

Λογικομαθηματικές σχέσεις και αριθμητικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση (504)

Μάθημα 6^ο

Τμήμα Επιστημών Αγωγής στην Προσχολική Ηλικία, ΕΚΠΑ

Εξάμηνο: γ'

Διδάσκουσα: Χριστίνα Γκρέκα

Αθήνα, 2025



Σήμερα...

Η μάθηση των
αριθμητικών πράξεων

Ανάλυση Αριθμών

Πρόσθεση & Αφαίρεση
Επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης
και αφαίρεσης

Number talk

<https://www.insidemathematics.org/classroom-videos/public-lessons/kindergarten-math-number-operations-and-counting/lesson-number-operations-part-c>

<https://www.insidemathematics.org/classroom-videos/public-lessons/kindergarten-math-number-operations-and-counting/lesson-number-operations-part-d>

Number talk

<https://www.insidemathematics.org/classroom-videos/number-talks/1st-grade-math-quick-look-with-ten-frames/1st-grade-number-talk>

Number talk

<https://www.insidemathematics.org/classroom-videos/number-talks/2nd-grade-math-como-se-suma-how-do-we-add/number-talk-2nd-grade>

Number talk

<https://www.insidemathematics.org/classroom-videos/number-talks/4th-grade-math-can-this-be-true/number-talk-4th-grade>

Η μάθηση των αριθμητικών πράξεων

Με βάση την καταμέτρηση

- Έμφαση στην αντιστοίχιση ένα προς ένα
- Τα παιδιά υπολογίζουν μετρώντας
- Δυσκολίες στα προβλήματα αλλαγής (π.χ. πώς μπορώ να κάνω το 7, 3?)
- Ανάγκη για χρήση υλικών ή δαχτύλων

Με βάση την εκτίμηση

- Άμεση οπτική αναγνώριση του πλήθους χωρίς μέτρηση
- Τα παιδιά υπολογίζουν χρησιμοποιώντας ομαδοποιήσεις

Η απλή καταμέτρηση δεν αρκεί για την κατανόηση του αριθμητικού συστήματος ούτε των αθροιστικών διαδικασιών

Είναι η αναγνώριση με μία ματιά
γρήγορη μέτρηση;

Οπτική και εννοιολογική αναγνώριση

Οπτική αναγνώριση

- Η γενική ικανότητα της αναγνώρισης με μια ματιά

Εννοιολογική αναγνώριση

- Η ικανότητα αντίληψης ποσοτήτων ως μονάδες μονάδων (π.χ. το 8 είναι 4 δυάδες)
- Κατανόηση
 - αθροιστικών και πολλαπλασιαστικών σχέσεων
 - ανάλυσης και σύνθεσης του αριθμού
 - δομής του δεκαδικού συστήματος

Για τη μάθηση των αριθμητικών πράξεων είναι απαραίτητο το παιδί να μπορεί να:

- αντιλαμβάνεται **ομάδες** για να συνδέει ποσότητες και κατά συνέπεια αριθμούς και να τις διαχειρίζεται με ευέλικτο τρόπο
- Αναγνωρίζει **σχηματισμούς σε ομάδες με μία ματιά** (εκτίμηση) είναι θεμελιώδης ικανότητα για την αριθμητική μάθηση
- **αναλύει και να συνθέτει** κάθε αριθμό,
- **εντοπίζει σχέσεις** με τους άλλους αριθμούς

Ανάλυση και Σύνθεση των αριθμών

Εργασίες

1) Συνεχίζω όπως στο παράδειγμα:

ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
(10.000)	(1.000)	(100)	(10)	(1)
1	6	5	3	2

16.532 = ...



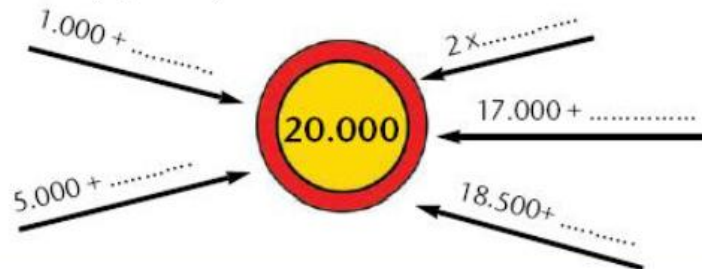
ΔΧ	Χ	Ε	Δ	Μ
(10.000)	(1.000)	(100)	(10)	(1)
1	9	0	7	8

19.078 = ...



Δεκαδικό ανάπτυγμα, σύγκριση, διάταξη, παρεμβολή.

4) Φτάνω στο 20.000 με άλλους τρόπους.



Συμπέρασμα

Υπάρχουν πολλοί τρόποι ν' αναλύσουμε έναν αριθμό. Το **δεκαδικό του ανάπτυγμα** το βρίσκουμε όπως στο παράδειγμα:

$$13.526 = 1 \cdot 10.000 + 3 \cdot 1.000 + 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 6 \cdot 1$$



Πρόσεξε!!!



Ανάλυση και σύνθεση αριθμών

- Ο αριθμός 500 προκύπτει από την πρόσθεση τριών αριθμών που είναι πολλαπλάσια του 10.
 - Μπορείς να βρεις περισσότερους από έναν συνδυασμούς;
 - Ποια στρατηγική χρησιμοποίησες;
- Αν το άθροισμα δύο αριθμών είναι 120 και η διαφορά τους είναι 40, ποιοι είναι οι αριθμοί;
 - Πώς μπορείς να ελέγξεις την απάντησή σου με πράξεις;

Ανάλυση αριθμού

Αριθμοί στη χαλασμένη αριθμομηχανή

Απόκρυψη δραστηριότητας

Μπορείτε να σχηματίσετε τον αριθμό 205 στη χαλασμένη αριθμομηχανή;

Αρχειοποίηση

☐ Οδηγίες



A digital representation of a broken calculator. It features a white display screen at the top showing the number '0'. Below the screen is a green panel with several buttons. On the left side of the green panel, the numbers '5' and '2' are displayed vertically. In the center, there are buttons for parentheses '(', ')', addition '+', subtraction '-', and an equals sign '='. On the right side, there are buttons for a left arrow, a 'C' (clear) button, and a minus sign '-'. The entire calculator interface is set against a yellow background.

<https://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/1836>

Ανάλυση αριθμού

 **Φωτόδεντρο**
Μαθησιακά Αντικείμενα

Τίτλος: Το παιχνίδι του Γιώργου και του Γιάννη

καρτέλα αντικειμένου 



Το παιχνίδι του Γιώργου και του Γιάννη

Απόκρυψη δραστηριότητας

Η αριθμομηχανή που έχουν ο Γιώργος και ο Γιάννης είναι χαλασμένη και λειτουργούν μόνο τα πλήκτρα που βλέπετε. Τα δύο παιδιά προσπαθούν να αναπαραστήσουν τον αριθμό 847. Νικητής θα είναι όποιος το καταφέρει πατώντας τα λιγότερα πλήκτρα. Μπορείς να βοηθήσεις τον Γιώργο ή τον Γιάννη;

Αρχικοποίηση

☐ Οδηγίες

0

1

3

+

0

=



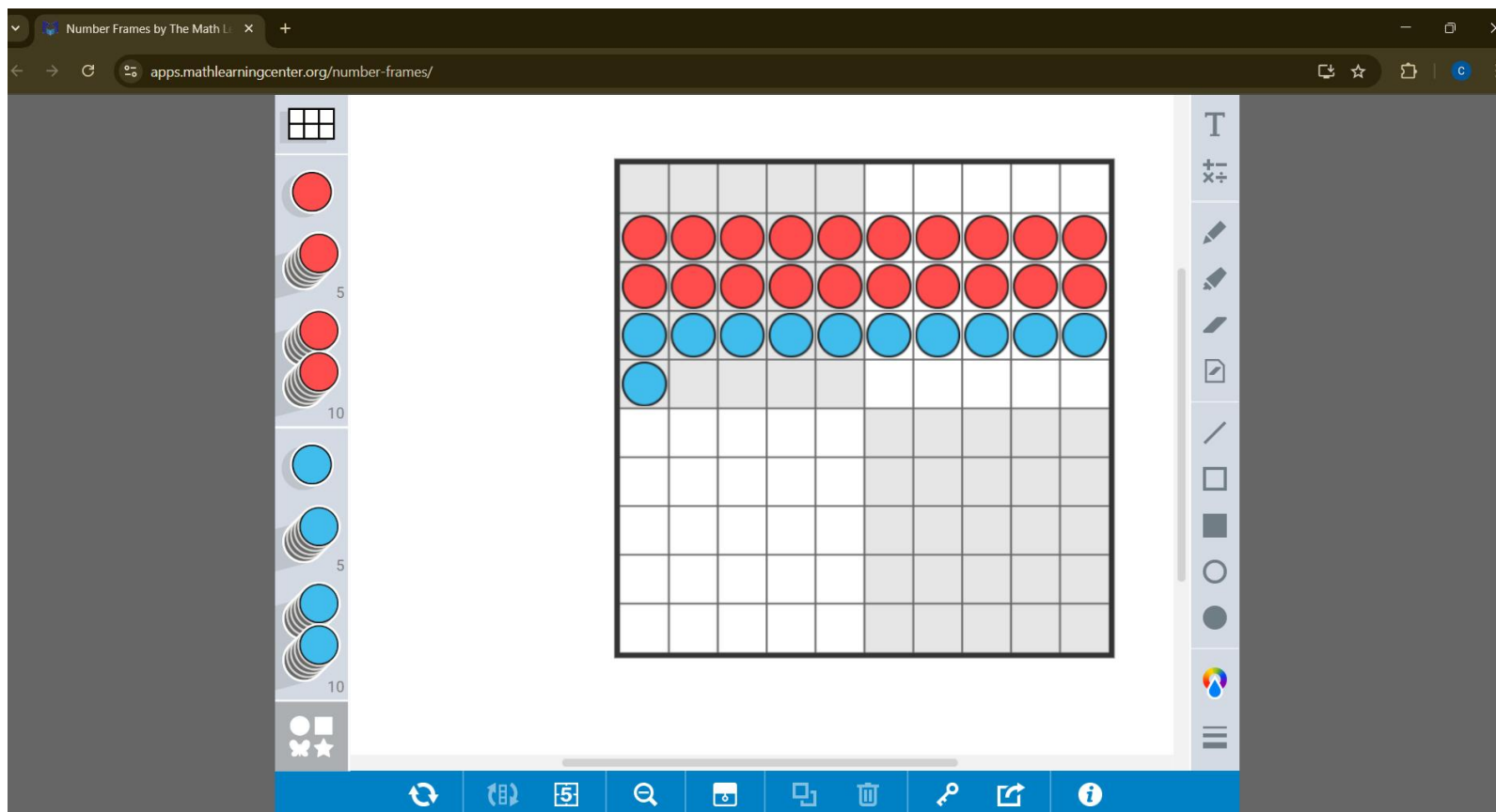


<https://photodentro.edu.gr/v/item/ds/8521/3936>

Πρόσθεση και Αφαίρεση

Η διδακτική προσέγγιση για τις πράξεις βασίζεται σε δύο στοιχεία:

A) Τις σταθερές σχέσεις των αριθμών της πρώτης δεκάδας



<https://apps.mathlearningcenter.org/number-frames/>

Ιδιότητες της πρόσθεσης

- Αντιμεταθετική:
 - $a+b = b+a$
- Προσεταιριστική:
 - $(a+b)+\gamma = a+(\beta+\gamma)$
- Επιμεριστική ως προς τον πολλαπλασιασμό:
 - $a \times (\beta+\gamma) = (a \times \beta) + (a \times \gamma)$
- Το 0 είναι ουδέτερο στοιχείο ως προς την πρόσθεση:
 - $a+0 = a$

Ιδιότητες της αφαίρεσης

- Μη αντιμεταθετική ιδιότητα
 - $a-\beta \neq \beta-a$
- Μη προσεταιριστική ιδιότητα
 - $(a-\beta)-\gamma \neq a-(\beta-\gamma)$
- Το μηδέν είναι το ουδέτερο στοιχείο της αφαίρεσης μόνο όταν αφαιρείται.
 - $a-0=a$, αλλά $0-a=-a$
- Ιδιότητα αφαίρεσης ίσων αριθμών
 - $a-a=0$
- Αντίθετος αριθμός
 - $a-\beta=a+(-\beta)$
 - Αυτό μας βοηθά να χρησιμοποιούμε τις ιδιότητες της πρόσθεσης για να κάνουμε αφαιρέσεις.

Η διδακτική προσέγγιση για τις πράξεις βασίζεται σε δύο στοιχεία

Β) Τη χρήση τους στην επίλυση προβλημάτων

Ένα παιδί μπορεί να γνωρίζει πως $2+2=4$ αλλά να μην μπορεί να λύσει ένα πρόβλημα «Ο Αντώνης είχε δύο μπίλιες. Η Μαρία του έδωσε άλλες δύο. Πόσες μπίλιες έχει τώρα ο Αντώνης;»

- **Αναστολή δημιουργίας νοήματος**

- Τα παιδιά δεν διαβάζουν το κείμενο του προβλήματος αλλά συνδυάζουν τους αριθμούς που βρίσκονται στο πρόβλημα
- Αντιμετωπίζουν τα προβλήματα ως φτιαχτά που στηρίζονται σε ρουτίνες
 - Αλλαγή λεκτικής απόδοσης προβλήματος μπορεί να επηρεάσει την απάντηση σε ποσοστό ακόμη και 64%
 - Πόσα περισσότερα είναι τα παιδιά από τα μπαλόνια;
 - Αν κάθε παιδί πάρει ένα μπαλόνι, πόσα μπαλόνια θα πουλήσει ο πωλητής;

Είδη αθροιστικών προβλημάτων

1. Αλλάζω → προσθετικές ή αφαιρετικές αλλαγές σε μία ποσότητα,

- αρχική κατάσταση → μετασχηματισμός → τελική κατάσταση
- Προσθετικές ή αφαιρετικές διαδικασίες:
 - Πρόσθεση όπου το ζητούμενο είναι η τελική κατάσταση
 - Η Μαρία έχει 4 καραμέλες. Ο Γιώργος της έδωσε άλλες δύο. **Πόσες καραμέλες έχει τώρα;**
 - Αφαίρεση όπου το ζητούμενο είναι η τελική κατάσταση
 - Η Μαρία είχε 4 καραμέλες. Έφαγε τις δύο. **Πόσες έχει τώρα;**
 - Αφαίρεση όπου το ζητούμενο είναι η αρχική κατάσταση
 - Η γιαγιά της Μαρίας της έδωσε σήμερα 3 καραμέλες. Τώρα έχει συνολικά 7 καραμέλες. **Πόσες καραμέλες είχε η Μαρία εχθές;**
 - Πρόσθεση όπου το ζητούμενο είναι η αρχική κατάσταση
 - Η Μαρία έφαγε 3 από τις καραμέλες που είχε και τώρα έχει μείνει με 2. **Πόσες καραμέλες είχε στην αρχή;**
 - Αφαίρεση όπου το ζητούμενο είναι το στοιχείο που μετασχηματίζει
 - Η Μαρία είχε 3 καραμέλες. Ο Γιάννης της έδωσε και τις δικές του και τώρα η Μαρία έχει 6 καραμέλες. **Πόσες καραμέλες της έδωσε ο Γιάννης;**

Είδη αθροιστικών προβλημάτων

2. Συνδυάζω → προσθετικές ή αφαιρετικές αλλαγές σε δύο ποσότητες,

- Προβλήματα «μέρος-μέρος-όλο»
 - Το ένα έχει 10, και οι δυο μαζί έχουν 15, πόσα έχει το δεύτερο;

Είδη αθροιστικών προβλημάτων

3. Συγκρίνω → προβλήματα που συγκρίνουν δύο ποσότητες

- Σχέση ποσοτήτων
- Περιπτώσεις:
 - Πρόσθεση όπου το ζητούμενο είναι η δεύτερη ποσότητα
 - Η Μαρία έχει 3 καραμέλες και ο Γιάννης έχει 2 περισσότερες. Πόσες έχει ο Γιάννης;
 - Πρόσθεση όπου το ζητούμενο είναι η πρώτη ποσότητα
 - Ο Γιάννης έχει 3 καραμέλες, 2 λιγότερες από τη Μαρία. Πόσες καραμέλες έχει η Μαρία;
 - Αφαίρεση όπου το ζητούμενο είναι «πόσα περισσότερα»
 - Η Μαρία έχει 7 καραμέλες και ο Γιάννης 5 καραμέλες. Πόσες περισσότερες καραμέλες έχει η Μαρία από τον Γιάννη;
 - Αφαίρεση όπου το ζητούμενο είναι «πόσα λιγότερα»
 - Η Μαρία έχει 5 καραμέλες και ο Γιάννης έχει 7. Πόσες λιγότερες καραμέλες έχει η Μαρία από το Γιάννη;
 - Αφαίρεση όπου το ζητούμενο είναι η πρώτη ποσότητα
 - Η Μαρία έχει 3 καραμέλες λιγότερες από το Γιάννη. Ο Γιάννης έχει 7 καραμέλες. Πόσες καραμέλες έχει η Μαρία;

Είδη αθροιστικών προβλημάτων

4. Αλλαγής προς ή από → η μία ποσότητα αλλάζει ώστε να γίνει ίση με την άλλη

- Αλλαγή προς
 - Π.χ. Η Μαρία έχει 3 και η Άννα 7. Πόσα θα πάρει η Μαρία για έχει όσα και η Άννα;
- Αλλαγή από
 - Π.χ. Πόσα θα βγάλει η Άννα για έχει όσα και η Μαρία

Στάδια αθροιστικών στρατηγικών

Καταμέτρηση βάζοντας
όλα τα αντικείμενα

Συνεχίζουν τη μέτρηση από
τον έναν αριθμό. Συχνά
μπορεί να μην επιλέξουν
τον μεγαλύτερο

Στρατηγικές ανάλυσης και
σύνθεσης αριθμών

Σύνοψη

- Η μάθηση των αριθμητικών πράξεων
- Η σχέση της με την εκτίμηση/αναγνώριση με μια ματιά
- Πρόσθεση και Αφαίρεση, προβλήματα πρόσθεσης και αφαίρεσης