Πρόβλημα 1. Αν είναι εφικτό, να διαγωνιοποιηθεί ο παρακάτω πίνακας

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -4 & -6 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Πρόβλημα 2. Αν είναι εφικτό να διαγωνιοποιηθεί ο παρακάτω πίνακας

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix},$$

για τον οποίο δίνονται οι 3 ιδιοτιμές του οι οποίες είναι ίσες με $3, 4, 6$.
Είναι οι στήλες του A γραμμικώς ανεξάρτητες; Είναι ο A αντιστρέψιμος; Είναι η απεικόνιση $T(x) = Ax$ επί στον $\mathbb{R}^3$; Ισχύει ότι ο μηδενοχώρος του A έχει διάσταση τουλάχιστον 1 ;
Να υπολογιστεί επίσης ο A^{-1} αλλά και εν συνεχεία να υπολογιστεί ο πίνακας $\lim_{n\to\infty}(A^{-1})^n$.

Πρόβλημα 3. Για ποιους από τους παρακάτω πίνακες μπορούμε να συμπεράνουμε σίγουρα ότι είναι διαγωνιοποιήσιμοι;
α) Για τους πίνακες $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ οι οποίοι ικανοποιούν $A^2 - I = 0$.
β) Για τους πίνακες $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ οι οποίοι ικανοποιούν $(A^2 - 4A + I)(A + I) = 0$.
γ) Για τους πίνακες $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ οι οποίοι ικανοποιούν $A^3 - 3A^2 + 3A - I = 0$.
δ) Για τους πίνακες $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ οι οποίοι ικανοποιούν $\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^{-k} A^k = 0$.

Πρόβλημα 4. Έστω πίνακες $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ με $AB = BA$. Αν ο A έχει όλες τις ιδιοτιμές του διαφορετικούς πραγματικούς αριθμούς να δείξετε ότι A και B έχουν τα ίδια ακριβώς ιδιοδιανύσματα. Συμπεράνετε ότι και ο A και ο B είναι διαγωνιοποιήσιμοι.