ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ, τμ. Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών
Ιούνιος 2011.

ΟΝΟΜΑ					ΑΜ:
Θ1:	Θ2:	Θ3:	Θ4:		

Θ1: Έστω $\vec{F}(x,y)=(5,\eta\mu(xy),10)$, $\vec{G}(x,y)=(x^2+y,0,e^x)$ και $(x_0,y_0)=(0,1)$

i) Υπολογίστε το διαφορικό της $\vec{F}\cdot\vec{G}$ στο (x_0,y_0) $\boxed{1}$

ii) Υπολογίστε τα διαφορικά των $\vec{F}\times\vec{G}$, $\vec{G}\times\vec{F}$ στο (x_0,y_0) $\boxed{1{,}5}$

Θ2 Έστω $f(x,y)=x^y$, $x>0$ και $y\in\mathbb{R}$.

i) Να ευρεθεί το 2ου βαθμού πολυώνυμο Taylor της f στο $(1,1)$, $\boxed{1{,}3}$

ii) Το εφαπτόμενο επίπεδο και το κάθετο διάνυσμα της επιφάνειας $S=\{(x,y,z):\ z=f(x,y),\ x>0 \text{ και } y\in\mathbb{R}\}$ στο $(x_0,y_0,z_0)=(1,1,1)$, $\boxed{0{,}6}$

iii) Ο ρυθμός μεταβολής της f στο $(1,1)$ στην κατεύθυνση της ευθείας που ενώνει τα σημεία $(2,0)$, $(0,2)$. $\boxed{0{,}6}$

Θ3 i) Να γραφεί ο σφαιρικός μετασχηματισμός στον $\mathbb{R}^3$ και να εξηγηθούν πλήρως οι σφαιρικές συντεταγμένες. $\boxed{1{,}3}$

ii) Να υπολογιστεί ο όγκος και το εμβαδόν επιφανείας, σφαίρας ακτίνας α. $\boxed{0{,}6+0{,}6}$ $(\alpha>0)$

Θ4 Έστω το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}(\vec{r})=\dfrac{\vec{r}}{r^3}$, όπου $\vec{r}=(x,y,z)$, $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ με $(x,y,z)\in\mathbb{R}^3\setminus\{(0,0,0)\}$.

i) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\oint\!\!\oint_S \vec{F}\cdot d\vec{S}$, όπου S ομαλή, κλειστή επιφάνεια του $\mathbb{R}^3$, που το $(0,0,0)\notin S$. $\boxed{1{,}3}$

ii) Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\oint_\Gamma \vec{F}\cdot d\vec{r}$, όπου Γ ομαλή, κλειστή καμπύλη του $\mathbb{R}^3$, που το $(0,0,0)\notin\Gamma$ $\boxed{1{,}2}$

ΛΥΣΕΙΣ