

**ΘΕΜΑ 1**

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad R_t = \beta_0 + \beta_1 M_t + \beta_2 G_t + u_t$$

όπου  $R$  είναι η απόδοση της μετοχής (σε %),  $M$  είναι η απόδοση της αγοράς (σε %) και  $G$  είναι ο ρυθμός ανάπτυξης (σε %). Με βάση ένα δείγμα 25 μηνών βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 0,5 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad SSR = 1,8, \quad R^2 = 0,45$$

**α)** (βαθμοί: 0,9) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης.

**β)** (βαθμοί: 1,3) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

**γ)** (βαθμοί: 1,4) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η μέση απόδοση της μετοχής είναι μικρότερη του -4% όταν η απόδοση της αγοράς είναι -2% και ο ρυθμός ανάπτυξης είναι 0%. ( $\alpha=0,05$ ).

**δ)** (βαθμοί: 1,4) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι η διακύμανση των σφαλμάτων  $V(u_t)$  για τις περιόδους κρίσης είναι τετραπλάσια σε σχέση με τις περιόδους ανάπτυξης. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος γ); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη διενέργεια στατιστικών ελέγχων στο υπόδειγμα (1) ( $\alpha=0,05$ ).

**ΘΕΜΑ 2**

Έστω η συνάρτηση παραγωγής Cobb–Douglas  $Y_t = \beta_0 K_t^{\beta_1} L_t^{\beta_2} \varepsilon_t$ , όπου  $Y$  είναι η παραγωγή (σε τεμάχια),  $K$  είναι το κεφάλαιο (σε χιλιάδες €) και  $L$  είναι η εργασία (σε δεκάδες άτομα). Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 20 ετών

$$(1) \quad \ln(\hat{Y}_t) = \underbrace{-0,5}_{(0,1)} + \underbrace{0,8}_{(0,1)} \ln(K_t) + \underbrace{0,5}_{(0,2)} \ln(L_t), \quad SST = 0,5, \quad SSR = 0,3$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τυπικά σφάλματα.

**α)** (βαθμοί: 1) Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης της παλινδρόμησης (1). Ποιά είναι η πρόβλεψη για την παραγωγή όταν το κεφάλαιο είναι 10.000€ και εργάζονται 20 άτομα;

**β)** (βαθμοί: 1,5) Για τα κατάλοιπα  $\hat{u}$  του υποδείγματος (1) βρέθηκε ότι

$$(2) \quad \hat{u}_t = -0,02 - 0,01 \ln(K_t) + 0,03 \ln(L_t) + 0,82 \hat{u}_{t-1}, \quad R^2 = 0,6$$

Ποιά υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση το υπόδειγμα (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ( $\alpha=0,05$ ). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στο υπόδειγμα (1);

γ) (βαθμοί: 2,5) Με βάση το ίδιο δείγμα βρέθηκε ότι

$$(3) \quad \ln(\hat{Y}_t) = 0,4 + 0,8 \ln(Y_{t-1}) + 1,5 \ln(K_t) + 0,8 \ln(L_t), \quad SSR = 0,4, DW = 2,2$$

(0,1)
(0,2)
(0,5)
(0,4)

Με χρήση κατάλληλων στατιστικών ελέγχων, τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στα υποδείγματα (1) και (3); ( $\alpha=0,05$ ). Ποιά είναι η αιτία του προβλήματος που προκύπτει στο ερώτημα β); Αιτιολογείστε.

### ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η προσδοκώμενη τιμή  $C^*$  της κατανάλωσης  $C$  καθορίζεται από το υπόδειγμα

$$C_t^* = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + u_t$$

όπου  $Y$  είναι το εισόδημα. Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής προσαρμογής ισχύει ότι

$$C_t - C_{t-1} = \gamma (C_t^* - C_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 40 ετών

$$(1) \quad \hat{C}_t = 2,42 + 0,48 Y_t + 0,35 C_{t-1} + 0,17 Y_{t-1}, \quad R^2 = 0,4$$

(0,08)
(0,12)
(0,05)
(0,06)

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τα τυπικά σφάλματα.

**α)** (βαθμοί: 3) **i)** Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού προσαρμογής  $\gamma$  και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι 0,8. ( $\alpha=0,05$ ). **ii)** Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

**β)** (βαθμοί: 2) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t$$

όπου  $I$  είναι η επένδυση και  $G$  είναι οι κυβερνητικές δαπάνες. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των εκτιμητών στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των (1) και (2). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι:  $Z_{0,05}=1,645, Z_{0,025}=1,96, t_{15,0,05}=1,753, t_{15,0,025}=2,131, t_{16,0,05}=1,746, t_{16,0,025}=2,120, t_{17,0,05}=1,74, t_{17,0,025}=2,11, t_{18,0,05}=1,734, t_{18,0,025}=2,101, t_{19,0,05}=1,729, t_{19,0,025}=2,093, t_{20,0,05}=1,725, t_{20,0,025}=2,086, t_{21,0,05}=1,721, t_{21,0,025}=2,08, t_{22,0,05}=1,717, t_{22,0,025}=2,074, F_{1,15,0,05}=4,543, F_{1,16,0,05}=4,494, F_{1,17,0,05}=4,451, F_{1,18,0,05}=4,414, F_{1,19,0,05}=4,381, F_{1,20,0,05}=4,351, F_{1,21,0,05}=4,325, F_{1,22,0,05}=4,301, F_{2,15,0,05}=3,682, F_{2,16,0,05}=3,634, F_{2,17,0,05}=3,592, F_{2,18,0,05}=3,555, F_{2,19,0,05}=3,522, F_{2,20,0,05}=3,493, F_{2,21,0,05}=3,467, F_{2,22,0,05}=3,443, F_{3,15,0,05}=3,287, F_{3,16,0,05}=3,239, F_{3,17,0,05}=3,197, F_{3,18,0,05}=3,16, F_{3,19,0,05}=3,127, F_{3,20,0,05}=3,098, F_{3,21,0,05}=3,072, F_{3,22,0,05}=3,049, \chi^2_{1,0,05}=3,841, \chi^2_{2,0,05}=5,991, \chi^2_{3,0,05}=7,815, \chi^2_{4,0,05}=9,488, \chi^2_{5,0,05}=11,07, \chi^2_{6,0,05}=12,592.$

Συμβολισμός: SST=Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR=Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE=Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.