

Διακριτά Μαθηματικά

Διδάσκοντες: Γιάννης Εμίρης, Γιάννης Χαμόδρακας

29/1/2026

☐	0	☐	0	☐	0	☐	0	☐	0
☐	1	☐	1	☐	1	☐	1	☐	1
☐	2	☐	2	☐	2	☐	2	☐	2
☐	3	☐	3	☐	3	☐	3	☐	3
☐	4	☐	4	☐	4	☐	4	☐	4
☐	5	☐	5	☐	5	☐	5	☐	5
☐	6	☐	6	☐	6	☐	6	☐	6
☐	7	☐	7	☐	7	☐	7	☐	7
☐	8	☐	8	☐	8	☐	8	☐	8
☐	9	☐	9	☐	9	☐	9	☐	9

← Αριθμός μητρώου

Προπτυχιακοί: σημειώστε έτος εισαγωγής και τα 3 τελευταία ψηφία του ΑΜ σας (πχ "18999") στα αριστερά, μαυρίζοντας τα αντίστοιχα κουτάκια. Επίσης **γράψτε οπωσδήποτε ΑΜ και ονοματεπώνυμο** στο παρακάτω πλαίσιο.

Επίσης: γράψτε ΑΜ και ονοματεπώνυμο στο παρακάτω πλαίσιο.

Πχ για "18999":

☐	0	☐	0	☐	0	☐	0	☐	0
☒	1	☐	1	☐	1	☐	1	☐	1
☐	2	☐	2	☐	2	☐	2	☐	2
☐	3	☐	3	☐	3	☐	3	☐	3
☐	4	☐	4	☐	4	☐	4	☐	4
☐	5	☐	5	☐	5	☐	5	☐	5
☐	6	☐	6	☐	6	☐	6	☐	6
☐	7	☐	7	☐	7	☐	7	☐	7
☐	8	☒	8	☐	8	☐	8	☐	8
☐	9	☐	9	☒	9	☒	9	☒	9

ΑΜ / Ονοματεπώνυμο:

.....

Οδηγίες

- Ελέγξτε ότι έχετε **13 ερωτήσεις** και ότι ο αριθμός στο πάνω μέρος **κάθε** κόλλας **ξεκινάει από +1/**
- Σημειώνετε τις απαντήσεις **μαυρίζοντας πλήρως** τα αντίστοιχα κουτάκια: ☐ → ☒
- Διορθώσεις είναι δυνατές αν γράφετε με μολύβι, ή με διορθωτικό υγρό/ταινία. Για να ελαχιστοποιήσετε τα λάθη, σημειώστε προσωρινά τις απαντήσεις δίπλα στα κουτάκια, και αφιερώστε 10 λεπτά στο τέλος για να τα μαυρίσετε.
- Οι ερωτήσεις έχουν ακριβώς μία σωστή απάντηση και δεν υπάρχει αρνητική βαθμολογία.

Καλή επιτυχία!

Ερώτηση 1 / 13 Έστω η πρόταση $P : \forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} (x < y \implies x^2 > y^2)$. Ποια είναι η άρνηση της P και ποια η τιμή αλήθειας της P ;

☐ $\exists x, \forall y (x < y \wedge x^2 \leq y^2)$. Η P είναι Ψευδής.☐ $\forall x, \exists y (x \geq y \vee x^2 \leq y^2)$. Η P είναι Ψευδής.☐ $\exists x, \forall y (x < y \implies x^2 \leq y^2)$. Η P είναι Αληθής.☐ $\exists x, \forall y (x < y \wedge x^2 > y^2)$. Η P είναι Αληθής.☒ $\exists x, \forall y (x < y \wedge x^2 \leq y^2)$. Η P είναι Αληθής.

Ερώτηση 2 / 13 Έστω A, B, C τρία σύνολα. Ποιος είναι ο τύπος για το πλήθος των στοιχείων που ανήκουν σε **τουλάχιστον δύο** από τα σύνολα;

☒ $|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - 2|A \cap B \cap C|$ ☐ $|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - 3|A \cap B \cap C|$ ☐ $|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C| - |A \cap B \cap C|$ ☐ $|A| + |B| + |C| - (|A \cap B| + |A \cap C| + |B \cap C|) + 2|A \cap B \cap C|$ ☐ $|A| + |B| + |C| - 2 \sum |A \cap B| + 3|A \cap B \cap C|$

Ερώτηση 3 / 13 Ποια είναι η ασυμπτωτική σχέση μεταξύ των συναρτήσεων $f(n) = n^{\log n}$ και $g(n) = (\log n)^n$;

☒ $f(n) = O(g(n))$ ☐ $f(n) = \Theta(g(n))$ ☐ $\frac{f(n)}{g(n)} = O(1)$ ☐ $g(n) = O(f(n))$ ☐ Δεν είναι συγκρίσιμες

Ερώτηση 4 / 13 Με πόσους τρόπους μπορούμε να μοιράσουμε 20 ίδια μπαλάκια σε 4 διακεκριμένα κουτιά ώστε το 1ο κουτί να έχει τουλάχιστον 3 και το 2ο κουτί το πολύ 5. ;

☒ 776

☐ 256

☐ 1140

☐ 364

☐ 840

Ερώτηση 5 / 13 Σε πάρτι με n ζευγάρια ($2n$ άτομα), επιλέγουμε επιτροπή 3 ατόμων. Πόσοι τρόποι υπάρχουν ώστε να ΜΗΝ επιλεγεί κανένα ζευγάρι;

☒ $\binom{n}{3} \cdot 2^3$

☐ $\binom{2n}{3} - n(2n - 2)$

☐ $2 \cdot \binom{n}{3}$

☐ $\binom{2n}{3} - n$

☐ $P(n, 3) \cdot 2^3$

Ερώτηση 6 / 13 Πόσες μεταθέσεις του $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ υπάρχουν ώστε το 1 να μην είναι στην 1η θέση, το 2 να μην είναι στη 2η, και το 3 να μην είναι στην 3η;

☒ $6! - \binom{3}{1}5! + \binom{3}{2}4! - \binom{3}{3}3!$

☐ $3 \cdot 5!$

☐ $6! - 3!$

☐ $6! - 3 \cdot 5!$

Ερώτηση 7 / 13 Για τη συνάρτηση $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ με τύπο $f(m, n) = 2m + n$, ισχύει ότι:

☒ Είναι επί αλλά όχι 1-1

☐ Είναι 1-1 αλλά όχι επί

☐ Είναι 1-1 και επί

☐ Δεν είναι ούτε 1-1 ούτε επί

Ερώτηση 8 / 13 Σε μια δεξίωση βρίσκονται 5 άτομα (Α, Β, Γ, Δ, Ε). Γνωρίζουμε ότι ο Α έκανε 4 χειραψίες, ο Β έκανε 3, ο Γ έκανε 2 και ο Δ έκανε 1. Πόσες χειραψίες έκανε ο Ε;

☒ 2

☐ 1

☐ 3

☐ 0

☐ 4

Ερώτηση 9 / 13 Πόσες συμβολοσειρές bit μήκους n ($n \geq 8$) περιέχουν ακριβώς 4 άσσους, με την προϋπόθεση ότι **κανένας άσσος δεν βρίσκεται δίπλα σε άλλον άσσο**;

☐ $\binom{n}{4} - (n - 3)$

☐ $\binom{n-4}{4}$

☐ $4! \cdot \binom{n}{4}$

☒ $\binom{n-3}{4}$

☐ $\binom{n+1}{4}$

☐ $\binom{n}{4} - \binom{n-1}{3}$

Ερώτηση 10 / 13 Σε πλέγμα 10×10 , κινούμαστε μόνο δεξιά και πάνω. Πόσα μονοπάτια υπάρχουν από το $(0, 0)$ στο $(10, 10)$ που **ΔΕΝ** περνάνε από το σημείο $(5, 5)$;

☒ $\binom{20}{10} - \left(\binom{10}{5}\right)^2$

☐ $\binom{20}{10} - \binom{10}{5}$

☐ $\left(\binom{10}{5}\right)^2$

☐ $\binom{20}{10} - 2\binom{10}{5}$

☐ 2^{10}

Ερώτηση 11 / 13 Έχουμε έναν σωρό από 4 πέτρες. Σε κάθε βήμα, διαλέγουμε έναν σωρό με k πέτρες ($4 \geq k \geq 2$) και τον σπάμε σε δύο μικρότερους σωρούς με x και y πέτρες, αντίστοιχα. Οι πόντοι που κερδίζουμε σε κάθε κίνηση είναι: $3 \cdot x \cdot y \cdot k$. Δηλαδή το γινόμενο των δύο νέων σωρών επί το μέγεθος του αρχικού σωρού, επί 3. Συνεχίζουμε μέχρι να μείνουν μόνο σωροί με 1 πέτρα. Ποιο είναι το συνολικό σκορ;

60

48

64

36

12

24

Ερώτηση 12 / 13 Αν ξεκινήσουμε με έναν σωρό n πετρών και ακολουθήσουμε την παραπάνω διαδικασία (πόντοι = $3xy(x + y)$), το συνολικό σκορ $S(n)$ δίνεται πάντα από τον τύπο:

$$\square \quad S(n) = n^3$$

$S(n) = 3n(n - 1)$

$S(n) = (n - 1)^3$

■ $S(n) = n^3 - n$

$$\square \quad S(n) = n(n^2 + 1)$$
$$\square \quad S(n) = n^2 - n$$

Ερώτηση 13 / 13 Αποδείξτε επαγωγικά τον τύπο που επιλέξατε για το $S(n)$.

ΜΗΝ ΜΑΥΡΙΣΕΤΕ ΤΑ ΚΟΥΤΑΚΙΑ

☐ w ☐ p ☒ c

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There is no handwriting or other markings on the paper.

Corrected