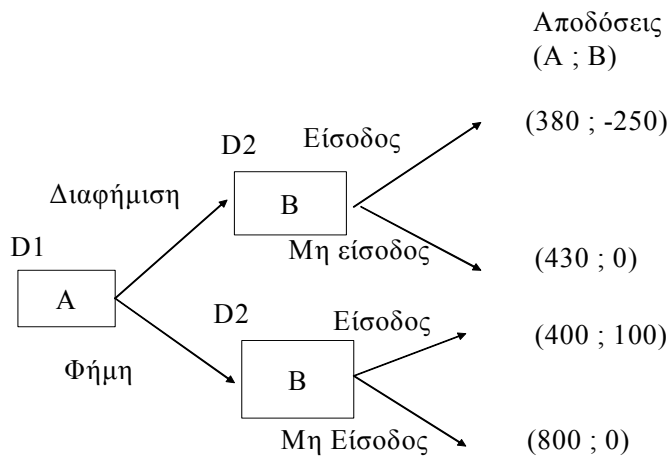


3. Παίγνια Αλληλουχίας

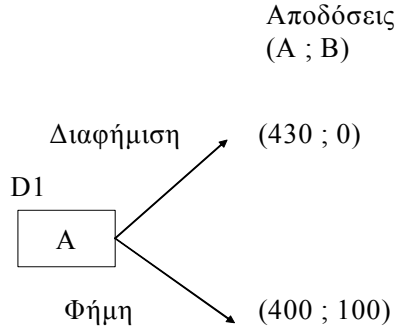
Τα παίγνια αλληλουχίας πραγματεύονται περιπτώσεις όπου οι κινήσεις των παικτών διαδέχονται η μια την άλλη, σε αντίθεση με τα παίγνια όπου οι αποφάσεις των παικτών γίνονται ταυτόχρονα (όπως στη περίπτωση του δυοπωλίου Cournot). Τα παίγνια αυτά μπορούν να παρουσιαστούν σε εκτενή μορφή με την βοήθεια δενδροδιαγράμματος. Ένα δενδροδιάγραμμα αποτελείται από τρία βασικά στοιχεία: κόμβους, βραχίονες και αποδόσεις. Κάθε κόμβος "ανήκει" σε ένα παίκτη και σηματοδοτεί ότι είναι η σειρά του να αποφασίσει ποια ενέργεια θα αναλάβει. Οι βραχίονες που απορρέουν από ένα κόμβο είναι ίσες σε αριθμό με τις δυνητικές επιλογές του παίκτη την στιγμή απόφασης που αντιπροσωπεύει ένας κόμβος. Ο κάθε βραχίονας καταλήγει σε ένα κόμβο που αντιστοιχεί στην απόφαση του παίκτη που ακολουθεί στην σειρά του παίγνιου. Ο κόμβος που αντιστοιχεί στην απόφαση του παίκτη που ξεκινά το παίγνιο είναι ο αρχικός κόμβος, ενώ το σύνολο των κόμβων που αντιστοιχούν στον παίκτη που παίζει τελευταίος είναι οι τελικοί κόμβοι. Μετά τους βραχίονες που αντιστοιχούν στους τελικούς κόμβους αναγράφονται οι αποδώσεις για κάθε παίκτη αν το παίγνιο τελειώσει στον αντίστοιχο τελικό κόμβο. Η σειρά αναγραφής είναι αυτή με την οποία εισέρχονται στο παίγνιο οι παίκτες. Το παίγνιο λύνεται ανάστροφα (δηλαδή, υπολογίζεται η καλύτερη αντίδραση του παίκτη που παίζει τελευταίος, σε κάθε κόμβο που αντιστοιχεί στην τελευταία κίνηση και απαλείφονται οι υπόλοιπες δυνητικές ενέργειες του αφού δεν θα τις παίξει). Το αποτέλεσμα αυτό τροφοδοτείται στις αποφάσεις του προτελευταίου παίκτη κ.ο.κ. Με άλλα λόγια ο κάθε παίκτης λαμβάνει τις αποφάσεις του με περιορισμό την καμπύλη αντίδρασης του επόμενου στην σειρά παίκτη. (αντίθετα με τα ταυτόχρονα παίγνια όπου οι παίκτες λαμβάνουν ταυτόχρονα υπ' όψη τους τις καμπύλες αντίδρασης των υπολοίπων).

Στο σχήμα που ακολουθεί παρουσιάζεται ένα παίγνιο αλληλουχίας όπου ο πρώτος παίκτης θέλει να αποτρέψει την είσοδο στην αγορά του δεύτερου. Έχει δύο επιλογές να διαφημίσει το προϊόν του (με κάποιο έξοδο) ή να αρκεστεί στην

φήμη που έχει δημιουργήσει στην αγορά (με μηδέν έξοδο). Στη συνέχεια ο δεύτερος παίκτης αφού παρατηρήσει την ενέργεια του πρώτου αποφασίζει να εισέλθει ή όχι στην αγορά. Λύνοντας το παίγνιο ανάστροφα βλέπουμε ότι αν ο 1 παίξει διαφήμιση, η καλύτερη αντίδραση του 2 είναι να μην μπει στην αγορά αφού $-250 < 0$. Αν όμως ο 1 αρκεστεί στην φήμη του, τότε η καλύτερη αντίδραση του 2 είναι να εισέλθει αφού $100 > 0$.



Γνωρίζοντας τις καλύτερες αντιδράσεις του 2, ο 1 όταν αποφασίζει αντιμετωπίζει τον παρακάτω απλουστευμένο πίνακα, και επιλέγει να διαφημίσει.



4. Διοπώλιο Ηγεσίας στη Ποσότητα (Stackelberg).

Το υπόδειγμα διοπωλίου με ηγεσία στην ποσότητα, εντάσσεται στα δυναμικά υποδείγματα πλήρους πληροφόρησης, δύο χρονικών περιόδων. Στην διάρκεια της πρώτης περιόδου η επιχείρηση 1, ο ηγέτης, αποφασίζει το επίπεδο προϊόντος που θα προσφέρει στην αγορά, στο τέλος της δεύτερης περιόδου. Στην αρχή της δεύτερης περιόδου, η επιχείρηση 2, αφού παρατηρήσει την ενέργεια της 1, αποφασίζει το επίπεδο προϊόντος που θα προσφέρει με την σειρά της στο τέλος της περιόδου αυτής. Δεδομένου ότι υπάρχει τέλεια πληροφόρηση, η 1 γνωρίζει την αντίδραση της 2 σε κάθε επίπεδο προϊόντος που θα προσφερθεί την πρώτη περίοδο, κατά συνέπεια μπορεί να περιλάβει την πληροφόρηση αυτή στον αριστοποιητικό της λογισμό. Με άλλα λόγια η λύση του παιγνίου αυτού γίνεται αντίστροφα στην ροή του χρόνου. Πρώτα υπολογίζεται η καμπύλη αντίδρασης της 2, και έπειτα η άριστη επιλογή της 1. Προσοχή, στη περίπτωση αυτή η 1 δεν έχει συνάρτηση αντίδρασης, αφού η επιλογή της γίνεται πριν από αυτή της 2.

Έστω η αντίστροφη συνάρτηση ζήτησης

$$P(Q) = \alpha - Q$$

$$P(Q) = 0 \text{ for } Q > \alpha$$

ενώ το κόστος κάθε επιχείρησης είναι

$$C(q_i) = cq_i$$

Η λύση του δευτέρου σταδίου του παιγνίου συνίσταται στον υπολογισμό της άριστης επιλογής της 2 για κάθε δυνατή επιλογή της 1. Η συνάρτηση κέρδους της 2, μεγιστοποιείται για ένα δεδομένο επίπεδο προσφοράς της 1. Επαναλαμβάνοντας τον λογισμό για κάθε δυνατό επίπεδο προσφοράς της 1, προσδιορίζεται η συνάρτηση αντίδρασης της 2.

$$\max_{0 \leq q_2 < \infty} \pi_2(\bar{q}_1, q_2) = \max_{0 \leq q_2 < \infty} q_2[\alpha - (\bar{q}_1 + q_2) - c]$$

όπου

λύνοντας τις συνθήκες πρώτης τάξης έχουμε

$$q_2 = R_2(q_1) = \frac{1}{2}(\alpha - q_1 - c)$$

Η συνάρτηση αυτή είναι γνωστή στην 1, την στιγμή λήψης της απόφασης της. Οπότε ο λογισμός της 1, την πρώτη περίοδο γίνεται

$$\max_{q_1} \pi_1(q_1, R_2(q_1)) = \max_{q_1} q_1(\alpha - q_1 - R_2(q_1) - c)$$

ή

$$\max_{q_1} q_1 \frac{\alpha - q_1 - c}{2}$$

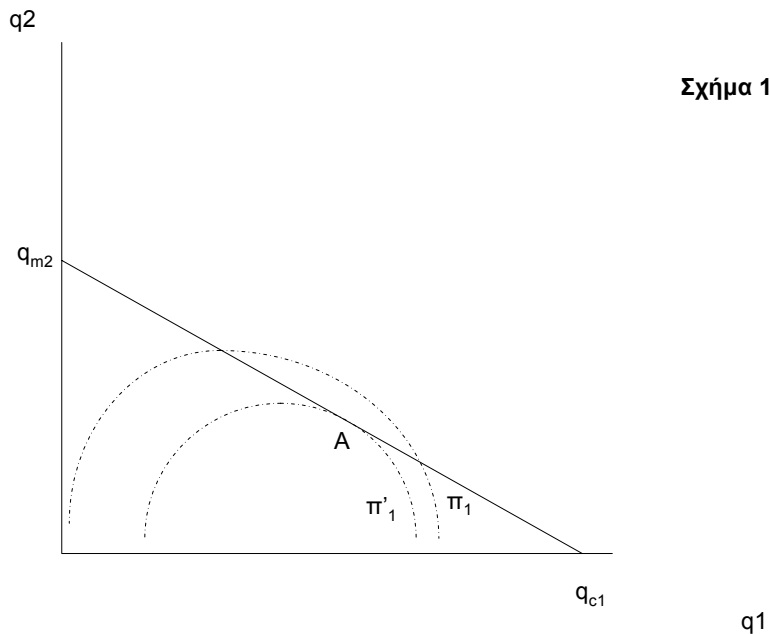
από την συνθήκη 1^{ης} τάξης, η άριστη επιλογή της 1 είναι

$$q_1^* = \frac{\alpha - c}{2}$$

οπότε η άριστη επιλογή της 2, την δεύτερη περίοδο γίνεται

$$R_2(q_1^*) = \frac{\alpha - c}{4}$$

Διαγραμματικά, η λύση αυτή παρουσιάζεται στο Σχήμα 1. Οι καμπύλες ίσου κέρδους της 1 εκπονούνται με τον ίδιο τρόπο που παρουσιάστηκε στα πλαίσια του παιγνίου του Cournot. Η μεγιστοποίηση των κερδών της 1, γίνεται κάτω από τον περιορισμό της συνάρτησης άριστης αντίδρασης της 2. Κατά συνέπεια το μέγιστο κέρδος που μπορεί να επιτύχει η 1, δίδεται από το σημείο επαφής της καμπύλης ίσου κέρδους με την καμπύλη αντίδρασης της επιχείρησης 2, δηλαδή το Α. Αυτή η καμπύλη ίσου κέρδους αντιστοιχεί με το ψηλότερο εφικτό επίπεδο κέρδους.



Σύγκριση των αποτελεσμάτων με αυτά του υποδείγματος Cournot.

Η συνολική ποσότητα που προσφέρεται στο δυναμικό υπόδειγμα είναι μεγαλύτερη από αυτή που προσφέρεται όταν οι παίκτες αποφασίζουν ταυτόχρονα, αφού

$$q_s^* = \frac{3(\alpha - c)}{4} \quad \text{ενώ} \quad q_c^* = \frac{2(\alpha - c)}{3}.$$

Τούτο σημαίνει ότι αν η καμπύλη ζήτησης είναι η ίδια στις δύο περιπτώσεις, και αφού οι επιχειρήσεις είναι ίδιες, ότι η τιμή του προϊόντος είναι χαμηλότερη όταν υπάρχει ηγεσία ως προς την ποσότητα.

Η επιχείρηση 1 προσφέρει μεγαλύτερη ποσότητα στο δυναμικό πλαίσιο από ότι προσφέρει στο ταυτόχρονο, ενώ η 2 λιγότερο.

Δεδομένου ότι η 1 θα μπορούσε να επιλέξει το ίδιο επίπεδο παραγωγής στα δύο υποδείγματα, η επιλογή της σημαίνει ότι τα κέρδη της είναι ψηλότερα στο δυναμικό πλαίσιο.

5. Διαπραγμάτευση μεταξύ εργοδοσίας και συνδικάτου.

Το συνδικάτο έχει απόλυτη δικαιοδοσία στον καθορισμό των μισθών, ενώ η εργοδοσία έχει απόλυτη δικαιοδοσία στο επίπεδο απασχόλησης.

Το συνδικάτο προσδιορίζει πρώτα τον μισθό. Στην συνέχεια κινείται η εργοδοσία και αποφασίζει το ύψος της απασχόλησης.

Το συνδικάτο έχει συνάρτηση χρησιμότητας της μορφής $U(w, L)$, ενώ η εργοδοσία μεγιστοποιεί τα κέρδη της επιχείρησης $\pi(w, L) = R(L) - wL$, δηλαδή την διαφορά μεταξύ εσόδων και κόστους παραγωγής.

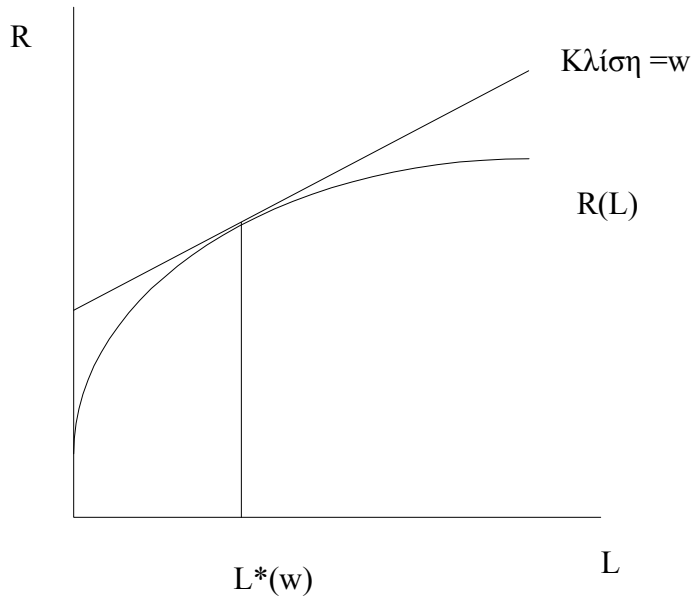
Η συνάρτηση εσόδων είναι κυρτή προς τα κάτω και συνεχώς αύξουσα.

Λύνοντας το δεύτερο στάδιο του παιγνίου έχουμε ότι

$$\max_{L \geq 0} \pi(w, L) = R(L) - wL .$$

Οπότε

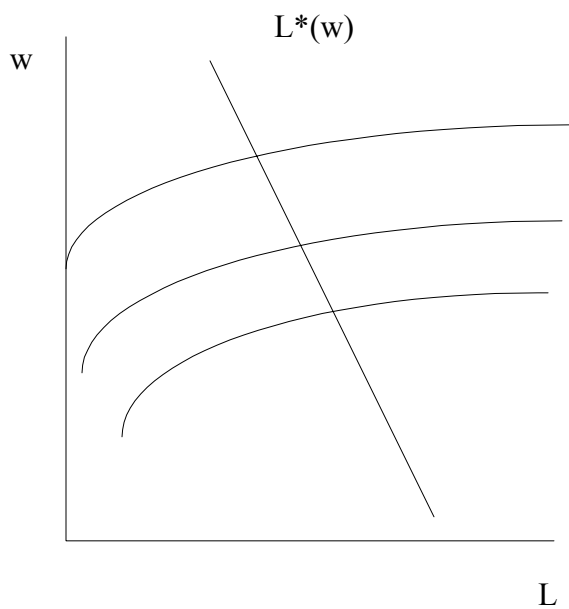
$$R'(L) - w = 0$$



είναι τώρα δυνατό να βρούμε την συνάρτηση ζήτησης για εργασία

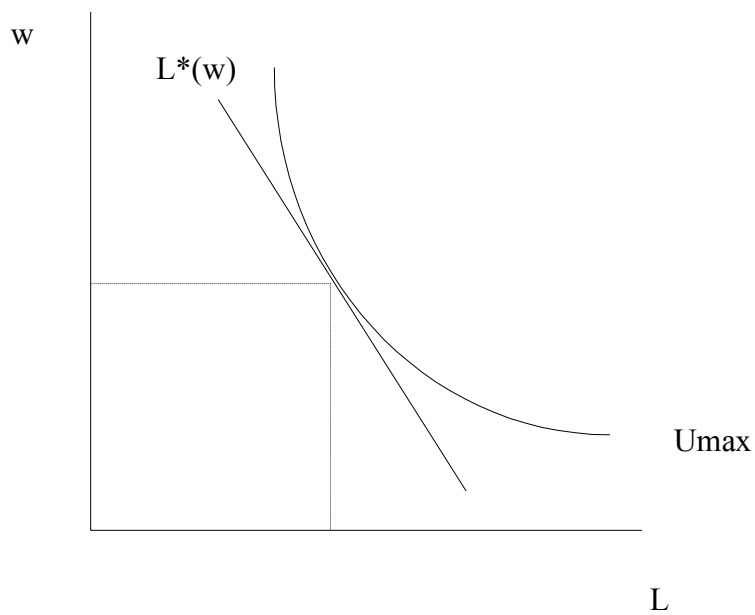
$$L^*(w)$$

Η συνάρτηση αυτή στο χώρο (w, L) , τέμνει τις καμπύλες ίσου κέρδους στο μέγιστο σημείο τους. Όσο χαμηλότερα η καμπύλη ίσου κέρδους τόσο μεγαλύτερο το κέρδος. (αφού τόσο μικρότερος ο μισθός και τα κόστη.)

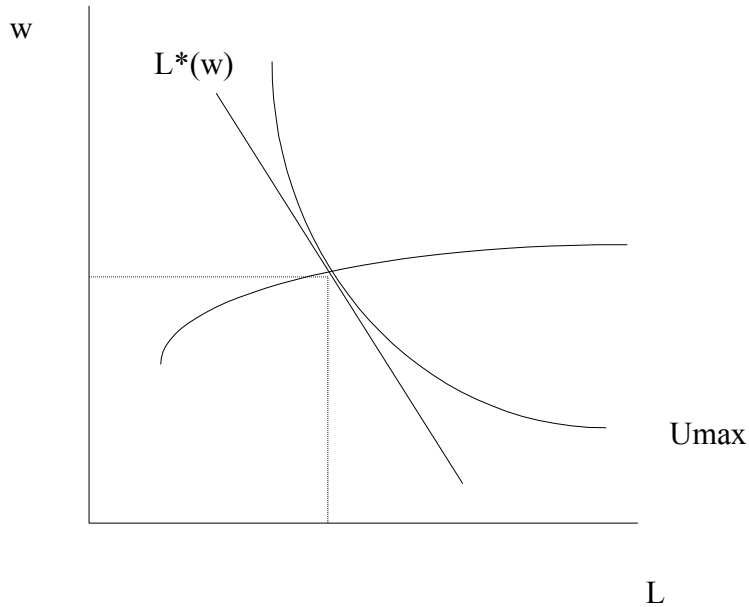


Το συνδικάτο, γνωρίζοντας την συνάρτηση αυτή θέλει να μεγιστοποιήσει την χρησιμότητα

$$\max_{w \geq 0} U(w, L^*(w)) \text{ ΟΠΟΤΕ } \frac{\partial U}{\partial w} + \frac{\partial U}{\partial L} \frac{\partial L^*}{\partial w} = 0$$



$$\frac{U'_w}{U'_L} = -\frac{\partial L^*}{\partial W} \text{ η κλίση είναι ίση με τον οριακό λόγο υποκατάστασης.}$$



6. Διαπραγμάτευση.

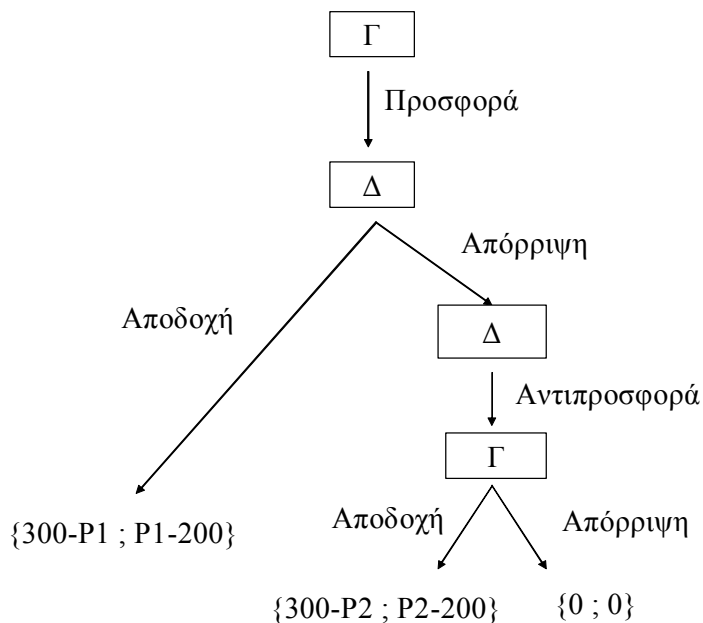
6.1 Διαπραγμάτευση χωρίς χρονική προτίμηση

Έστω μία προμηθευτής, (Δ), και ένας αγοραστής, (Γ), υπηρεσιών. Ο Δ θέλει την εκτέλεση κάποιου έργου από την Δ , και η τιμή επιφύλαξης του για το έργο αυτό είναι 300. Η τιμή επιφύλαξης της παραγωγού για το ίδιο έργο είναι 200. Το συνολικό πλεόνασμα αν εκτελεστεί το έργο, δηλαδή αν επέλθει συμφωνία μεταξύ καταναλωτού και παραγωγού, είναι 100, αλλιώς είναι 0. Το ερώτημα είναι αν υπάρχει κάποια κατανομή του πλεονάσματος που να οδηγεί στην επίτευξη συμφωνίας μεταξύ του Δ και της Γ .

Υποθέτουμε ότι

- α) οι δύο παίκτες έχουν πλήρη πληροφόρηση.
- β) δεν υπάρχει τρόπος επικοινωνίας μεταξύ των παικτών πριν την διαπραγμάτευση, και η μόνη επικοινωνία κατά την διάρκεια της διαπραγμάτευσης είναι η ανακοίνωση προσφορών σχετικά με την τιμή και είτε η αποδοχή είτε η απόρριψη αυτών.
- γ) οι παίκτες μεγιστοποιούν την απόδοσή τους
- δ) στην περίπτωση που κάποιος παίκτης είναι αδιάφορος μεταξύ δύο εναλλακτικών αποτελεσμάτων αποδέχεται την πρόταση (συμφωνεί στην εκτέλεση του έργου).
- ε) Ο Γ κάνει την πρώτη προσφορά. Η προσφορά αυτή συνίσταται σε κάποια τιμή P_1 που προφανώς κυμαίνεται μεταξύ 300 και 200. (γιατί;)
- στ) η Δ είτε αποδέχεται είτε απορρίπτει την προσφορά. Στην πρώτη περίπτωση το παίγνιο τελειώνει. Στην δεύτερη περίπτωση η Δ κάνει κάποια αντιπροσφορά την οποία ο Γ είτε αποδέχεται είτε απορρίπτει. Το παίγνιο τελειώνει αναγκαστικά μετά από δύο γύρους διαπραγμάτευσης.

Οπότε η εκτενής μορφή του παιγνίου είναι



Το παίγνιο έχει δύο υποπαίγνια, ένα που αρχίζει στον αρχικό κόμβο και ένα στον κόμβο όπου η Δ κάνει την αντιπροσφορά της. Αρχίζουμε με την επίλυση του δευτέρου υποπαιγνίου που περικλείεται στο γενικότερο παίγνιο.

Η Δ γνωρίζοντας ότι ο Γ θα δεχτεί οποιαδήποτε πρόταση που του δίνει 0 ή περισσότερο θα προτείνει $P2 = 300.$, μεγιστοποιώντας το μερίδιο της και ελαχιστοποιώντας το μερίδιο του Γ. Η λύση αυτή είναι άριστο κατά Nash για το υποπαίγνιο.

Γνωρίζοντας την λύση του υποπαιγνίου ο Γ στο πρώτο υποπαίγνιο δεν μπορεί παρά να προτείνει μία τιμή $P1 = 300.$ Αλλιώς η Δ θα αρνηθεί και θα τον οδηγήσει στο δεύτερο υποπαίγνιο όπου και θα επιτύχει την αμοιβή αυτή. Άρα η λύση $\Pi = 300$ είναι άριστη κατά Nash σε όλα τα δυνατά υποπαίγνια του παιγνίου, και αποτελεί βιώσιμη λύση του.

6.2 Διαπραγμάτευση με χρονική προτίμηση.

Αν υπάρχει χρονική προτίμηση, δηλαδή, αν υπάρχει κάποιο επιτόκιο με το οποίο μπορεί να συγκριθούν οι αποδώσεις μεταξύ χρονικών περιόδων, τότε όσο το παίγνιο οδηγείται σε νέους γύρους διαπραγμάτευσης, τόσο τα αποτελέσματα κάθε γύρου πρέπει να προεξοφληθούν με το επιτόκιο για τα γίνονται συγκρίσιμα μεταξύ τους. Έστω ότι οι δύο διαπραγματευόμενοι έχουν την ίδια προτίμηση στον χρόνο, οπότε το επιτόκιο είναι κοινό για τους δύο και ίσο με 3%.

Υποθέτουμε ένα παίγνιο που απαρτίζεται από 100 γύρους διαπραγμάτευσης, δηλαδή το προηγούμενο παίγνιο επαναλαμβανόμενο 50 φορές. Στο τέλος των 100 γύρων το παίγνιο τελειώνει αναγκαστικά αν δεν έχει επέλθει συμφωνία εν τω μεταξύ.

Αρχίζουμε από το τελευταίο υποπαίγνιο, που αντιστοιχεί στην προσφορά από την Δ. Πάλι η Δ θα προσφέρει $P100 = 300,$ και για τους ίδιους λόγους που εκθέσαμε πιο πάνω. Στον 99 γύρο όμως, όπου η προσφορά γίνεται από τον Γ, τα πράγματα αλλάζουν. Τώρα ο Γ μπορεί να προσφέρει 297,1, αφού η παρούσα αξία του οφέλους της Δ ένα γύρο πριν είναι $(100 * 1/1,03)=97,1.$ Δηλαδή, Η τιμή $P99$ δίνει στη Δ ωφέλεια που την αφήνει αδιάφορο μεταξύ των δύο γύρων.

Σύμφωνα με την απλουστευτική υπόθεση που κάναμε πιο πάνω, Η Δ στην περίπτωση αδιαφορίας θα δεχθεί την εκτέλεση του έργου και δεν θα απορρίψει την πρόταση στον γύρο 99.

Στο 98 γύρο η Δ, με το ίδιο σκεπτικό θα προτείνει τιμή $P_{98} = 297.2$, αφού η παρούσα αξία του 2,9, που είναι το όφελος του Γ στο 99 γύρο είναι τώρα 2,8. Κ.οκ.

Σε κάθε γύρο ο κάθε παίκτης κάνει προσφορά που να αποδίδει ωφέλεια στον αντίπαλο του ίση με την παρούσα αξία της ωφέλειας που αυτός θα απεκόμιζε στον προηγούμενο γύρο. Με τον τρόπο αυτό φτάνουμε στον γύρο 1 όπου η προσφορά του Γ γίνεται δεκτή αφού είναι προτιμητέο να κλείσει η συμφωνία όσο το δυνατό νωρίτερα. Βλέπουμε ότι στην περίπτωση αυτή το πλεόνασμα μοιράζεται προς όφελος της Δ αλλά με σημαντική βελτίωση για τον Γ συγκριτικά με το προηγούμενο παίγνιο όπου ο χρόνος δεν είχε οικονομική αξία. Οι αποδώσεις για κάθε γύρο απεικονίζονται στον πιο κάτω πίνακα.

Προσφορά N	Προσφορά από	Μερίδιο Δ	Μερίδιο Γ
100	Δ	100	0
99	Γ	97,1	2,9
98	Δ	97,2	2,8
97	Γ	94,3	5,7
.....			
4	Δ	53,6	46,4
3	Γ	52,1	47,9
2	Δ	53,5	46,5
1	Γ	51,9	48,1

6.3 Διαπραγμάτευση με ασυμμετρία στην χρονική προτίμηση

Έστω τώρα ότι ο Γ έχει χρονική προτίμηση συμβατή με επιτόκιο 3% ενώ η Δ με επιτόκιο 6%. Με το ίδιο σκεπτικό που αναπτύξαμε στο προηγούμενο τμήμα βλέπουμε ότι τα αποτελέσματα κάθε γύρου διαπραγμάτευσης γίνονται

Προσφορά N	Προσφορά από	Μερίδιο Δ	Μερίδιο Γ
100	Δ	100	0
99	Γ	94,3	5,7
98	Δ	94,5	5,5
97	Γ	89,2	10,8
.....			
4	Δ	35,6	64,4
3	Γ	33,6	66,4
2	Δ	35,5	64,5
1	Γ	33,5	66,5

Στην περίπτωση αυτή το πλεόνασμα μοιράζεται προς όφελος του Γ, αφού η Δ “βιάζεται” περισσότερο να κλείσει την συμφωνία.

Ασκήσεις

1) Δύο άτομα, ο Α και ο Ζ διαπραγματεύονται την εκτέλεση κάποιας εργασίας προς όφελος του πρώτου. Η εργασία αξίζει 500 Ε στον Α, ενώ η υλοποίηση της από τον Ζ κοστίζει 300 Ε. Η διαπραγμάτευση διαρκεί τρεις γύρους. Στην διάρκεια του πρώτου γύρου ο Α προτείνει κάποια τιμή στον Ζ, που είτε αποδέχεται είτε αρνείται την πρόταση. Αν αποδεχτεί, τότε η διαπραγμάτευση τελειώνει. Αν αρνηθεί, τότε ο Ζ προτείνει με την σειρά του κάποια τιμή στον Α. Αν δεχτεί ο Α

τότε η διαπραγμάτευση τελειώνει. Αν αρνηθεί, τότε ο Z κάνει μια δεύτερη πρόταση. Αν ο A αρνηθεί τότε ο μεν A χάνει 4 E, ο δε Z 5 E. Αν δεχτεί την δεύτερη πρόταση ο A τότε εκτελείται το έργο. Λύστε το παίγνιο και σχολιάστε.

2) Δύο άτομα, ο A και ο Z διαπραγματεύονται την εκτέλεση κάποιας εργασίας προς όφελος του πρώτου. Η εργασία αξίζει 500 E στον A, ενώ η υλοποίηση της από τον Z κοστίζει 300 E. Η διαπραγμάτευση διαρκεί δύο γύρους. Στην διάρκεια του πρώτου γύρου ο A προτείνει κάποια τιμή στον Z, που είτε αποδέχεται είτε αρνείται την πρόταση. Αν αποδεχτεί, τότε η διαπραγμάτευση τελειώνει. Αν αρνηθεί, τότε ο Z προτείνει με την σειρά του κάποια τιμή στον A. Αν δεχτεί ο A τότε η διαπραγμάτευση τελειώνει. Έστω ότι ο A δεν έχει χρονική προτίμηση, ενώ ο B έχει χρονική προτίμηση 5%. Λύστε το παίγνιο και σχολιάστε.