

Λογικομαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση (504)

Μάθημα 9^ο

Τμήμα Επιστημών Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, ΕΚΠΑ

Εξάμηνο: γ'

Διδάσκουσα: Χριστίνα Γκρέκα

Αθήνα, 2025

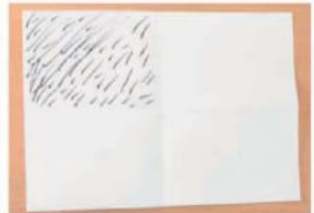


Τι γνωρίζω για το κλάσμα;

Κλάσμα

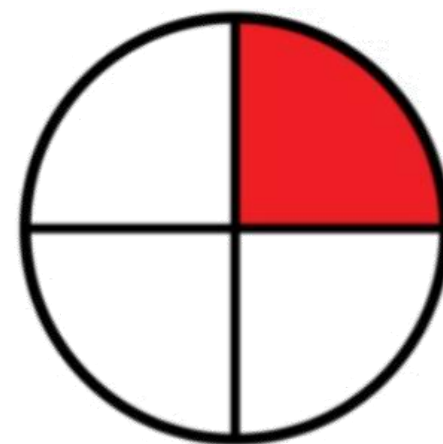


Βρίσκω και γράφω με κλάσμα ποιο μέρος της σελίδας είναι χρωματισμένο.



1

Κλασματική
γραμμή



Κλάσμα

Ένα τέταρτο

1

Αριθμητής

Πόσα κομμάτια θα πάρω από αυτά που έχω

4

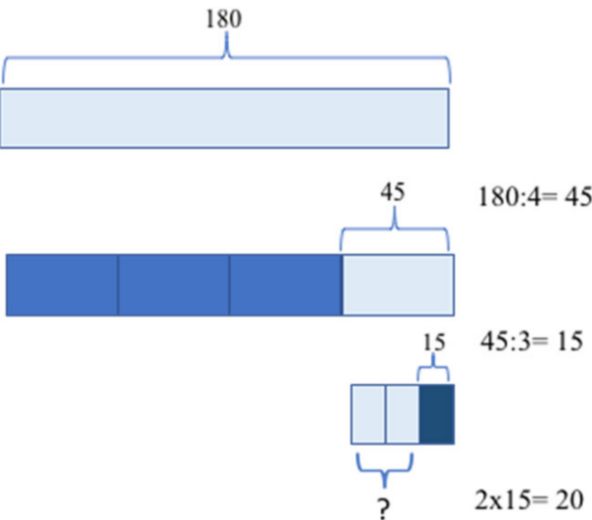
Παρονομαστής

Σε πόσα ίσα μέρη έχω χωρίσει την
ακέραια μονάδα.

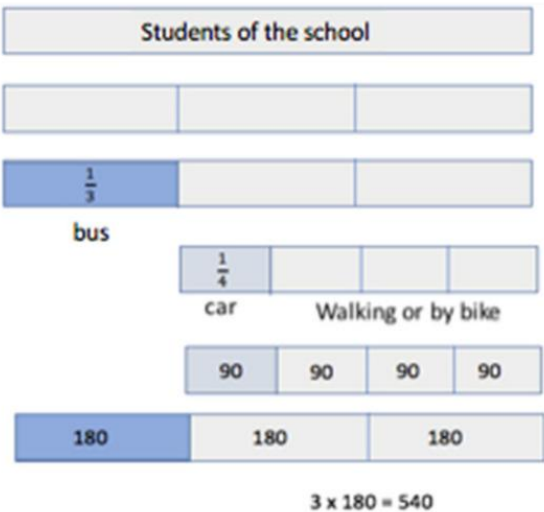
How much does Amy have?



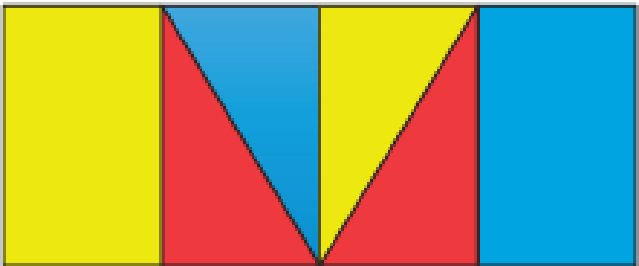
Maria made 180 egg tarts. She sold $\frac{3}{4}$ and gave $\frac{1}{3}$ of those left to her neighbor. How many egg tarts did she have at the end?



Students go to school using different means of transportation. One third of the students go by bus. One quarter of the remaining students goes by car and the others walk or take a bike to school. Knowing that 90 students go to school by car, how many students attend this school?

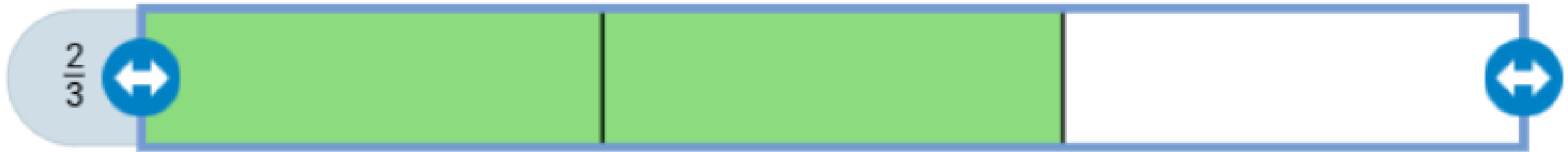


What fraction of this flag is blue?



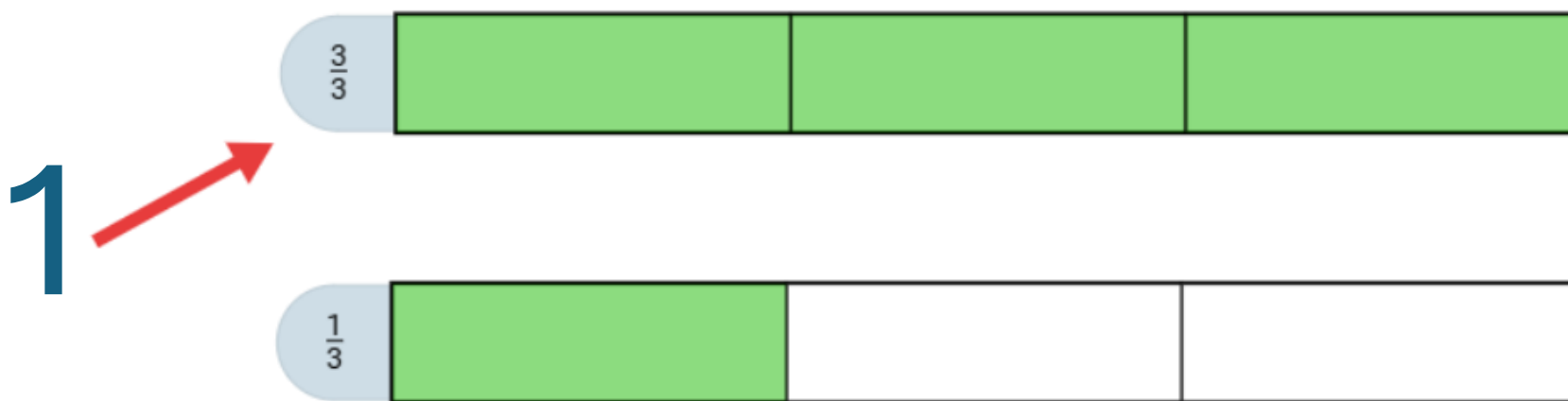
Γνήσια κλάσματα → μικρότερα από τη μονάδα
Ο αριθμητής είναι μικρότερος από τον παρονομαστή

$$\frac{2}{3}$$



Καταχρηστικά κλάσματα → μεγαλύτερα της μονάδας
Ο αριθμητής είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή

$$\frac{4}{3}$$



Ισοδύναμα κλάσματα

Ισοδύναμα κλάσματα

Δύο κλάσματα λέγονται **ισοδύναμα** ή ίσα όταν εκφράζουν το ίδιο μέρος του όλου.

Αν πολλαπλασιάσουμε «χιαστί» τους όρους δύο ισοδύναμων κλασμάτων, τα δύο γινόμενα που προκύπτουν είναι ίσα μεταξύ τους. (Με τον τρόπο αυτό ελέγχουμε αν δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα.)

Αν **πολλαπλασιάσουμε** τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, προκύπτει **ισοδύναμο** με το αρχικό κλάσμα.

Αν **διαιρέσουμε** τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό, προκύπτει **ισοδύναμο** κλάσμα.

Αυτή η τεχνική λέγεται **απλοποίηση** του κλάσματος.

Αν ένα κλάσμα δεν μπορεί να απλοποιηθεί (δεν υπάρχει αριθμός, εκτός από το 1, που να είναι κοινός διαιρέτης του αριθμητή και του παρονομαστή), το κλάσμα λέγεται **ανάγωγο**.

Παραδείγματα

Τα κλάσματα $\frac{9}{12}$ και $\frac{3}{4}$ είναι

ισοδύναμα, δηλαδή $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

$\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ επειδή $9 \cdot 4 = 3 \cdot 12$

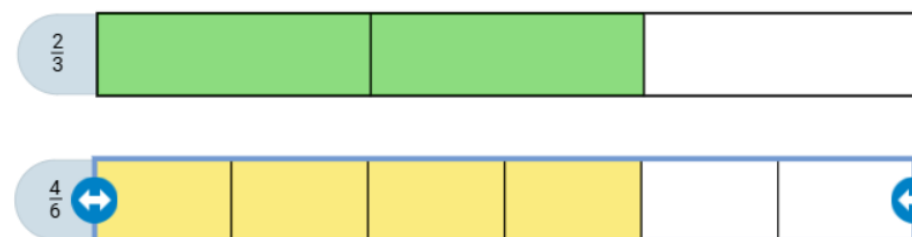
$$\frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{6}{8}$$

$$\frac{7}{28} = \frac{7 : 7}{28 : 7} = \frac{1}{4}$$

Το κλάσμα $\frac{4}{9}$ είναι ανάγωγο.

($\text{ΜΚΔ} = 1$)

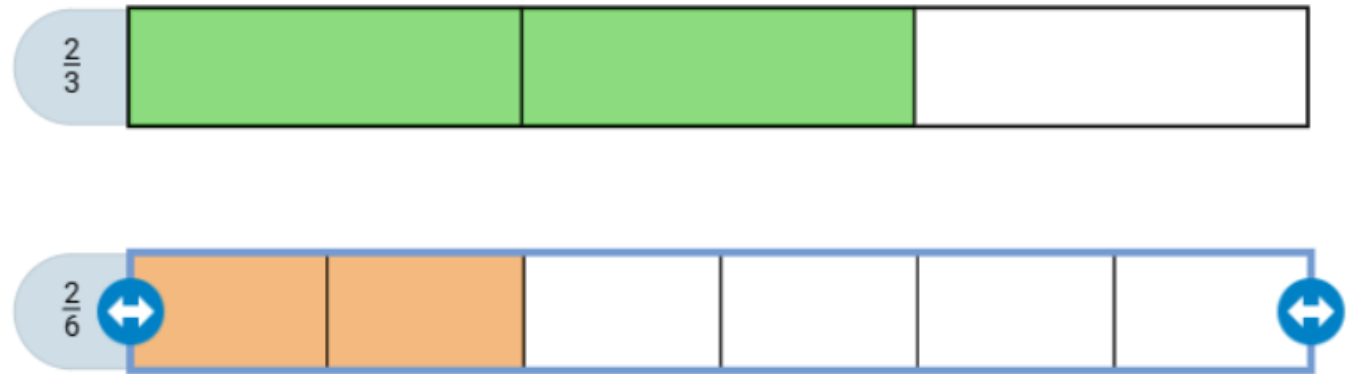
$$\begin{array}{ccc} 2 & \xrightarrow{\times 2} & 4 \\ \hline & & \\ 3 & \xrightarrow{\times 2} & 6 \\ \hline \end{array}$$



Για εξάσκηση: http://196.188.110.182/Phet/sims/html/fraction-matcher/latest/fraction-matcher_all.html?locale=en

Σύγκριση κλασμάτων

$$\frac{2}{3} > \frac{2}{6}$$



<https://apps.mathlearningcenter.org/fractions/>

Πράξεις κλασμάτων: Πρόσθεση και Αφαίρεση

- Για να προσθέσω **ομώνυμα** κλάσματα, προσθέτω τους αριθμητές τους
- Για να προσθέσω **ετερόνυμα** κλάσματα, χρειάζεται να τα κάνω ομώνυμα

$$\frac{2}{6} + \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 2} \frac{4}{6}$$

Diagram illustrating the conversion of the fraction $\frac{2}{3}$ to $\frac{4}{6}$ by multiplying both the numerator and the denominator by 2. The original fraction $\frac{2}{3}$ is shown in a red box, and the resulting fraction $\frac{4}{6}$ is also in a red box. Arrows labeled $\times 2$ indicate the multiplication process.

$$\frac{2}{6} + \frac{4}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

Πράξεις κλασμάτων: Πολλαπλασιασμός

- Για να πολλαπλασιάσω δύο κλάσματα πολλαπλασιάζω τους αριθμητές και στη συνέχεια τους παρονομαστές

$$\frac{2}{3} \times \frac{4}{6}$$
$$\frac{2 \times 4}{3 \times 6} = \frac{8}{18}$$

Πράξεις κλασμάτων: Διαίρεση

- Για να διαιρέσω δύο κλάσματα, πολλαπλασιάζω τον διαιρετέο με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

$$\frac{2}{4} / \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{4} \times \frac{2}{1} = \frac{2 \times 2}{4 \times 1} = 1$$

Πώς θα εξηγούσες σε ένα παιδί
τι είναι το κλάσμα;

Οι πολλαπλές έννοιες του κλάσματος

Μέρος–όλου (part-whole)

- Όταν ένα ολόκληρο χωρίζεται σε ίσα μέρη και παίρνουμε κάποια από αυτά.
- $\frac{3}{4}$ μιας πίτσας.

Μέρος συνόλου (set model):

- Όταν έχουμε μια ομάδα αντικειμένων και παίρνουμε ένα μέρος της.
- $\frac{1}{2}$ των 8 μήλων.

Αναλογία ή λόγος (ratio):

- Όταν συγκρίνουμε δύο ποσότητες.
- $\frac{2}{3}$ των μαθητών είναι κορίτσια.

Διαίρεση (quotient):

- Το κλάσμα $\frac{3}{4}$ σημαίνει " $3 \div 4$ ".
- Μοιράζουμε 3 πίτσες σε 4 άτομα.

Μέτρο (measure):

- Το κλάσμα δείχνει θέση σε μια αριθμητική γραμμή.
- $\frac{3}{10}$ είναι σημείο μεταξύ 0 και 1.

Δυσκολίες των παιδιών και διδακτικές προσεγγίσεις

Τα κλάσματα δεν
“συμπεριφέρονται”
σαν φυσικοί αριθμοί

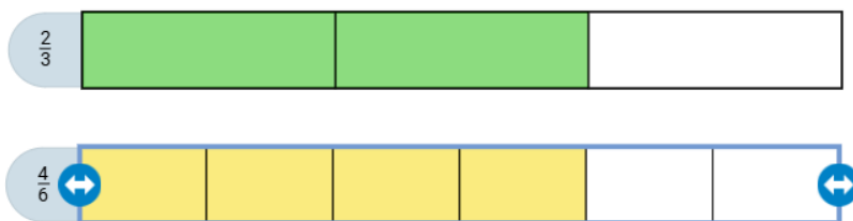
Αντίφαση:

μικρότερος παρονομαστής $\rightarrow$ μεγαλύτερο κλάσμα

Ενώ γνωρίζουν...

Μεγαλύτερος αριθμός $\rightarrow$ μεγαλύτερο πλήθος

$\rightarrow$ Δραστηριότητες σύγκρισης κλασμάτων με μοντέλα.



Δυσκολίες των παιδιών και διδακτικές προσεγγίσεις



**Προσκόλληση σε
ένα μοντέλο**

Παρανόηση:
Κάθε κλάσμα αφορά “κομμάτι
πίτσας”.

→ Πολλαπλές αναπαραστάσεις

Δυσκολίες των παιδιών και διδακτικές προσεγγίσεις

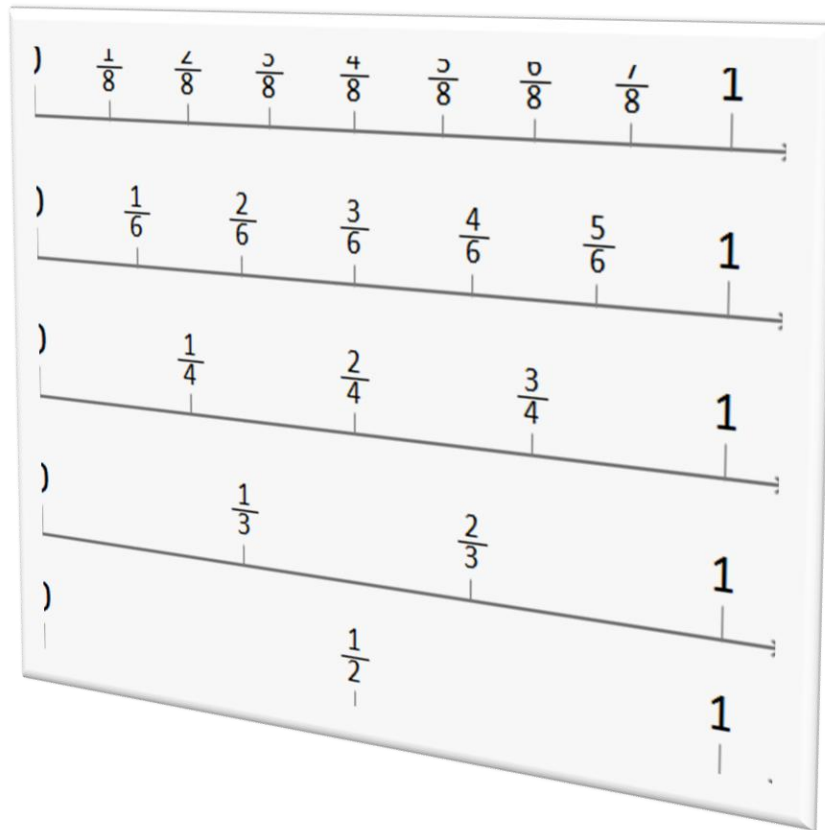
Παρανόηση:

Πιστεύουν ότι τα κομμάτια πρέπει να έχουν το ίδιο σχήμα, όχι την ίδια επιφάνεια.
Χρειάζεται να κατανοήσουν πως η ισότητα αφορά την ποσότητα και όχι τη μορφή
→ Διερευνητικές δραστηριότητες με κομμάτια διαφορετικού σχήματος.



**Δυσκολία με
την έννοια των
“ίσων μερών”**

Δυσκολίες των παιδιών και διδακτικές προσεγγίσεις



Είναι το κλάσμα
αριθμός;

- Παράνοηση: Τα παιδιά βλέπουν το κλάσμα ως “κομμάτι” και όχι ως αριθμό, θέση
- Χρήση **αριθμογραμμής**
- Στόχος: να αντιληφθούν ότι τα κλάσματα είναι *αριθμοί με μέτρο*.

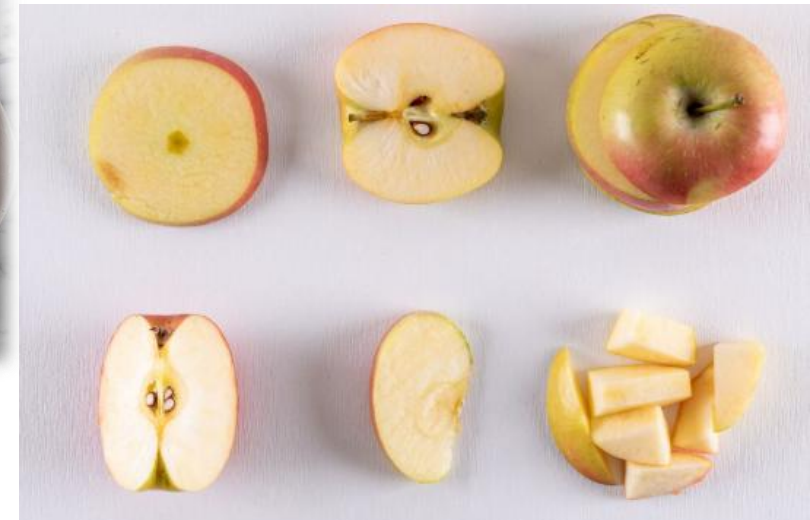
Δυσκολίες των παιδιών και διδακτικές προσεγγίσεις

Παρανόηση:

Θεωρούν τον αριθμητή και τον παρονομαστή ως ανεξάρτητα νούμερα

→ Δραστηριότητες με χειραπτικά υλικά

**Αριθμητής vs
παρονομαστής**



Δυσκολίες των παιδιών και διδακτικές προσεγγίσεις

Τα παιδιά δεν βλέπουν πώς τα κλάσματα συνδέονται με τη ζωή τους.

→ Προβλήματα από την καθημερινότητα και συνεργατικές δραστηριότητες, πχ. συνταγές

**Αποσύνδεση από
την πραγματική
ζωή**



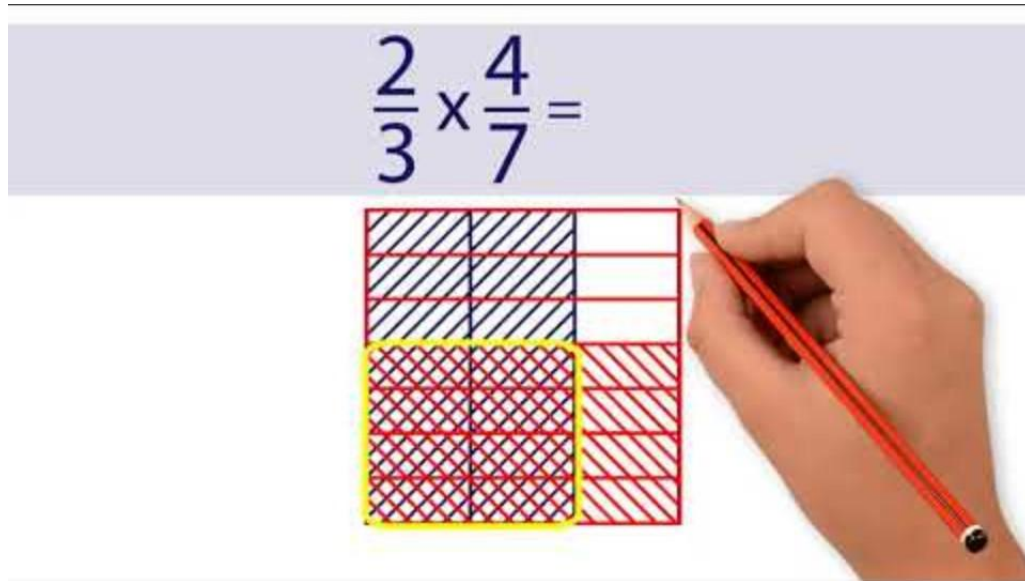
Δυσκολίες των παιδιών και διδακτικές προσεγγίσεις

Εφαρμόζουν μηχανικά τύπους (“αντιστρέφουμε και πολλαπλασιάζουμε”) χωρίς κατανόηση

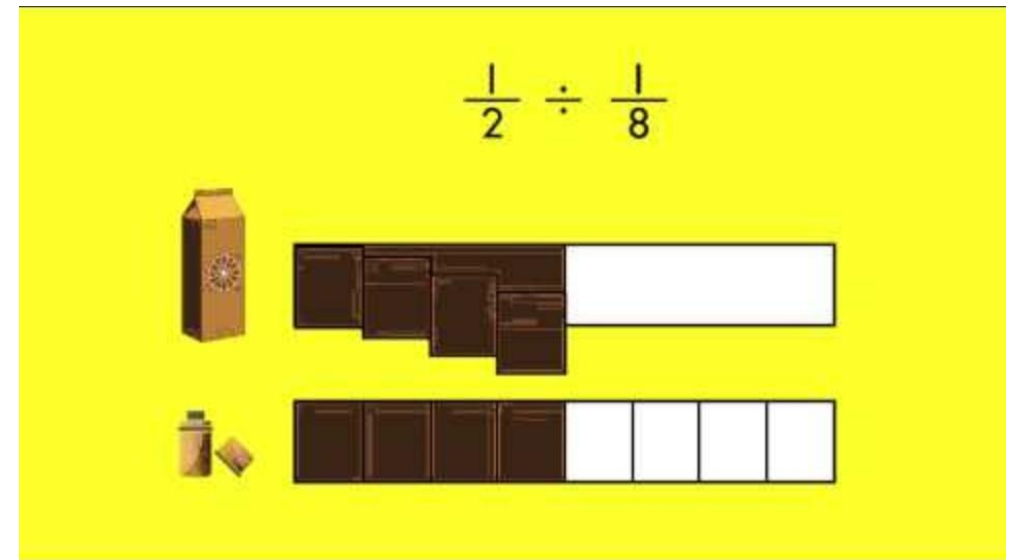
→ Εννοιολογικές δραστηριότητες με ρεαλιστικό νόημα πράξεων

→ Οπτικά μοντέλα

Αποστήθιση
κανόνων χωρίς
νόημα



<https://www.youtube.com/watch?v=QBirp7HMHG4>



<https://www.youtube.com/watch?v=q9G0Gmjipvk>

Διδακτικές Προσεγγίσεις & Δραστηριότητες

Χειραπτικά υλικά

Πολλαπλά μοντέλα

Σύγκριση & Ισοδυναμία
Κλασμάτων

Εισαγωγή πράξεων μέσω εννοιολογικής κατανόησης → έμφαση στις
πραγματικές καταστάσεις

Χρήση αριθμητικής γραμμής

Σύνδεση των διαφορετικών
ερμηνειών

Σύνοψη

- Το κλάσμα
- Ισοδύναμα κλάσματα
- Σύγκριση και διάταξη κλασμάτων
- Πράξεις κλασμάτων
- Οι πολλαπλές έννοιες του κλάσματος
- Δυσκολίες εννοιολόγησης για την έννοια του κλάσματος