

Παράρτημα Α

Undercut – Proof Equilibrium

Θεωρώντας ότι το κόστος παραγωγής είναι μηδενικό έχουμε δύο ειδών καταναλωτές, αυτούς που προτιμούν το προϊόν Α και αυτούς που προτιμούν το προϊόν Β. Ο αριθμός και των δύο τύπων καταναλωτών είναι μεγαλύτερος του μηδενός, δηλαδή $n_A, n_B > 0$.

Εάν p_A και p_B οι τιμές των δύο προϊόντων και $\delta > 0$ η δυσανεξία από την μη αγορά του επιθυμητού προϊόντος τότε οι συναρτήσεις χρησιμότητας θα είναι:

$$U_A = \begin{cases} -p_A & \text{αγοράζει το Α} \\ -p_B - \delta & \text{αγοράζει το Β} \end{cases}$$

Και (1)

$$U_B = \begin{cases} -p_A - \delta & \text{αγοράζει το Α} \\ -p_B & \text{αγοράζει το Β} \end{cases}$$

Έστω τώρα ότι το q_A και το q_B δηλώνουν τον αριθμό των καταναλωτών που αγοράζουν τα προϊόντα Α και Β αντίστοιχα, τότε:

$$q_A = \begin{cases} 0 & \text{αν } p_A > p_B + \delta \\ n_A & \text{αν } p_B - \delta \leq p_A \leq p_B + \delta \\ n_A + n_B & \text{αν } p_A < p_B - \delta \end{cases}$$

Και (2)

$$q_B = \begin{cases} 0 & \text{αν } p_B > p_A + \delta \\ n_B & \text{αν } p_A - \delta \leq p_B \leq p_A + \delta \\ n_A + n_B & \text{αν } p_B < p_A - \delta \end{cases}$$

Η επιχείρηση Α υποσκάπτει την Β αν χρεώσει τιμή $p_A \leq p_B - \delta$. Έτσι, μία Undercut – Proof Equilibrium (UPE) ορίζεται ως το ζεύγος τιμών που ικανοποιεί:

(α) Για δεδομένη τιμή p_B^U και ποσότητα q_B^U , η επιχείρηση Α επιλέγει την υψηλότερη τιμή p_A^U σύμφωνα με $\pi_B^U = p_B^U q_B^U \geq (p_A - \delta)(n_A + n_B)$

(β) Για δεδομένη τιμή p_A^U και ποσότητα q_A^U , η επιχείρηση Β επιλέγει την υψηλότερη τιμή p_B^U σύμφωνα με $\pi_A^U = p_A^U q_A^U \geq (p_B - \delta)(n_A + n_B)$

(γ) Η κατανομή των καταναλωτών εξάγεται σύμφωνα με την συνάρτηση (2)

Οι εκφράσεις (α) και (β) είναι οι καλύτερες αντιδράσεις των επιχειρήσεων Α και Β, δεδομένης της επιλογής της άλλης επιχείρησης. Έτσι, στην (α) Αν η επιχείρηση Α χρεώσει τιμή που να ανατρέψει την ανισότητα, τότε η Δεδομένη τιμή p_B^U αυτόματα υποσκάπτει την θέση του Α, και ο Β θα εξυπηρετήσει ολόκληρη την αγορά. Για να προστατέψει το μερίδιό της αγοράς που εξυπηρετεί ο Α, δεν θα προβεί σε τέτοια τιμολόγηση.

Ισορροπία κατά Nash έχουμε στο σημείο όπου οι επιλογές των δύο επιχειρήσεων αποτελούν αμοιβαία καλύτερες αντιδράσεις. Το ζεύγος των τιμών που ικανοποιεί την συνθήκη αυτή, ικανοποιεί το σύστημα (α), (β). Θέτοντας τις ανισότητες ως ισότητες και λύνοντας έχουμε:

Τα παραπάνω επαληθεύονται με τιμές ισορροπίας

$$p_A^U = \frac{(n_A + n_B)(n_A + 2n_B)}{(n_A)^2 + n_A n_B + (n_B)^2} > \delta$$

και

$$p_B^U = \frac{(n_A + n_B)(2n_A + n_B)}{(n_A)^2 + n_A n_B + (n_B)^2} > \delta$$