

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 G_t + \beta_2 I_t + u_t$$

όπου Y είναι το μερίδιο των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας (σε %), G είναι το κατά κεφαλήν ΑΕΠ (σε χιλ. €) και I είναι ο λόγος επενδύσεων ως προς ΑΕΠ (σε %). Με βάση ένα δείγμα 27 χωρών βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 4,5 \\ 0,2 \\ 0,1 \end{pmatrix}, \quad SST = 18, \quad SSR = 15,6$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για το μερίδιο των ανανεώσιμων πηγών ενέργειας μίας χώρας με 2.000 € κατά κεφαλήν ΑΕΠ και 20% λόγο επενδύσεων ως προς ΑΕΠ.

δ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείγματος (1). ($\alpha=0,05$).

ε) (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $V(u_t) = \sigma^2|1 + \beta_1 G_t|$. Ποιες είναι οι συνέπειες στο διάστημα πρόβλεψης του ερωτήματος γ) και στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος δ); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για την κατασκευή διαστημάτων πρόβλεψης και για τη διενέργεια στατιστικών ελέγχων στο υπόδειγμα (1).

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad A_t = \beta_0 + \beta_1 C_t + \beta_2 G_t + \beta_3 E_t + u_t$$

όπου A είναι η ανεργία (σε %), C είναι η καραντίνα λόγω COVID-19 (με $C_t = 1$ αν το t τρίμηνο υπήρχε καραντίνα και $C_t = 0$ αλλού), G είναι ο ρυθμός μεταβολής του ΑΕΠ (σε %) και E είναι η αναλογία του πληθυσμού με πανεπιστημιακή εκπαίδευση (σε %). Με βάση ένα δείγμα 24 τριμήνων βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{A}_t = \underset{(0,8)}{22,4} + \underset{(0,4)}{4,8}C_t - \underset{(0,2)}{0,6}G_t - \underset{(0,1)}{0,5}E_t, \quad SST = 10, \quad R^2 = 0,42$$

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 0,22 + 0,42C_t, \quad R^2 = 0,5$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,01 - 0,02C_t + 0,05G_t + 0,03E_t + 0,04\hat{u}_{t-1} - 0,01\hat{u}_{t-2}, \quad R^2 = 0,3$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 0,5) Ποια είναι η πρόβλεψη για την ανεργία όταν υπάρχει καραντίνα, ο ρυθμός μεταβολής του ΑΕΠ είναι -1% και η αναλογία του πληθυσμού με πανεπιστημιακή εκπαίδευση είναι 40%;

β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά ότι η επίδραση της αναλογίας του πληθυσμού με πανεπιστημιακή εκπαίδευση στην ανεργία είναι αρνητική. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Ποιες υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στο υπόδειγμα (1); Αιτιολογείστε.

δ) (βαθμοί: 1,5) Με βάση το ίδιο δείγμα βρέθηκε ότι

$$(4) \quad \hat{A}_t = 28,2 + 6,2C_t - 0,4G_t + 0,2(G_t \cdot C_t) - 0,6E_t + 0,1(E_t \cdot C_t), \quad R^2 = 0,82$$

Με τη χρήση κατάλληλου στατιστικού ελέγχου να επιλέξετε ένα από τα υποδείγματα (1), (4). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1) και την πρόβλεψη για την ανεργία στο ερώτημα α); Βάσει του υποδείγματος που επιλέξατε, να υπολογιστεί η πρόβλεψη για την ανεργία. ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η κατανάλωση C προσδιορίζεται από την προσδοκώμενη τιμή Y^* του εισοδήματος Y από το υπόδειγμα

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t$$

Σύμφωνα με το υπόδειγμα των αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}^*), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 40 ετών

$$(1) \quad \hat{C}_t = 1,35 + 0,24Y_t + 0,25C_{t-1}, \quad R^2 = 0,3$$

(0,05) (0,04) (0,05)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) i) Να υπολογισθεί η εκτίμηση του βαθμού προσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι μικρότερος του 0,8. ($\alpha=0,05$). ii) Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad I_t = \delta_0 + \delta_1 I_{t-1} + \delta_2 Y_{t-1} + \delta_3 Y_{t-2} + \omega_t$$

$$(3) \quad Y_t = C_t + I_t$$

όπου I είναι η επένδυση και τα σφάλματα u και ω είναι ανεξάρτητα. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών στις (1), (2) και (3); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) άριστη εκτίμηση των συντελεστών στις (1), (2) και (3). Αιτιολογήστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{15,0,05}=1,753$, $t_{15,0,025}=2,131$, $t_{16,0,05}=1,746$, $t_{16,0,025}=2,120$, $t_{17,0,05}=1,74$, $t_{17,0,025}=2,11$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $t_{23,0,05}=1,714$, $t_{23,0,025}=2,069$, $t_{24,0,05}=1,711$, $t_{24,0,025}=2,064$, $F_{1,15,0,05}=4,543$, $F_{1,16,0,05}=4,494$, $F_{1,17,0,05}=4,451$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{1,23,0,05}=4,279$, $F_{1,24,0,05}=4,26$, $F_{2,15,0,05}=3,682$, $F_{2,16,0,05}=3,634$, $F_{2,17,0,05}=3,592$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{2,23,0,05}=3,422$, $F_{2,24,0,05}=3,403$, $F_{3,15,0,05}=3,287$, $F_{3,16,0,05}=3,239$, $F_{3,17,0,05}=3,197$, $F_{3,18,0,05}=3,16$, $F_{3,19,0,05}=3,127$, $F_{3,20,0,05}=3,098$, $F_{3,21,0,05}=3,072$, $F_{3,22,0,05}=3,049$, $F_{3,23,0,05}=3,028$, $F_{3,24,0,05}=3,009$, $F_{1,47,0,05}=4,047$, $F_{1,48,0,05}=4,043$, $F_{1,49,0,05}=4,038$, $F_{1,50,0,05}=4,034$, $F_{2,47,0,05}=3,195$, $F_{2,48,0,05}=3,191$, $F_{2,49,0,05}=3,187$, $F_{2,50,0,05}=3,183$, $F_{3,47,0,05}=2,802$, $F_{3,48,0,05}=2,798$, $F_{3,49,0,05}=2,794$, $F_{3,50,0,05}=2,790$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$, $d_{L,\alpha}=1,101$, $d_{U,\alpha}=1,656$.

Συμβολισμός: SST =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.