

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 S_t + \beta_2 E_t + u_t$$

όπου Y είναι το ωρομίσθιο (σε ευρώ €), S είναι η εκπαίδευση (σε έτη) και E είναι η προϋπηρεσία (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 23 ατόμων βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 25 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 0,5 \\ 0,2 \end{pmatrix}, \quad SST = 1, \quad R^2 = 0,8$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευτούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές της παλινδρόμησης.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για το μέσο ωρομίσθιο ενός ατόμου με 5 έτη εκπαίδευσης και 5 έτη προϋπηρεσίας.

δ) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση της εκπαίδευσης στο ωρομίσθιο είναι διπλάσια αυτής της προϋπηρεσίας ($\alpha=0,05$).

ε) (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $Var(u_t) = \sigma^2 (\beta_0 + \beta_1 E_t)^2$. Ποιές είναι οι συνέπειες στο διάστημα πρόβλεψης του ερωτήματος γ) και στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος δ); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για την κατασκευή διαστημάτων πρόβλεψης και για τη διενέργεια στατιστικών ελέγχων στο υπόδειγμα (1).

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$i_t = \beta_0 + \beta_1 \pi_t + \beta_2 g_t + u_t$$

όπου i είναι το επιτόκιο (σε %), π είναι ο πληθωρισμός (σε %) και g είναι ο ρυθμός ανάπτυξης (σε %). Με βάση ένα δείγμα 43 παρατηρήσεων βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{i}_t = \underset{(0,11)}{2,22} + \underset{(0,01)}{1,21} \pi_t + \underset{(0,05)}{0,25} g_t, \quad R^2 = 0,5, \quad SSR = 40$$

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 0,15 + 0,05 \pi_t - 0,01 \pi_t^2 - 0,02 g_t + 0,07 g_t^2 - 0,01 \pi_t g_t, \quad R^2 = 0,2$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,05 - 0,03 \pi_t + 0,01 g_t - 0,05 \hat{u}_{t-1} + 0,02 \hat{u}_{t-2}, \quad R^2 = 0,1$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν η επίδραση του πληθωρισμού στο επιτόκιο είναι μικρότερη της μονάδας. ($\alpha=0,05$).

β) (βαθμοί: 1) Έστω ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS το ακόλουθο υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(4) \quad \hat{r}_t = \underset{(0,01)}{0,74} g_t, \quad SSE = 60$$

όπου $r = i - \pi$ είναι το πραγματικό επιτόκιο (σε %) και ο αριθμός σε () είναι τυπικό σφάλμα.

Ποιά υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τα υποδείγματα (1) και (4); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Ποιές υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (2) και (3); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στους στατιστικούς ελέγχους των ερωτημάτων α) και β);

δ) (βαθμοί: 1) Έστω ότι ισχύει ότι $\pi_t = 0,8Q_t - 0,9W_t + 0,5u_t$, όπου Q και W είναι τυχαίες μεταβλητές που είναι ανεξάρτητες του σφάλματος u . Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη συνεπή εκτίμηση του υποδείματος (1).

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η κατανάλωση C προσδιορίζεται από την προσδοκώμενη τιμή Y^* του εισοδήματος Y από το υπόδειγμα

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t$$

Σύμφωνα με την υπόθεση των αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}^*), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 24 μηνών

$$(1) \quad C_t = 5,21 + 0,55Y_t + 0,42C_{t-1}, \quad R^2 = 0,4$$

(0,02) (0,05) (0,04)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) i) Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού αναπροσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός αναπροσαρμογής είναι μικρότερος του 0,7. ($\alpha=0,05$). ii) Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad Y_t = C_t + I_t$$

$$(3) \quad I_t = \delta_0 + \delta_1 I_{t-1} + \omega_t$$

όπου I είναι η επένδυση και τα σφάλματα u και ω είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των εκτιμητών στην (1); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των (1), (2) και (3).

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{1,38,0,05}=4,098$, $F_{1,39,0,05}=4,091$, $F_{1,40,0,05}=4,085$, $F_{1,41,0,05}=4,079$, $F_{2,38,0,05}=3,245$, $F_{2,39,0,05}=3,238$, $F_{2,40,0,05}=3,232$, $F_{2,41,0,05}=3,226$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$, $d_{L,0,05}=1,17$, $d_{U,0,05}=1,54$.

Συμβολισμός: SST=Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR=Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE=Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.