ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Ασκήσεις: **09**

Βιολέττα Δάλλα

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Θέμα 3, Σεπτέμβριος 2017

α) i) Ισχύει ότι

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}^*) \Leftrightarrow$$
$$Y_t^* - (1-\gamma)Y_{t-1}^* = \gamma Y_t \Leftrightarrow$$
$$Y_t^* - (1-\gamma)LY_t^* = \gamma Y_t \Leftrightarrow$$
$$(1-(1-\gamma)L)Y_t^* = \gamma Y_t \Leftrightarrow$$
$$Y_t^* = (1-(1-\gamma)L)^{-1}\gamma Y_t$$

και

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t^* + u_t \Rightarrow$$
$$C_t = \beta_0 + \beta_1(1-(1-\gamma)L)^{-1}\gamma Y_t + u_t \Rightarrow$$
$$(1-(1-\gamma)L)C_t = (1-(1-\gamma)L)\beta_0 + \beta_1\gamma Y_t + (1-(1-\gamma)L)u_t \Rightarrow$$
$$C_t - (1-\gamma)LC_t = \beta_0 - (1-\gamma)L\beta_0 + \beta_1\gamma Y_t + u_t - (1-\gamma)Lu_t \Rightarrow$$
$$C_t - (1-\gamma)C_{t-1} = \beta_0 - (1-\gamma)\beta_0 + \beta_1\gamma Y_t + u_t - (1-\gamma)u_{t-1} \Rightarrow$$

$$C_t = \beta_0\gamma + \beta_1\gamma Y_t + (1-\gamma)C_{t-1} + (u_t - (1-\gamma)u_{t-1}) \Rightarrow$$
$$C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 C_{t-1} + \varepsilon_t \ \ (1)$$

όπου $\alpha_0 = \beta_0\gamma$, $\alpha_1 = \beta_1\gamma$, $\alpha_2 = 1-\gamma$ και $\varepsilon_t = u_t - (1-\gamma)u_{t-1}$.

Το θεωρητικό υπόδειγμα παλινδρόμησης (1) αντιστοιχεί στο εκτιμώμενο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1).

OLS εκτιμητής $\widehat{\gamma}$ του βαθμού προσαρμογής γ:

$$\alpha_2 = 1-\gamma \Leftrightarrow \gamma = 1-\alpha_2 \Rightarrow \widehat{\gamma} = 1-\widehat{\alpha}_2 = 1-0,45 = 0,55$$

Βαθμός προσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,4 $\Leftrightarrow \gamma > 0,4 \overset{\alpha_2=1-\gamma}{\Leftrightarrow} \alpha_2 < 0,6$

Στατιστικός έλεγχος για έναν συντελεστή παλινδρόμησης

Υποθέσεις: $H_0 : \alpha_2 = 0,6$ έναντι $H_1 : \alpha_2 < 0,6$

Στατιστική ελέγχου: $t = \frac{\widehat{\alpha}_2 - \alpha_2^*}{s_{\widehat{\alpha}_2}} = \frac{0,45-0,6}{0,01} = -15$

Κρίσιμη περιοχή: $t < -t_{T-K-1,\,\alpha} = -t_{24-2-1,\,0{,}05} = -t_{21,\,0{,}05} = -1,721$

Απόφαση: Απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Βαθμός προσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,4.

ii) Υπόδειγμα παλινδρόμησης:

(1) $C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 C_{t-1} + \varepsilon_t$

Βραχυχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα:

$$\pi_0 = \frac{\partial E(C_t)}{\partial Y_t} = \alpha_1 \Rightarrow \widehat{\pi}_0 = \widehat{\alpha}_1 = 0,22$$

(η ερμηνευτική μεταβλητή C_{t-1} δεν θα μεταβληθεί γιατί είναι προκαθορισμένη τη χρονική περίοδο t)

Μακροχρόνια, οι μεταβλητές είναι σε ισορροπία $\Rightarrow C_t = C_{t-1} = \widetilde{C}$, $Y_t = \widetilde{Y}$ και $\varepsilon_t = \widetilde{\varepsilon} = E(\varepsilon_t) = 0$, όπου $\widetilde{C}$, $\widetilde{Y}$ και $\widetilde{\varepsilon}$ είναι οι μακροχρόνιες τιμές των μεταβλητών C, Y και ε, αντίστοιχα.

Μακροχρόνια, το υπόδειγμα (1) είναι

$$\widetilde{C} = \alpha_0 + \alpha_1 \widetilde{Y} + \alpha_2 \widetilde{C} + \widetilde{\varepsilon} \Leftrightarrow$$

$$(1-\alpha_2)\widetilde{C} = \alpha_0 + \alpha_1 \widetilde{Y} + 0 \Leftrightarrow$$

$$\widetilde{C} = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_2} + \frac{\alpha_1}{1-\alpha_2}\widetilde{Y}$$

Μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα:

$$\pi = \frac{\partial \widetilde{C}}{\partial \widetilde{Y}} = \frac{\alpha_1}{1-\alpha_2} \Rightarrow \widehat{\pi} = \frac{\widehat{\alpha}_1}{1-\widehat{\alpha}_2} = \frac{0,22}{1-0,45} = 0,489$$

β) Σύστημα εξισώσεων διαρθρωτικών εξισώσεων (1) και (2)

(1) $C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 C_{t-1} + \varepsilon_t$ όπου $\varepsilon_t = u_t - (1-\gamma)u_{t-1}$ (3)

(2) $Y_t = C_t + I_t + X_t$

Ισχύει ότι: $\varepsilon_t \uparrow\downarrow \overset{(1)}{\Rightarrow} C_t \uparrow\downarrow \overset{(2)}{\Rightarrow} Y_t \uparrow\downarrow \overset{(1)}{\Rightarrow} C_t \uparrow\downarrow \overset{(2)}{\Rightarrow} Y_t \uparrow\downarrow \overset{(1)}{\Rightarrow} C_t \uparrow\downarrow \quad \ldots (*)$ $\Rightarrow$ οι μεταβλητές C_t και Y_t καθορίζονται εντός του συστήματος εξισώσεων $\Rightarrow$ οι μεταβλητές C_t και Y_t είναι ενδογενείς.

Ισχύει ότι: I, X ανεξάρτητες του $u \overset{(3)}{\Rightarrow} I, X$ ανεξάρτητες του $\varepsilon \Rightarrow \varepsilon_t \uparrow\downarrow \not\Rightarrow I_t, X_t \uparrow\downarrow$

$\Rightarrow$ οι μεταβλητές I_t και X_t δεν καθορίζονται εντός του συστήματος εξισώσεων $\Rightarrow$ οι μεταβλητές I_t και X_t είναι εξωγενείς.

Η διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (1) περιέχει 2 ενδογενείς μεταβλητές (C_t, Y_t). Άρα στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1) υπάρχει ερμηνευτική μεταβλητή που είναι ενδογενής (Y_t) και συσχετίζεται ταυτόχρονα με το σφάλμα (ε_t) (λόγω $(*)$) $\Rightarrow$ υπάρχει σφάλμα αλληλεξάρτησης που δημιουργεί ενδογένεια $\Rightarrow$ ο OLS εκτιμητής $\widehat{\alpha}$ των συντελεστών α είναι μεροληπτικός και ασυνεπής εκτιμητής.

Αφού υπάρχει σφάλμα αλληλεξάρτησης στη διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (1), εξετάζουμε την ταυτοποίηση του συστήματος εξισώσεων (1) και (2).

Ενδογενείς μεταβλητές: C_t, Y_t

Εξωγενείς μεταβλητές: $\mathbb{1}_t$, I_t, X_t

Προκαθορισμένες μεταβλητές: $\mathbb{1}_t$, I_t, X_t, C_{t-1}

Διαρθρωτική μορφή συστήματος εξισώσεων (1) και (2):

$$\begin{aligned} &(1) \quad C_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 C_{t-1} + \varepsilon_t \Leftrightarrow \\ &(2) \quad Y_t = C_t + I_t + X_t \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$
\begin{array}{lllllll}
(1) & C_t & -\alpha_1 Y_t & -\alpha_0 & & -\alpha_2 C_{t-1} & = \varepsilon_t \\
(2) & -C_t & +Y_t & & -I_t \;\; -X_t & & = 0
\end{array}
$$

Ταυτοποίηση της διαρθρωτικής εξίσωσης συμπεριφοράς (1):

1. Συνθήκη τάξης:

$$
\left.\begin{array}{ll}
K^{**} = 2 & (I_t, X_t) \\
G^{*} = 2 & (C_t, Y_t)
\end{array}\right\} \Rightarrow K^{**} > G^{*} - 1 \Rightarrow \text{ συνθήκη ισχύει}
$$

2. Συνθήκη βαθμού:

$$
\left.\begin{array}{l}
\Delta = \begin{pmatrix} -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow r(\Delta) = 1 \\
G = 2
\end{array}\right\} \Rightarrow r(\Delta) = G - 1 \Rightarrow \text{ συνθήκη ισχύει}
$$

Αφού η συνθήκη τάξης ισχύει με $>$ και η συνθήκη βαθμού ισχύει, η διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (1) υπερταυτοποιείται.

Η διαρθρωτική εξίσωση (2) δεν χρειάζεται ταυτοποίηση αφού είναι ταυτότητα.

Επομένως, το σύστημα διαρθρωτικών εξισώσεων (1) και (2) ταυτοποιείται.

Βρέθηκε ότι η διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (1) υπερταυτοποιείται. Η διαρθρωτική εξίσωση (2) είναι ταυτότητα. Τα σφάλματα των διαρθρωτικών εξισώσεων (1) και (2) είναι ταυτόχρονα ασυσχέτιστα, αφού η διαρθρωτική εξίσωση (2) δεν περιέχει σφάλμα. Άρα, η μέθοδος 2SLS στη διαρθρωτική εξίσωση (1) θα δώσει συνεπείς και ασυμπτωτικά άριστους εκτιμητές των συντελεστών α.

Θέμα 3, Σεπτέμβριος 2019

α) Ενδογενείς μεταβλητές: X_t, Y_t, Z_t

Εξωγενείς μεταβλητές: $\mathbb{1}_t$, Q_t, Q_{t-1}

Προκαθορισμένες μεταβλητές: $\mathbb{1}_t$, Q_t, Q_{t-1}, X_{t-1}, Z_{t-1}

Ανηγμένη μορφή συστήματος εξισώσεων (1), (2) και (3):

Ανηγμένη μορφή της διαρθρωτικής εξίσωσης (1)

$$\begin{aligned}
(1) \overset{(2)}{\Leftrightarrow} X_t &= \alpha_0 + \alpha_1(\beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + \eta_t) + \alpha_2 Q_t + \alpha_3 Q_{t-1} + \varepsilon_t \Leftrightarrow \\
(1-\alpha_1\beta_1)X_t &= \alpha_0 + \alpha_1\beta_0 + \alpha_2 Q_t + \alpha_3 Q_{t-1} + \alpha_1\beta_2 X_{t-1} + \varepsilon_t + \alpha_1\eta_t \Leftrightarrow \\
X_t &= \frac{\alpha_0 + \alpha_1\beta_0}{1-\alpha_1\beta_1} + \frac{\alpha_2}{1-\alpha_1\beta_1} Q_t + \frac{\alpha_3}{1-\alpha_1\beta_1} Q_{t-1} + \frac{\alpha_1\beta_2}{1-\alpha_1\beta_1} X_{t-1} + \frac{\varepsilon_t + \alpha_1\eta_t}{1-\alpha_1\beta_1} \quad (4)
\end{aligned}$$

Ανηγμένη μορφή της διαρθρωτικής εξίσωσης (2)

$$\begin{aligned}
(2) \overset{(1)}{\Leftrightarrow} Y_t &= \beta_0 + \beta_1(\alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 Q_t + \alpha_3 Q_{t-1} + \varepsilon_t) + \beta_2 X_{t-1} + \eta_t \Leftrightarrow \\
(1-\alpha_1\beta_1)Y_t &= \beta_0 + \alpha_0\beta_1 + \alpha_2\beta_1 Q_t + \alpha_3\beta_1 Q_{t-1} + \beta_2 X_{t-1} + \eta_t + \beta_1\varepsilon_t \Leftrightarrow
\end{aligned}$$

$$Y_t = \frac{\beta_0 + \alpha_0\beta_1}{1-\alpha_1\beta_1} + \frac{\alpha_2\beta_1}{1-\alpha_1\beta_1}Q_t + \frac{\alpha_3\beta_1}{1-\alpha_1\beta_1}Q_{t-1} + \frac{\beta_2}{1-\alpha_1\beta_1}X_{t-1} + \frac{\eta_t + \beta_1\varepsilon_t}{1-\alpha_1\beta_1} \quad (5)$$

Ανηγμένη μορφή της διαρθρωτικής εξίσωσης (3)

Η διαρθρωτική εξίσωση (3) είναι ήδη σε ανηγμένη μορφή, αφού περιέχει μόνο προκαθορισμένες μεταβλητές ως ερμηνευτικές $(\mathbb{1}_t, Z_{t-1}, Q_t)$.

β) Η διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (1) περιέχει 2 ενδογενείς μεταβλητές (X_t, Y_t). Άρα, στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (1) υπάρχει ερμηνευτική μεταβλητή που είναι ενδογενής (Y_t) και συσχετίζεται ταυτόχρονα με το σφάλμα (ε_t) (λόγω (5)) $\Rightarrow$ υπάρχει σφάλμα αλληλεξάρτησης που δημιουργεί ενδογένεια $\Rightarrow$ ο OLS εκτιμητής $\widehat{\alpha}$ των συντελεστών α είναι μεροληπτικός και ασυνεπής εκτιμητής.

Η διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (2) περιέχει 2 ενδογενείς μεταβλητές (X_t, Y_t). Άρα, στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (2) υπάρχει ερμηνευτική μεταβλητή που είναι ενδογενής (X_t) και συσχετίζεται ταυτόχρονα με το σφάλμα (η_t) (λόγω (4)) $\Rightarrow$ υπάρχει σφάλμα αλληλεξάρτησης που δημιουργεί ενδογένεια $\Rightarrow$ ο OLS εκτιμητής $\widehat{\beta}$ των συντελεστών β είναι μεροληπτικός και ασυνεπής εκτιμητής.

Η διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (3) είναι ήδη σε ανηγμένη μορφή, αφού περιέχει μόνο προκαθορισμένες μεταβλητές ως ερμηνευτικές ($\mathbb{1}_t, Z_{t-1}, Q_t$). Άρα, στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (3) ο OLS εκτιμητής $\widehat{\gamma}$ των συντελεστών γ είναι μεροληπτικός (λόγω της υστέρησης της εξαρτημένης μεταβλητής ως ερμηνευτική μεταβλητή (Z_{t-1})) και συνεπής εκτιμητής.

Αφού υπάρχει σφάλμα αλληλεξάρτησης στις διαρθρωτικές εξισώσεις συμπεριφοράς (1) και (2), εξετάζουμε την ταυτοποίηση του συστήματος εξισώσεων (1), (2) και (3).

Ενδογενείς μεταβλητές: X_t, Y_t, Z_t

Εξωγενείς μεταβλητές: $\mathbb{1}_t$, Q_t, Q_{t-1}

Προκαθορισμένες μεταβλητές: $\mathbb{1}_t$, Q_t, Q_{t-1}, X_{t-1}, Z_{t-1}

Διαρθρωτική μορφή συστήματος εξισώσεων (1), (2) και (3):

(1) $X_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 Q_t + \alpha_3 Q_{t-1} + \varepsilon_t \Leftrightarrow$

(2) $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + \eta_t \Leftrightarrow$

(3) $Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_{t-1} + \gamma_2 Q_t + u_t \Leftrightarrow$

$$
\begin{array}{llllllll}
(1) & X_t & -\alpha_1 Y_t & -\alpha_0 & -\alpha_2 Q_t & -\alpha_3 Q_{t-1} & & = \varepsilon_t \\
(2) & -\beta_1 X_t & +Y_t & -\beta_0 & & & -\beta_2 X_{t-1} & = \eta_t \\
(3) & & & Z_t \;\; -\gamma_0 & -\gamma_2 Q_t & & -\gamma_1 Z_{t-1} & = u_t
\end{array}
$$

Ταυτοποίηση της διαρθρωτικής εξίσωσης συμπεριφοράς (1):

1. Συνθήκη τάξης:

$$
\left.\begin{array}{l}
K^{**} = 2 \quad (X_{t-1}, Z_{t-1}) \\
G^{*} = 2 \quad (X_t, Y_t)
\end{array}\right\} \Rightarrow K^{**} > G^{*} - 1 \Rightarrow \text{ συνθήκη ισχύει}
$$

2. Συνθήκη βαθμού:

$$
\left.\begin{array}{l}
\Delta = \begin{pmatrix} 0 & -\beta_2 & 0 \\ 1 & 0 & -\gamma_1 \end{pmatrix} \Rightarrow r(\Delta) = 2 \\
G = 3
\end{array}\right\} \Rightarrow r(\Delta) = G - 1 \Rightarrow \text{ συνθήκη ισχύει}
$$

Αφού η συνθήκη τάξης ισχύει με $>$ και η συνθήκη βαθμού ισχύει, η διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (1) υπερταυτοποιείται.

Ταυτοποίηση της διαρθρωτικής εξίσωσης συμπεριφοράς (2):

1. Συνθήκη τάξης:

$$\left.\begin{array}{l} K^{**} = 3 \quad (Q_t, Q_{t-1}, Z_{t-1}) \\ G^* = 2 \quad (X_t, Y_t) \end{array}\right\} \Rightarrow K^{**} > G^* - 1 \Rightarrow \text{ συνθήκη ισχύει}$$

2. Συνθήκη βαθμού:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta = \begin{pmatrix} 0 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & 0 \\ 1 & -\gamma_2 & 0 & -\gamma_1 \end{pmatrix} \Rightarrow r(\Delta) = 2 \\ G = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow r(\Delta) = G - 1 \Rightarrow \text{ συνθήκη ισχύει}$$

Αφού η συνθήκη τάξης ισχύει με $>$ και η συνθήκη βαθμού ισχύει, η διαρθρωτική εξίσωση συμπεριφοράς (2) υπερταυτοποιείται.

Η διαρθρωτική εξίσωση (3) δεν χρειάζεται ταυτοποίηση αφού είναι σε ανηγμένη μορφή και δεν υπάρχει σφάλμα αλληλεξάρτησης.

Επομένως, το σύστημα διαρθρωτικών εξισώσεων (1), (2) και (3) ταυτοποιείται.

Βρέθηκε ότι οι διαρθρωτικές εξισώσεις συμπεριφοράς (1) και (2) υπερταυτοποιούνται. Η διαρθρωτική εξίσωση (3) είναι σε ανηγμένη μορφή. Τα σφάλματα των διαρθρωτικών εξισώσεων (1), (2) και (3) συσχετίζονται ταυτόχρονα. Άρα,

i) η μέθοδος 2SLS στη διαρθρωτική εξίσωση (1), η μέθοδος 2SLS στη διαρθρωτική εξίσωση (2) και η μέθοδος OLS στη διαρθρωτική εξίσωση (3) θα δώσουν συνεπείς εκτιμητές των συντελεστών α, β, γ.

ii) η μέθοδος 3SLS στις διαρθρωτικές εξίσωσεις (1), (2) και (3) θα δώσουν συνεπείς και ασυμπτωτικά άριστους εκτιμητές των συντελεστών α, β, γ.

γ) Τελική μορφή της διαρθρωτικής εξίσωσης (3)

$$Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_{t-1} + \gamma_2 Q_t + u_t \Leftrightarrow$$

$$Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 L Z_t + \gamma_2 Q_t + u_t \Leftrightarrow$$

$$(1 - \gamma_1 L) Z_t = \gamma_0 + \gamma_2 Q_t + u_t \Leftrightarrow$$

$$Z_t = (1 - \gamma_1 L)^{-1} \gamma_0 + (1 - \gamma_1 L)^{-1} \gamma_2 Q_t + (1 - \gamma_1 L)^{-1} u_t \Leftrightarrow$$

$$Z_t = \frac{\gamma_0}{1-\gamma_1} + \gamma_2 Q_t + \gamma_2\gamma_1 Q_{t-1} + \gamma_2\gamma_1^2 Q_{t-2} + ... + u_t + \gamma_1 u_{t-1} + \gamma_1^2 u_{t-2} + ...$$

όπου για $|\gamma_1| < 1$

$$\begin{aligned}(1-\gamma_1 L)^{-1}\gamma_0 &= (1+\gamma_1 L + \gamma_1^2 L^2 + ...)\gamma_0 = \gamma_0 + \gamma_1 L\gamma_0 + \gamma_1^2 L^2 \gamma_0 + ... \\ &= \gamma_0 + \gamma_1\gamma_0 + \gamma_1^2\gamma_0 + ... = (1+\gamma_1+\gamma_1^2+...)\gamma_0 = \frac{\gamma_0}{1-\gamma_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(1-\gamma_1 L)^{-1}Q_t &= (1+\gamma_1 L + \gamma_1^2 L^2 + ...)Q_t = Q_t + \gamma_1 L Q_t + \gamma_1^2 L^2 Q_t + ... \\ &= Q_t + \gamma_1 Q_{t-1} + \gamma_1^2 Q_{t-2} + ...\end{aligned}$$

Παρόμοια,

$$(1-\gamma_1 L)^{-1}u_t = u_t + \gamma_1 u_{t-1} + \gamma_1^2 u_{t-2} + ...$$

Βραχυχρόνιος πολλαπλασιαστής της Z ως προς τη Q:

$$\pi_0 = \frac{\partial E(Z_t)}{\partial Q_t} = \gamma_2 \Rightarrow \widehat{\pi}_0 = \widehat{\gamma}_2 = 1,4$$

$1^{ος}$ ενδιάμεσος πολλαπλασιαστής της Z ως προς τη Q:

$$\pi_1 = \frac{\partial E(Z_t)}{\partial Q_{t-1}} = \gamma_2\gamma_1 \Rightarrow \widehat{\pi}_1 = \widehat{\gamma}_2\widehat{\gamma}_1 = 1,4 \cdot (-0,5) = -0,7$$

$2^{ος}$ ενδιάμεσος πολλαπλασιαστής της Z ως προς τη Q:

$$\pi_2 = \frac{\partial E(Z_t)}{\partial Q_{t-2}} = \gamma_2\gamma_1^2 \Rightarrow \widehat{\pi}_2 = \widehat{\gamma}_2\widehat{\gamma}_1^2 = 1,4 \cdot (-0,5)^2 = 0,35$$

Στατιστικός έλεγχος h-Durbin για αυτοσυσχέτιση

Αυτοσυσχέτιση: $u_t = \rho u_{t-1} + w_t$

Υποθέσεις: $H_0 : \rho = 0$ έναντι $H_1 : \rho \neq 0$

Στατιστική ελέγχου: $h = \widehat{\rho}\sqrt{\frac{T}{1-Ts^2_{\widehat{\gamma}_1}}} = -0,4\sqrt{\frac{50}{1-50\cdot 0,1^2}} = -4$

όπου $\widehat{\rho} = 1 - \frac{1}{2}DW = 1 - \frac{1}{2} \cdot 2,8 = -0,4$

Κρίσιμη περιοχή: $|h| > Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{\frac{0,05}{2}} = Z_{0,025} = 1,96$

Απόφαση: Απορρίπτουμε H_0 σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0,05$.

Σχόλιο: Υπάρχει αυτοσυσχέτιση $1^{ης}$-τάξης.

Βρέθηκε ότι υπάρχει αυτοσυσχέτιση $1^{ης}$-τάξης στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (3). Το υπόδειγμα παλινδρόμησης περιλαμβάνει την $1^{η}$-υστέρηση της εξαρτημένης μεταβλητής ως ερμηνευτική μεταβλητή (Z_{t-1}). Ο συνδυασμός αυτών δημιουργεί ενδογένεια.

Άρα, ο OLS εκτιμητής $\widehat{\gamma}$ των συντελεστών γ είναι μεροληπτικός και ασυνεπής εκτιμητής. Επομένως, οι OLS εκτιμητές $\widehat{\pi}_0$, $\widehat{\pi}_1$ και $\widehat{\pi}_2$ των πολλαπλασιαστών π_0, π_1 και π_2 είναι μεροληπτικοί και ασυνεπείς εκτιμητές.