

**ΘΕΜΑ 1**

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 S_t + \beta_2 S_t^2 + u_t$$

όπου  $Y$  είναι το ωρομίσθιο (σε €) και  $S$  είναι η εκπαίδευση (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 23 ατόμων βρέθηκε ότι

$$X'X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ 0,5 \end{pmatrix}, \quad SST = 5, \quad SSR = 3$$

**α)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να βρεθεί και να ερμηνευθεί ο συντελεστής προσδιορισμού.

**β)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

**γ)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για το ωρομίσθιο όταν η εκπαίδευση είναι 5 έτη.

**δ)** (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν το μέσο ωρομίσθιο είναι 5€ όταν η εκπαίδευση είναι 2 έτη. ( $\alpha=0,05$ ).

**ε)** (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι ο ερευνητής θέλει να εξετάσει αν οι συντελεστές της παλινδρόμησης δεν διαφοροποιούνται για άνδρες και γυναίκες. Με τη βοήθεια ψευδομεταβλητών, να περιγράψετε τη διαδικασία ελέγχου της εν λόγω υπόθεσης. ( $\alpha=0,05$ ).

**ΘΕΜΑ 2**

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Q_t = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 Z_t + u_t$$

όπου  $Q$  είναι η ζήτηση του καφέ (σε κιλά),  $P$  είναι η τιμή του καφέ (σε €/κιλό) και  $Z$  είναι η τιμή της ζάχαρης (σε €/κιλό). Με βάση ένα δείγμα 20 μηνών βρέθηκε ότι

$$(1) \quad Q_t = 1,01 - 0,45 P_t - 0,24 Z_t, \quad SST = 10, \quad R^2 = 0,25$$

(0,05)    (0,09)    (0,12)

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 0,42 + 0,02 P_t + 0,01 P_t^4 - 0,01 Z_t^2, \quad R^2 = 0,01$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,01 - 0,03 P_t + 0,02 Z_t + 0,75 \hat{u}_{t-1}, \quad R^2 = 0,5$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τυπικά σφάλματα.

**α)** (βαθμοί: 1) Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης της παλινδρόμησης. Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση της τιμής της ζάχαρης στη ζήτηση του καφέ είναι αρνητική.

**β)** (βαθμοί: 2) Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ( $\alpha=0,05$ ). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος

(1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος α);

γ) (βαθμοί: 2) Με βάση το ίδιο δείγμα βρέθηκε ότι

$$(4) \quad Q_t = 0,22 + 0,78 Q_{t-1} - 0,19 P_t - 0,08 Z_t + 1,25 E_t, \quad SSE = 3, DW = 1,8$$

(0,02)
(0,1)
(0,05)
(0,03)
(0,15)

όπου  $E$  είναι το εισόδημα. Με χρήση κατάλληλων στατιστικών ελέγχων, τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στα υποδείγματα (1) και (4); ( $\alpha=0,05$ ). Ποιά είναι η αιτία του προβλήματος που προκύπτει στο ερώτημα β); Αιτιολογείστε.

### ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η κατανάλωση  $C$  προσδιορίζεται από την προσδοκώμενη τιμή  $Y^*$  του εισοδήματος  $Y$  από το υπόδειγμα

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t$$

Σύμφωνα με την υπόθεση των αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 24 μηνών

$$(1) \quad C_t = 7,22 + 0,45 Y_t + 0,75 C_{t-1}, \quad R^2 = 0,4$$

(0,05)
(0,09)
(0,05)

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) i) Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού αναπροσαρμογής  $\gamma$  και να ελεγχθεί αν ο βαθμός αναπροσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,3. ( $\alpha=0,05$ ). ii) Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t$$

$$(3) \quad G_t = \gamma_0 + \gamma_1 G_{t-1} + \gamma_2 I_{t-1} + \eta_t$$

όπου  $I$  είναι η επένδυση,  $G$  είναι οι κυβερνητικές δαπάνες και τα σφάλματα  $u$  και  $\eta$  είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους.

Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των εκτιμητών στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των (1), (2) και (3). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι:  $Z_{0,05}=1,645, Z_{0,025}=1,96, t_{15,0,05}=1,753, t_{15,0,025}=2,131, t_{16,0,05}=1,746, t_{16,0,025}=2,120, t_{17,0,05}=1,74, t_{17,0,025}=2,11, t_{18,0,05}=1,734, t_{18,0,025}=2,101, t_{19,0,05}=1,729, t_{19,0,025}=2,093, t_{20,0,05}=1,725, t_{20,0,025}=2,086, t_{21,0,05}=1,721, t_{21,0,025}=2,08, t_{22,0,05}=1,717, t_{22,0,025}=2,074, F_{1,15,0,05}=4,543, F_{1,16,0,05}=4,494, F_{1,17,0,05}=4,451, F_{1,18,0,05}=4,414, F_{1,19,0,05}=4,381, F_{1,20,0,05}=4,351, F_{1,21,0,05}=4,325, F_{1,22,0,05}=4,301, F_{2,15,0,05}=3,682, F_{2,16,0,05}=3,634, F_{2,17,0,05}=3,592, F_{2,18,0,05}=3,555, F_{2,19,0,05}=3,522, F_{2,20,0,05}=3,493, F_{2,21,0,05}=3,467, F_{2,22,0,05}=3,443, F_{3,15,0,05}=3,287, F_{3,16,0,05}=3,239, F_{3,17,0,05}=3,197, F_{3,18,0,05}=3,16, F_{3,19,0,05}=3,127, F_{3,20,0,05}=3,098, F_{3,21,0,05}=3,072, F_{3,22,0,05}=3,049, \chi^2_{1,0,05}=3,841, \chi^2_{2,0,05}=5,991, \chi^2_{3,0,05}=7,815, \chi^2_{4,0,05}=9,488, \chi^2_{5,0,05}=11,07, \chi^2_{6,0,05}=12,592, d_{L,0,05}=1,188, d_{U,0,05}=1,546.$

Συμβολισμός: SST=Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR=Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE=Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.