

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ

29 Ιουλίου 2014

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad K_i = \beta_0 + \beta_1 E_i + u_i$$

όπου K είναι η κατανάλωση (σε χιλιάδες €) και E είναι το εισόδημα (σε χιλιάδες €). Με βάση ένα δείγμα 52 ατόμων βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} -0,1 \\ 0,1 \end{pmatrix}, \quad SST = 2, \quad SSR = 1,5$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να βρεθεί και να ερμηνευτεί ο συντελεστής προσδιορισμού.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για την κατανάλωση ενός ατόμου με εισόδημα 1.000 €.

δ) (βαθμοί: 2) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \hat{K}_i = \underset{(0,16)}{-0,22} + \underset{(0,09)}{0,19} F_i + \underset{(0,21)}{0,42} E_i + \underset{(0,02)}{0,05} H_i, \quad SSR = 1,6$$

όπου H είναι η ηλικία (σε έτη), $F_i = 1$ αν το i άτομο είναι γυναίκα και $F_i = 0$ αλλιώς, και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. **i)** Με τη χρήση κατάλληλου στατιστικού ελέγχου να επιλέξετε ένα από τα υποδείγματα (1) και (2) ($\alpha=0,05$). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του υποδείματος (1); Αιτιολογείστε. **ii)** Να ελεγχθεί στατιστικά αν κατά μέσο όρο η κατανάλωση μίας γυναίκας ξεπερνάει κατά 100€ αυτήν ενός άνδρα με το ίδιο εισόδημα και την ίδια ηλικία ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 2

Έστω η συνάρτηση παραγωγής Cobb–Douglas $Y_t = \beta_0 K_t^{\beta_1} L_t^{\beta_2} \varepsilon_t$, όπου Y είναι το προϊόν, K είναι το κεφαλαίο και L είναι η εργασία. Έστω ότι εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 23 ετών

$$(1) \quad \ln(\hat{Y}_t) = \underset{(0,1)}{-1,51} + \underset{(0,1)}{0,35} \ln(K_t) + \underset{(0,2)}{0,46} \ln(L_t), \quad SST = 0,1, \quad SSE = 0,05, \quad Cov(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2) = -0,02$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείματος ($\alpha=0,05$).

β) (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση ότι το άθροισμα των ελαστικοτήτων του προϊόντος ως προς το κεφάλαιο και την εργασία είναι μικρότερο της μονάδας ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Για τα κατάλοιπα \hat{u} του υποδείγματος (1) βρέθηκαν τα αποτελέσματα

$$(2) \quad \hat{u}_t = 0,05 + 0,09 \ln(K_t) - 0,01 \ln(L_t) - 0,08 \hat{u}_{t-1}, \quad R^2 = 0,1$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = 0,03 + 0,04 \ln(K_t) - 0,02 \ln(L_t) + 0,01 \hat{u}_{t-1} - 0,02 \hat{u}_{t-2} - 0,05 \hat{u}_{t-3}, \quad R^2 = 0,3$$

Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών της (1); Ποιες είναι οι συνέπειες στους ελέγχους των ερωτημάτων α) και β); ($\alpha=0,05$). Αιτιολογείστε.

δ) (βαθμοί: 1) Έστω ότι για το σφάλμα u του υποδείγματος (1) ισχύει ότι $Var(u_t) = \sigma^2 |\beta_0 + \beta_1 K_t|$. Ποιες είναι οι συνέπειες στους ελέγχους των ερωτημάτων α) και β); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη διενέργεια των ελέγχων στο (1). Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω το σύστημα εξισώσεων

$$(1) \quad X_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \varepsilon_t$$

$$(2) \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 Z_{t-1} + \eta_t$$

$$(3) \quad Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_{t-1} + \gamma_2 Q_{t-2} + u_t$$

όπου X , Y και Z είναι ενδογενείς μεταβλητές, Q είναι εξωγενής μεταβλητή, και ε , η και u είναι τα σφάλματα που συσχετίζονται ταυτόχρονα μεταξύ τους.

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθούν οι εξισώσεις ανηγμένης μορφής.

β) (βαθμοί: 2) Προτείνετε κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης για να λάβετε **i**) συνεπείς εκτιμήσεις των (1), (2) και (3), **ii**) συνεπείς και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματικές εκτιμήσεις των (1), (2) και (3). Αιτιολογείστε.

γ) (βαθμοί: 2) Βάσει ενός δείγματος 50 ετών εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η εξίσωση (3)

$$\hat{Z}_t = 4,2 + 0,5 Z_{t-1} + 1,8 Q_{t-2}$$

(0,3) (0,1) (0,3)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Να εκτιμηθούν ο βραχυχρόνιος, ο πρώτος και ο τρίτος ενδιάμεσος πολλαπλασιαστής της Z ως προς την Q . Δίνεται τώρα ότι $DW = 1,4$. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των πολλαπλασιαστών της Z ως προς την Q ; ($\alpha=0,05$). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{1,47,0,05}=4,047$, $F_{1,48,0,05}=4,043$, $F_{1,49,0,05}=4,038$, $F_{1,50,0,05}=4,034$, $F_{2,47,0,05}=3,195$, $F_{2,48,0,05}=3,191$, $F_{2,49,0,05}=3,187$, $F_{2,50,0,05}=3,183$, $F_{3,47,0,05}=2,802$, $F_{3,48,0,05}=2,798$, $F_{3,49,0,05}=2,794$, $F_{3,50,0,05}=2,790$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $d_{L,0,05}=1,462$, $d_{U,0,05}=1,628$.