στόχος των ερευνητών του Oxbridge, είναι ίσως οι συνεισφορές τους στη θεωρία της μεγέθυνσης που είχαν ευρύτερο αντίκτυπο. Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι το πρόγραμμα του Oxbridge ήταν η πρώτη τέτοια προσπάθεια στον αγγλόφωνο κόσμο μετά τον John Stuart Mill έναν ολόκληρο αιώνα νωρίτερα!

Οι δύο συνεισφορές που έδωσαν το έναυσμα για θεωρία της μεγέθυνσης του ερευνητικού αυτού προγράμματος ήταν τα υποδείγματα του Roy Harrod (1939) και του Evsey Domar (1946). Αν και η τελική τους λύση τυχαίνει να είναι η ίδια, τα υποδείγματα Harrod και Domar είναι στην πραγματικότητα κατασκευασμένα με διαφορετικό τρόπο,

και έτσι τα εξετάζουμε χωριστά. Θα αναφερθούμε αργότερα στις συνεισφορές των οικονομολόγων του Cambridge (Kaldor, Robinson, Pasinetti κ.ά.). Για όσους επιθυμούν να παρακάμψουν τα ενδιάμεσα βήματα, εφιστούμε την προσοχή σας στην Ενότητα (5), η οποία περιέχει τη «σύγχρονη» (αλλά ανακριβή) εκδοχή του υποδείγματος μεγέθυνσης Harrod-Domar.

### **A) Μακροοικονομική αστάθεια**

Εξετάζουμε πρώτα την κατασκευή του Roy Harrod (1939, 1948). Έχουν υπάρξει πολυάριθμες τυποποιήσεις του υποδείγματος του Harrod. Στην παρούσα ενότητα θα παρουσιάσουμε απλώς μια ευρετική (heuristic) εκδοχή της θεωρίας του, αναβάλλοντας τις διάφορες τυποποιήσεις της θεωρίας του Harrod για αργότερα.

Ο κύριος στόχος του Harrod ήταν να ενσωματώσει την κεινσιανή θεωρία του πολλαπλασιαστή με τον επιταχυντή των επενδύσεων [για μια εξαιρετική περιγραφή του οράματος του Harrod για την οικονομική δυναμική, βλέπε Besomi (1999)]. Ο κεινσιανός πολλαπλασιαστής μας λέει ότι οι επενδύσεις δημιουργούν συνολική ζήτηση και κατά συνέπεια παραγωγή και αποταμίευση. Αλλά ο επιταχυντής των επενδύσεων – αυτό που ο Harrod ονόμασε «η Σχέση» (The Relation) – μας λέει ότι οι επενδύσεις οδηγούνται από τις προσδοκώμενες μεταβολές της συνολικής ζήτησης. Το βασικό ερώτημα του Harrod ήταν το εξής: τι συμβαίνει όταν αυτές οι προσδοκίες δεν εκπληρώνονται;

Το γιατί αυτό αποτελεί πρόβλημα θα πρέπει να είναι προφανές. Με βάση τον επιταχυντή, οι επιχειρηματίες επενδύουν με την προσδοκία ότι η μελλοντική ζήτηση θα είναι κάποιο συγκεκριμένο ποσό. Εάν επενδύσουν υπερβολικά, θα βιώσουν τη συσσώρευση αποθεμάτων και θα το εκλάβουν ως μήνυμα για να μειώσουν την επένδυση. Όμως, με βάση τον κεινσιανό πολλαπλασιαστή, αυτή ακριβώς η μείωση των επενδύσεων θα μειώσει περαιτέρω τη συνολική ζήτηση και την παραγωγή, οδηγώντας έτσι (με βάση τον επιταχυντή) σε περαιτέρω μειώσεις των επενδύσεων στο μέλλον κ.ο.κ. Αντίθετα, αν οι αρχικές προσδοκίες των επιχειρηματιών είναι πολύ χαμηλές, τότε θα επενδύσουν πολύ λίγο και κατά συνέπεια θα παρατηρήσουν τα αποθέματά τους να εξαντλούνται γρήγορα και έτσι θα ενισχύσουν τις επενδύσεις τους. Όμως, και πάλι, μέσω του πολλαπλασιαστή, αυτή ακριβώς η αύξηση των επενδύσεων θα οδηγήσει σε περαιτέρω αύξηση της συνολικής ζήτησης, και επομένως, μέσω του επιταχυντή, σε μεγαλύτερες επενδύσεις και περαιτέρω αύξηση της συνολικής ζήτησης κ.ο.κ.

Συνοψίζοντας, βλέπουμε, λοιπόν, ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ του πολλαπλασιαστή και του επιταχυντή μπορεί να οδηγήσει σε ανοδική ή καθοδική αστάθεια ανάλογα με την αρχική διαμόρφωση των επιχειρηματικών προσδοκιών. Εάν οι αρχικές προσδοκίες είναι «πολύ υψηλές», τότε θα υπάρξει μια σπειροειδής μείωση των επενδύσεων και της παραγωγής. Εάν οι αρχικές προσδοκίες είναι πολύ χαμηλές, έχουμε μια εκρηκτική επέκταση. Εάν, ωστόσο, οι προσδοκίες αυτές είναι «ακριβώς σωστές», έτσι ώστε η αύξηση της συνολικής ζήτησης να αναμένεται από τους επιχειρηματίες να είναι ακριβώς αυτό που αποδεικνύεται, τότε έχουμε μια περίπτωση «ισορροπημένης» ή «σταθερής» μεγέθυνσης.

Ο Roy Harrod (1939, 1948) παρουσίασε αυτή την ιδέα σε ένα μάλλον απλό υπόδειγμα. Όρισε

$$s = S/Y$$

όπου  $s$  είναι η ροπή για αποταμίευση από το εισόδημα. Σημειώστε ότι αυτό δεν είναι τίποτε άλλο από τον απλούστερο κεϋνσιανό πολλαπλασιαστή.

Τώρα, ο Harrod διέκρινε μεταξύ των *πραγματικών* [actual] (*ex post*, εκ των υστέρων) επενδύσεων,  $I_a$ , και των *προγραμματισμένων* [planned] (*ex ante*, εκ των προτέρων) επενδύσεων,  $I$ . Αυτά τα δύο μεγέθη δεν είναι απαραίτητο να είναι τα ίδια. Η πραγματική επένδυση είναι η προγραμματισμένη επένδυση συν οποιαδήποτε μη προγραμματισμένη συσσώρευση/ απομείωση των αποθεμάτων (inventory stocks),

$$I_a = I + \Delta V$$

όπου  $\Delta V$  είναι οι μεταβολές στα αποθέματα. Ο Harrod εισάγει στη συνέχεια τον ακόλουθο λόγο:

$$v_a \equiv \frac{I_a}{\Delta Y}$$

όπου μπορούμε να θεωρήσουμε το  $v_a$  ως τον πραγματικό «οριακό» λόγο κεφαλαίου-προϊόντος, «την αύξηση του κεφαλαίου ανά μονάδα αύξησης του προϊόντος που παράγεται πραγματικά» (Harrod, 1939: σ. 258). Σημειώστε ότι το  $v_a$  είναι ένας *ex post* (εκ των υστέρων) όρος. Ως αποτέλεσμα, ο ρυθμός πραγματικής μεγέθυνσης, που συμβολίζεται με  $g$ , μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$g = \frac{\Delta Y}{Y} = \frac{s}{v_a}$$

Σημειώστε ότι αυτή η εξίσωση είναι μια ταυτολογία, αφού προκύπτει από την εθνική λογιστική ταυτότητα  $I_a = S$ .

Στη συνέχεια, ο Harrod εισήγαγε τον λόγο  $v$  για να δείξει την τιμή του  $v_a$  όπου δεν υπάρχει ανεπιθύμητη συσσώρευση/απομείωση αποθεμάτων. Με άλλα λόγια, εάν  $v_a = v$ , τότε οι προσδοκίες των επιχειρηματιών εκπληρώνονται. Όρισε τον *εγγυημένο* (warranted, απαιτούμενο, συστημικό) *ρυθμό μεγέθυνσης*,  $g_w$ , ως εξής:

$$g_w = \frac{s}{v}$$

οπότε ο εγγυημένος ρυθμός είναι, «η συνολική αύξηση η οποία, αν εκτελεστεί, θα αφήσει τους επιχειρηματίες σε μια διανοητική και ψυχική κατάσταση στην οποία είναι έτοιμοι να συνεχίσουν μια παρόμοια αύξηση», (Harrod, 1948: σ. 82) (the over-all advance which, if executed, will leave entrepreneurs in a state of mind in which they are prepared to carry on a similar advance)

Μπορούμε να εξηγήσουμε την ιστορία της δυναμικής του επιταχυντή με λόγια.

Αν  $g = g_w$ , τότε λέμε ότι η πραγματική επένδυση είναι ίση με την προγραμματισμένη επένδυση και έτσι οι προσδοκίες εκπληρώνονται και οι επιχειρηματίες δεν έχουν κίνητρο να τις προσαρμόσουν. Αν, αντίθετα,  $g > g_w$ , η πραγματική αύξηση της παραγωγής υπερβαίνει τον εγγυημένο ρυθμό. Συνδέοντας τις εξισώσεις, αυτό σημαίνει ότι

$$\frac{s}{v_a} > \frac{s}{v} \Rightarrow I_a < I, \text{ δηλαδή η πραγματική επένδυση } (I_a) \text{ είναι μικρότερη από την}$$

προγραμματισμένη επένδυση ( $I$ ). Με άλλα λόγια, η υπερβολική αύξηση της παραγωγής (σκεφτείτε το ως υπερβολική αύξηση της συνολικής ζήτησης) σημαίνει ότι οι επιχειρηματίες θα διαπιστώσουν ότι τα αποθέματά τους εξαντλούνται και οι γραμμές παραγωγής τους είναι φορτωμένες και έτσι θα αισθανθούν ότι δεν έχουν επενδύσει αρκετά. Αλλά επενδύοντας, γνωρίζουμε από τη σχέση πολλαπλασιαστή ότι αυτό θα αυξήσει περαιτέρω την παραγωγή και έτσι θα ωθήσει το  $g$  περαιτέρω πάνω από το  $g_w$ . Αντίθετα, αν  $g < g_w$ , τότε  $I_a > I$ . Με άλλα λόγια, η πολύ μικρή αύξηση της παραγωγής σημαίνει ότι οι πραγματικές επενδύσεις υπερβαίνουν τις προγραμματισμένες επενδύσεις, δηλαδή τα αποθέματα συσσωρεύονται και ο παραγωγικός εξοπλισμός βρίσκεται σε αδράνεια. Οι επιχειρηματίες, θεωρώντας ότι έχουν επενδύσει υπερβολικά, θα μειώσουν τα μελλοντικά επενδυτικά τους σχέδια. Με βάση τον πολλαπλασιαστή, αυτό θα ωθήσει το  $g$  περαιτέρω κάτω από το  $g_w$ .

<http://www.hetwebsite.net/het/essays/growth/harrod/harrodone.htm#jorgensen>

<http://www.hetwebsite.net/het/essays/growth/harrod/harrodone.htm#rose>

### **Το υπόδειγμα Domar**

Το υπόδειγμα μεγέθυνσης του Evsey Domar (1946, 1947) ακολουθεί μια διαφορετική διαδρομή από εκείνη του υποδείγματος του Roy Harrod για να καταλήξει σε παρόμοιο συμπέρασμα. Ο Domar ενδιαφέρεται να βρει «τον ρυθμό μεγέθυνσης του εθνικού εισοδήματος που απαιτεί η διατήρηση της πλήρους απασχόλησης» (Domar, 1947: σελ.84). Ο Domar δίνει ιδιαίτερη προσοχή στον «δυναμικό χαρακτήρα της επενδυτικής διαδικασίας» (1947: σελ.89) - δηλαδή, ότι η αύξηση των επενδύσεων αυξάνει τη συνολική ζήτηση ενώ ταυτόχρονα αυξάνει την παραγωγική δυναμικότητα μιας οικονομίας. Ο Domar επικεντρώνεται στις λεπτομέρειες της «κούρσας» μεταξύ της δημιουργίας παραγωγικής δυναμικότητας και της μεγέθυνσης της συνολικής ζήτησης. Από αυτή την άποψη, ο Domar είναι ίσως πιο κοντά στην «Ηπειρωτική παράδοση» του Aftalion, του Fel'dman και της Σχολής του Κιέλου από ό, τι στον ίδιο τον Harrod.

Από την συνθήκη μακροοικονομικής ισορροπίας,  $S = I$ , και δεδομένου ότι  $S = sY$ , προκύπτει ότι

$$Y = (1/s)I$$

Κατά συνέπεια, οποιαδήποτε αύξηση των επενδύσεων, από τον πολλαπλασιαστή  $1/s$ , μεταφράζεται σε αύξηση της συνολικής ζήτησης και συνεπώς της παραγωγής.

Παραγωγίζοντας ως προς τον χρόνο έχουμε σε κάθε χρονική στιγμή:

$$\frac{dY}{dt} = \frac{1}{s} \frac{dI}{dt}$$

Η επένδυση όμως αυξάνει επίσης την «παραγωγική δυναμικότητα» (“capacity”) ή το «δυναμικό προϊόν» (“potential output”) της οικονομίας. Συμβολίζοντας με  $P$  το «δυναμικό προϊόν», ορίζουμε τον λόγο της παραγωγικής δυναμικότητας,  $P$ , ως προς το κεφάλαιο,  $K$ :

$$\sigma \equiv \frac{P}{K}$$

Άρα το  $\sigma$  είναι ο λόγος δυναμικού προϊόντος–κεφαλαίου. Παραγωγίζοντας ως προς τον χρόνο έχουμε:

$$\frac{dP}{dt} = \sigma \frac{dK}{dt} = \sigma I$$

Συνεπώς, όσο αυξάνει η επένδυση, η παραγωγική δυναμικότητα μεγεθύνεται κατά ένα ποσοστό  $\sigma$ .

Ορίζουμε τώρα τον λόγο της *χρήσης* (ή αξιοποίησης) της παραγωγικής δυναμικότητας ως τον λόγο προϊόντος– δυναμικού προϊόντος, δηλ., ως

$$u \equiv \frac{Y}{P}$$

Ο Domar ορίζει τη μεγέθυνση σταθερής κατάστασης (steady-state growth), ως τη μεγέθυνση της οποίας ο ρυθμός διατηρεί σταθερό τον λόγο της χρήσης παραγωγικής δυναμικότητας  $u$ , δηλ., όταν

$$g_u = 0 \Rightarrow g_Y = g_P \Rightarrow \frac{dY}{dt} = \frac{dP}{dt} \Rightarrow \frac{dY}{dt} = \frac{Y}{P} \frac{dP}{dt} \Rightarrow \frac{dY}{dt} = u \frac{dP}{dt}$$

Παρατηρείστε ότι αυτή η μεγέθυνση σταθερής κατάστασης είναι συμβατή και με την πλήρη απασχόληση (όταν  $P=Y$  άρα  $u=1$ ) και με την ανεργία (όταν  $P>Y$  άρα  $u<1$ ).

Συνεπώς είναι δυνατόν να έχουμε ισόρροπη μεγέθυνση με σταθερό ποσοστό ανεργίας. Παρά ταύτα, χωρίς απώλεια γενικότητας, μπορούμε να υποθέσουμε ότι στη σταθερή κατάσταση έχουμε πλήρη απασχόληση και να θέσουμε  $u = 1$ . Αυτό απλοποιεί την

εξίσωση ισορροπίας σε  $\frac{dY}{dt} = \frac{dP}{dt}$ . Αντικαθιστώντας από τις προηγούμενες εξισώσεις

λαμβάνουμε την θεμελιώδη εξίσωση του Domar':

$$\frac{1}{s} \frac{dI}{dt} = \sigma I \Rightarrow \frac{dI}{dt} = s\sigma I$$

Η εξίσωση αυτή είναι μια απλή γραμμική διαφορική εξίσωση πρώτου βαθμού η οποία επιλύεται εύκολα. Ολοκληρώνοντας έχουμε

$$I(t) = I_0 e^{s\sigma t}$$

όπου  $I_0$  είναι η αρχική επένδυση. Είναι προφανές ότι το  $s\sigma$  είναι ο ρυθμός μεγέθυνσης της επένδυσης στη σταθερή κατάσταση. Αναφερόμαστε στο  $s\sigma$  ως τον **απαιτούμενο ρυθμό μεγέθυνσης της επένδυσης**. Συνεπώς η επένδυση πρέπει να μεγαθύνεται εκθετικά με ρυθμό  $s\sigma$ , ούτως ώστε η χρήση (αξιοποίηση) της παραγωγικής δυναμικότητας να παραμένει σταθερή.

Η ερώτηση που έθεσε ο Domar ήταν «τι θα συνέβαινε αν ο πραγματικός ρυθμός μεγέθυνσης ήταν διαφορετικός από τον απαιτούμενο ρυθμό μεγέθυνσης  $s\sigma$ ; Για να το δούμε αυτό ας υποθέσουμε ο εκθετικός ρυθμός μεγέθυνσης της επένδυσης ήταν  $r$ :

$$I(t) = I_0 e^{rt}$$

Είναι απλό να διαπιστώσουμε ότι το προϊόν  $Y(t)$  μεγαθύνεται με τον ίδιο ρυθμό. Παραγωγίζοντας την προηγούμενη εξίσωση ως προς τον χρόνο έχουμε:

$$\frac{dI(t)}{dt} = rI_0 e^{rt}$$

Η μακροοικονομική ισορροπία απαιτεί

$$\frac{dY}{dt} = \frac{1}{s} \frac{dI}{dt} \Rightarrow \frac{dY}{dt} = \frac{r}{s} I_0 e^{rt}$$

Εφόσον όμως  $Y = \frac{I}{s}$ , τότε

$$Y = \frac{I}{s} = \frac{I_0}{s} e^{rt} \Rightarrow \frac{dY}{dt} = \frac{r}{s} I_0 e^{rt} = \frac{r}{s} I(t) = rY(t) \Rightarrow \frac{\frac{dY}{dt}}{Y(t)} = r \Rightarrow Y(t) = Y_0 e^{rt}$$

Άρα σε μακροοικονομική ισορροπία ισχύει ότι  $g_Y = g_I = r$

Γνωρίζουμε όμως από την εξίσωση που δείχνει πως αυξάνει η παραγωγική δυναμικότητα ότι

$$\frac{dP}{dt} = \sigma I$$

Άρα – μετά τις αντικαταστάσεις – έχουμε ότι

$$\frac{dP}{dt} = \sigma I = \sigma I_0 e^{rt}$$

Συνεπώς:

$$\frac{dY}{dt} - \frac{dP}{dt} = \frac{r}{s} I_0 e^{rt} - \sigma I_0 e^{rt} = \left( \frac{r}{s} - \sigma \right) I_0 e^{rt}$$

Άρα έχουμε ισορροπία σταθερής κατάστασης  $\frac{dY}{dt} = \frac{dP}{dt}$  μόνον όταν  $\frac{r}{s} = \sigma$ .

Ή, με άλλα λόγια, όταν ο πραγματικός ρυθμός μεγέθυνσης  $r$  δεν είναι ίδιος με τον απαιτούμενο ρυθμό μεγέθυνσης  $s\sigma$  τότε η παραγωγική δυναμικότητα,  $P$ , μεταβάλλεται. Συγκεκριμένα:

$$r > s\sigma \Rightarrow du/dt > 0$$

$$r = s\sigma \Rightarrow du/dt = 0$$

$$r < s\sigma \Rightarrow du/dt < 0$$

Η πρώτη συνθήκη συνεπάγεται ότι  $u \rightarrow \infty$  όταν  $r > s\sigma$ . Αυτό φαντάζει περίεργο διότι το ποσοστό αξιοποίησης της παραγωγικής δυναμικότητας δεν μπορεί να ξεπερνά τη μονάδα (πλήρης αξιοποίηση της παραγωγικής δυναμικότητας). Αλλά όταν το  $u > 1$  αυτό σημαίνει ότι η συνολική ζήτηση είναι πολύ μεγαλύτερη από την παραγωγική δυναμικότητα, δηλ., πληθωρισμό.

Η σύνδεση μεταξύ των υποδειγμάτων του Harrod και του Domar μπορεί εύκολα να γίνει αν σκεφτούμε ότι  $\sigma = 1/v$ , έτσι ώστε να ταιριάζει απόλυτα η συνθήκη σταθερής κατάστασης, δηλαδή  $r = s/v$ . Έτσι, η λύση και στα δύο υποδείγματα είναι η ίδια, αν και επιτυγχάνεται με διαφορετικά μέσα. Σημειώστε επίσης ότι η «επί ξυρού ακμής» ιδιότητα του υποδείγματος του Harrod είναι παρούσα και στο υπόδειγμα του Domar: αν ο πραγματικός ρυθμός αύξησης των επενδύσεων  $r$  δεν είναι ίσος με  $s\sigma$ , το σύστημα είναι ασταθές. Εάν  $r > s\sigma$ , τότε η αύξηση της συνολικής ζήτησης ξεπερνά την αύξηση της παραγωγικής ικανότητας και μάλιστα ολοένα και περισσότερο. Ομοίως, αν  $r < s\sigma$ , η συνολική ζήτηση δεν μπορεί να συμβαδίσει με τη χωρητικότητα που δημιουργείται, οπότε καταρρέουμε σε μηδενική αξιοποίηση της παραγωγικής δυναμικότητας.

Δεν είναι δύσκολο να κατανοήσουμε την διαισθητική λογική πίσω από τα υποδείγματα. Εάν οι επιχειρηματίες αντιληφθούν ότι  $r > s\sigma$  (δηλ. ότι η ζήτηση αυξάνεται πολύ γρήγορα), θα επιδιώξουν να αυξήσουν την παραγωγική τους δυναμικότητα. Ο μόνος τρόπος για να γίνει αυτό θα ήταν να αυξήσουν τις επενδύσεις και, συνεπώς, να αυξήσουν περαιτέρω τη ζήτηση. Αντίθετα, οι επιχειρηματίες που αντιμετωπίζουν τη συνθήκη  $r < s\sigma$  βλέπουν τη συνολική ζήτηση να αυξάνεται σχετικά αργά και έτσι, αναμένοντας ότι θα έχουν αναξιοποίητη παραγωγική δυναμικότητα, θα περιορίσουν τα σχέδια για νέες



επενδύσεις – μειώνοντας περαιτέρω τη συνολική ζήτηση και κάνοντας την απόκλιση ακόμη μεγαλύτερη.

### Βιβλιογραφικές αναφορές

- Alexander, Sidney S. (1950). “Mr. Harrod’s Dynamic Model”. *The Economic Journal*, 60(240): 724–739. <https://doi.org/10.2307/2226711>
- Besomi, Daniele (1999). *The Making of Harrod’s Dynamics*. London: Macmillan.
- Domar, Evsey D. (1946). “Capital Expansion, Rate of Growth, and Employment”. *Econometrica*, 14(2), 137–147. <https://doi.org/10.2307/1905364>
- Domar, Evsey D. (1947). “Expansion and Employment”. *The American Economic Review*, 37(1), 34–55. <http://www.jstor.org/stable/1802857>
- Domar, Evsey D. (1957) *Essays in the Theory of Economic Growth*. New York: Oxford University.
- Duesenberry, James S. (1958). *Business Cycles and Economic Growth*. New York: McGraw-Hill.
- Hahn, F. H., and R. C. O. Matthews (1964). “The Theory of Economic Growth: A Survey.” *The Economic Journal* 74, no. 296: 779–902. <https://doi.org/10.2307/2228848>
- Harrod, R. F. (1939) “An Essay in Dynamic Theory.” *The Economic Journal* 49, no. 193: 14–33. <https://doi.org/10.2307/2225181>
- Harrod, R. F. (1948) *Towards a Dynamic Economics: Some recent developments of economic theory and their application to policy*. London: Macmillan [Chapter “Fundamental Dynamic Theorems”]
- Harrod, R. F. (1952), *Economic Essays*, London: Harcourt, Brace & Co.
- Harrod, R. F. (1959). “Domar and Dynamic Economics”. *The Economic Journal*, 69(275), 451–464. <https://doi.org/10.2307/2228074>
- Harrod, R. F. (1960) “Second Essay in Dynamic Theory.” *The Economic Journal* 70, no. 278: 277–93. <https://doi.org/10.2307/2228728>
- Harrod, R. F. (1970). “Harrod after Twenty-One Years: A Comment”. *The Economic Journal*, 80(319), 737–741. <https://doi.org/10.2307/2229986>
- Harrod, R. F. (1973) *Economic Dynamics*. London: Macmillan.
- Hicks, J. R. (1949). “Mr. Harrod’s Dynamic Theory”. *Economica*, 16(62), 106–121. <https://doi.org/10.2307/2549852>
- Hicks, J. R. (1950) *A Contribution to the Theory of the Trade Cycle*. Oxford: Clarendon.
- Jorgenson, Dale W. (1960). “On Stability in the Sense of Harrod”. *Economica*, 27(107), 243–248. <https://doi.org/10.2307/2601674>
- Kahn, R. F. (1959). “Exercises in the Analysis of Growth”. *Oxford Economic Papers*, 11(2), 143–156. <http://www.jstor.org/stable/2662120>
- Kaldor, Nicholas. “Alternative Theories of Distribution.” *The Review of Economic Studies* 23, no. 2 (1955): 83–100. <https://doi.org/10.2307/2296292>
- Kaldor, Nicholas. (1957) “A Model of Economic Growth.” *The Economic Journal* 67, no. 268: 591–624. <https://doi.org/10.2307/2227704>

- Meade, J. E. (1961) *A Neo-classical Theory of Economic Growth*. London: Allen & Unwin.
- Meade, J. E. (1963). “The Rate of Profit in a Growing Economy”, *The Economic Journal*, 73(292), 665–674. <https://doi.org/10.2307/2228173>
- Meade, J. E., & Hahn, F. H. (1965). “The Rate of Profit in a Growing Economy”. *The Economic Journal*, 75(298), 445–448. <https://doi.org/10.2307/2229456>
- Pasinetti, Luigi L. (1966). “The Rate of Profit in a Growing Economy: A Reply”. *The Economic Journal*, 76(301), 158–160 <https://doi.org/10.2307/2229071>
- Meade, J. E. (1966). “The Outcome of the Pasinetti-Process: A Note”. *The Economic Journal*, 76(301), 161–165. <https://doi.org/10.2307/2229072>
- Nell, Edward J. (1982). “Growth, Distribution, and Inflation”. *Journal of Post-Keynesian Economics*, 5(1), 104–113. <http://www.jstor.org/stable/4537715>
- Pasinetti, Luigi L. (1962). “Rate of Profit and Income Distribution in Relation to the Rate of Economic Growth”. *The Review of Economic Studies*, 29(4), 267–279. <https://doi.org/10.2307/2296303>
- Phillips, A. W. (1961). “A Simple Model of Employment, Money and Prices in a Growing Economy”. *Economica*, 28(112), 360–370. <https://doi.org/10.2307/2601407>
- Phillips, A. W. (1962). “Employment, Inflation and Growth”. *Economica*, 29(113), 1–16. <https://doi.org/10.2307/2601516>
- Robinson, Joan (1949). “Mr. Harrod’s Dynamics”. *The Economic Journal*, 59(233), 68–85. <https://doi.org/10.2307/2225846> As reprinted in Robinson, 1951, *Collected Economic Papers*. New York: Augustus M. Kelley.
- Robinson, Joan (1956) *The Accumulation of Capital*. 1969 edition, London: Macmillan.
- Robinson, Joan (1962) *Essays in the Theory of Economic Growth*. 1968 edition, London: Macmillan.
- Rose, H. (1959). “The Possibility of Warranted Growth”. *The Economic Journal*, 69(274), 313–332. <https://doi.org/10.2307/2228008>
- Sen, Amartya Kumar (ed.). (1970) *Growth Economics: Selected Readings*. Harmondsworth: Penguin Books
- Smithies, Arthur. (1957). “Economic Fluctuations and Growth”. *Econometrica*, 25(1), 1–52. <https://doi.org/10.2307/1907741>