ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ, τμ. Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών (Σεπτ. 2012)

Θ1 Έστω η συνάρτηση $f(x)=e^x$, $x\in\mathbb{R}$.

i) Να βρεθεί το πολυώνυμο Taylor βαθμού n, στο σημείο $x_0=0$.

ii) Να αναπτυχθεί σε σειρά Taylor η f, στο σημείο $x_0=0$

iii) Υπολογίστε το e με σφάλμα μικρότερο του $3\cdot 10^{-2}$.

Θ2 Έστω $\vec{F}(x,y)=(x^2+y^2, e^{x^2}, \eta\mu y)$ και $\vec{G}(x,y)=(\ln(x+y), xy, y)$.

Να υπολογιστεί το διαφορικό της $\vec{F}\times\vec{G}$ στο σημείο $(0,1)$.

Θ3 i) Να γραφεί ο πολικός μετασχηματισμός στον $\mathbb{R}^2$ και να εξηγηθούν πλήρως οι πολικές συντεταγμένες.

ii) Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα $I=\int_0^1\int_0^{\sqrt{1-x^2}}(x^2+y^2)\,dy\,dx$.

Θ4 Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}_\alpha(x,y)=\left(\frac{\alpha x}{y}, \frac{1-x^2}{y^2}\right)$, $(x,y)\in\mathbb{R}\times(0,+\infty)=A$

i) Να βρεθεί $\alpha_0\in\mathbb{R}$ ώστε το $\vec{F}_{\alpha_0}$ να είναι αστρόβιλο στο A.

ii) Να βρεθεί το $|W|=\left|\int_\Gamma \vec{F}_{\alpha_0}\cdot d\vec{r}\right|$, όπου $\Gamma=\{(x,y): x^2+(y-10)^2=1,\ x\geq 0\}$

Θ5 Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}(\vec{r})=\frac{\vec{r}}{r^3}$, $\vec{r}=(x,y,z)$, $r=\|\vec{r}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
με $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\setminus\{(0,0,0)\}$

Να υπολογιστεί επιφανειακό ολοκλήρωμα $\iint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$ (εξερχόμενη ροή), όπου S η επιφάνεια του $B=\{(x,y,z): x^2+y^2\leq\alpha^2,\ -\beta\leq z\leq \beta\}$ $(\alpha,\beta>0)$ $(S=\partial B)$

Τα θέματα είναι ισοδύναμα με βαθμολογία 2 μονάδων το καθένα.

Καλή επιτυχία!

Διάρκεια εξέτασης 2:30 ώρες