ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Εξετάσεις 17 Σεπτεμβρίου 2010

ΕΠΩΝΥΜΟ: ………………………………………………………………………………………

ΟΝΟΜΑ: …………………………………………………………………………………………

ΠΑΤΡΩΝΥΜΟ: …………………………………………………………………………………...

Α.Μ. : …………………………………………………………………………………………

ΑΙΘΟΥΣΑ: ………………………………………………………………………………………

Θ.1 (0,5 + 0,5 + 1):	**Θ.4** (1 + 1):	
Θ.2 (0,7 + 0,7 + 0,6):	**Θ.5** (1 + 1):	
Θ.3 (0,7 + 0,7 + 0,6):	**Θ.6** (0,6 + 0,6 + 0,8):	
		Σύνολο:

Γράφετε τις απαντήσεις μόνο στο χώρο που υπάρχει η εκφώνηση.
Για πρόχειρο χρησιμοποιείστε το τελευταίο φύλλο.

Καλή επιτυχία!

Θ.1 Έστω $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3),\ \vec{\beta}=(\beta_1,\beta_2,\beta_3),\ \vec{\gamma}=(\gamma_1,\gamma_2,\gamma_3)\in\mathbb{R}^3$

i) Να οριστεί το εσωτερικό γινόμενο

$\vec{a}\cdot\vec{\beta}=$

και το εξωτερικό γινόμενο

$\vec{a}\times\vec{\beta}=$

(0,5 μονάδες)

ii) Να εκφράσετε το $\vec{a}\cdot\vec{\beta}\times\vec{\gamma}$ ως ορίζουσα πίνακα

(0,5 μονάδες)

iii) Έστω ότι κινητό έχει διάνυσμα θέσης $\vec{r}(t)=(e^t,e^t\sigma\upsilon\nu\, t,e^t\eta\mu t),\ t\in\mathbb{R}$. Αποδείξτε ότι το κινητό κινείται στην επιφάνεια κώνου και η γωνία που δημιουργούν τα διανύσματα $\vec{r}(t),\ \vec{r}'(t)$ είναι σταθερή (δηλ. ανεξάρτητη του t).

(1 μονάδα)

Θ.2 Έστω η συνάρτηση $\vec{F}(x,y,z)=\left(x^2-\frac{1}{2}y^2-\tau o\xi\,\varepsilon\varphi\, x,\ e^y,\ x+y+z\right),\ (x,y,z)\in\mathbb{R}^3$.

i) Αποδείξτε ότι η $\vec{F}$ είναι διαφορίσιμη συνάρτηση στο $(x_0,y_0,z_0)\in\mathbb{R}^3$.

(0,7 μονάδες)

ii) Να ευρεθεί η συνάρτηση διαφορικού $d\vec{F}(1,2,0)$.

(0,7 μονάδες)

iii) Είναι ο πίνακας που αντιστοιχεί στο $d\vec{F}(1,2,0)$ αντιστρέψιμος;

(0,6 μονάδες)

Θ.3 Έστω η συνάρτηση $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ που έχει παραγώγους κάθε τάξης

i) Να γραφεί το 2^{ου} βαθμού πολυώνυμο Taylor και το υπόλοιπο στο $(x_0,y_0)\in\mathbb{R}^2$.

(0,7 μονάδες)

ii) Εφαρμόστε το i) για $f(x,y)=\eta\mu\, x\,\eta\mu\, y$ και $(x_0,y_0)=(0,0)$.

(0,7 μονάδες)

iii) Να γράψετε προσέγγιση του $\eta\mu(0{,}1)\eta\mu(0{,}2)$ και εκτίμηση του σφάλματος (με τη βοήθεια του ii)).

(0,6 μονάδες)

Θ.4 **i)** Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$I=\iint_T (x^2+y^2)dxdy$, όπου Τ το τρίγωνο με κορυφές τα σημεία (0,0), (0,1) και (2,3).

$J=\int_0^1\int_x^1 \sigma\upsilon\nu(y^2)dydx$.

(1 μονάδα)

ii) Να ορίσετε τον σφαιρικό μετασχηματισμό στον $\mathbb{R}^3$, να υπολογίσετε την ορίζουσά του και τον όγκο σφαίρας ακτίνας a $(a>0)$.

(1 μονάδα)

Θ.5 **i)** Να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $I=\oint_\Gamma \frac{y}{x^2+y^2}dx-\frac{x}{x^2+y^2}dy$, όπου Γ η έλλειψη $4x^2+9y^2=36$, θετικά προσανατολισμένη.

(1 μονάδα)

ii) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα του στροβιλισμού της $\vec{F}(x,y,z)=(x^2-y)\vec{i}+4z\vec{j}+x^2\vec{k}$ στην επιφάνεια του κώνου $S=\left\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3: z=\sqrt{x^2+y^2},\ z\in[0,1]\right\}$.

(1 μονάδα)

Θ.6 Έστω $\vec{F}(x,y)=(5x^4y+y^5+\beta y)\vec{i}+(ax^5+5xy^4+x)\vec{j}$

i) Να υπολογιστούν τα $a,\beta\in\mathbb{R}$, ώστε το διανυσματικό πεδίο $\vec{F}$ να γίνει συντηρητικό στον $\mathbb{R}^2$.

(0,6 μονάδες)

ii) Με τις τιμές των a,β από το i) να βρεθεί f ώστε $\vec{F}=\nabla f$.

(0,6 μονάδες)

iii) Να επαληθεύσετε τον κανόνα της αλυσιδωτής παραγώγισης για την $f \circ \vec{r}$, όπου f η συνάρτηση του ii) και $\vec{r}(t) = (t, t^2)$, $t \in \mathbb{R}$.

(0,8 μονάδες)