

Συ Πρόοδος / 9 Απριλίου 2011.

Α.Ε.-Δ.

Θ1/ Έσν $\vec{a}=(3,3,3)$, $\vec{b}=(2,1,0)$ και $\vec{i}=(1,0,0)$ διανύσματα του \mathbb{R}^3
 i) υπολογίστε τα γινόμενα $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{i}$ και $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{i})$. [1]
 ii) αποδείξτε ότι $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{i} = (\vec{a} \cdot \vec{i})\vec{b} - (\vec{b} \cdot \vec{i})\vec{a}$, $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{i}) = (\vec{a} \cdot \vec{i})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{i}$ [1]

Θ2/ i) Να γραφεί αναγκαστικά ο δομικός μετασχηματισμός $\vec{T}: [0, 2\pi) \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, $\vec{T}(r, \theta) = (x(r, \theta), y(r, \theta))$, εξηγώντας τις συλλογισίες [1]
 ii) Έσν $r(\theta) = 4 \cos \theta$, $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ είναι η δομική εικόνα καμπύλης Γ του \mathbb{R}^2 , να εριδεί η καρτεσιανή εικόνα της Γ και να γίνει (από χειρό) σχήμα της [1]

Θ3/ i) Έσν \vec{T} είναι ο δομικός μετασχηματισμός να βρεί ο διάνκκος των διαφορικών του και η ορίθουσα του διάνκκου [2.5]
 ii) αποδείξτε ότι $\|\nabla f\|^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)^2$, $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ διαφορίβη, $F = f \circ \vec{T}$ (\vec{T} του ii) [1.5]

Θ4/ Έσν $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + 2z \sin yz$. i) από εξαρτισίθετε του ∇f του $df(1, 2, 3)$ να το υπολογίθετε [1]
 ii) υπολογίθετε τις $\frac{\partial F}{\partial r}$, $\frac{\partial F}{\partial \theta}$, $\frac{\partial F}{\partial \varphi}$ όταν $F = f \circ \vec{T}$ με \vec{T} του βραβητικό μετασχηματισμού [1]

Θ5/ i) Έσν $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ διαφορίβη με αναγ. Taylor $T_{5, x_0=5}(x) = x + 8x^2$ υπολογίθετε τις τιμές $f(5)$, $f'(5)$ και $f''(5)$ [1]
 ii) βρείτε αποδείγνθου του ρίθου της $e^x = x + 1,008$ με χρίθου αναγ. Taylor 2-βάθμης [1]

Θ6/ i) υπολογίθετε το $T_{n, 0}(x)$ της $f(x) = e^x$ [1]
 ii) $e \notin \mathbb{Q}$ [1]