ΑΝΑΛΥΣΗ ΙΙ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

1η Πρόοδος (17.04.2010)

ΕΠΩΝΥΜΟ: …………………………………………………………………………………………

ΟΝΟΜΑ: ……………………………………………………………………………………………

ΠΑΤΡΩΝΥΜΟ: ………………………………………………………………………………………..

Α.Μ. : ………………………………………………………………………………………………

ΑΙΘΟΥΣΑ: …………………………………………………………………………………………

Θ.1 (1 + 1):	**Θ.4** (0,5 + 0,5 + 0,5):	
Θ.2 (0,5 + 1):	**Θ.5** (0,5 + 1,5):	
Θ.3 (1+ 1 + 1):	**Θ.6** (0,5 + 0,5) :	
		Σύνολο:

Γράφετε τις απαντήσεις μόνο στο χώρο που υπάρχει η εκφώνηση.
Για πρόχειρο χρησιμοποιείστε τις τρεις τελευταίες σελίδες.

Καλή επιτυχία!

Θ.1 Έστω $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3),\ \vec{\beta}=(\beta_1,\beta_2,\beta_3)\in /R^3$

i) Να οριστεί το εσωτερικό γινόμενο

$\vec{a}\cdot\vec{\beta}=$

και το εξωτερικό γινόμενο

$\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=$

(1 μονάδα)

ii) Ισχύει $\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta}=\vec{\beta}\cdot\vec{\alpha}$; Ισχύει $\vec{\alpha}\times\vec{\beta}=\vec{\beta}\times\vec{\alpha}$;

(Εάν ισχύει: το αποδεικνύουμε. Εάν δεν ισχύει: δίνουμε παραδείγματα $\vec{\alpha},\vec{\beta}\in /R^3$ που δεν ισχύει)

(1 μονάδα)

Θ.2 Έστω $\vec{\tau}(t)=(e^t\text{συν}t,\ e^t\text{ημ}t,\ e^t)$ το διάνυσμα θέσης ενός κινητού τη χρονική στιγμή $t\in /R$.

i) Να αποδειχθεί ότι το κινητό βρίσκεται στην επιφάνεια του κώνου $z=\sqrt{x^2+y^2}$.

(0,5 μονάδες)

ii) Να υπολογιστεί το $\text{συν}\vartheta_t$, όπου ϑ_t η γωνία των $\vec{\tau}(t),\ \vec{\tau}'(t)$ με $t\in /R$.

(1 μονάδα)

Θ.3 Έστω η $\vec{\varphi}(x,y)=(\text{συν}(xy),\ell n(x^2+y^2+10)),\ (x,y)\in /R^2$.

i) Αποδείξτε ότι η $\vec{\varphi}$ είναι διαφορίσιμη συνάρτηση στο (1,0).

(1 μονάδα)

ii) Να ευρεθεί η συνάρτηση του διαφορικού $d\vec{\varphi}(1,0)$.

(1 μονάδα)

iii) Να ευρεθεί ο πίνακας (Jacobi) που αντιστοιχεί στο $d\vec{\varphi}(1,0)$.

(1 μονάδα)

Θ.4 Έστω $\varphi:/R\to/R$ διαφορίσιμη συνάρτηση και $h:/R^2\to/R$ διαφορίσιμη συνάρτηση

i) Να γραφεί ο τύπος της Αλυσιδωτής Παραγώγισης για την $f=\varphi\circ h$.

(0,5 μονάδες)

ii) Αποδείξτε ότι η $f(x,y)=\varphi(x^2+y^2)$ ικανοποιεί την εξίσωση $xf_y=yf_x$

(0,5 μονάδες)

iii) Να αποδειχθεί ότι η $g(x,y)=\varphi(e^{xy})$ ικανοποιεί την εξίσωση $xg_x=yg_y$.

(0,5 μονάδες)

Θ.5 Έστω η $f(x,y)=\ell n(x+e^y),\ x\geq 0,\ y\in /R$.

i) Να ευρεθεί η κατεύθυνση $\vec{a}$ ($\|\vec{a}\|=1$) που στο σημείο (1,0) η f παρουσιάζει το μεγαλύτερο ρυθμό μεταβολής.

(0,5 μονάδες)

ii) Να υπολογιστεί το $2^{ου}$ βαθμού πολυώνυμο Taylor της f στο (1,0).

(1,5 μονάδα)

Θ.6 Να βρεθεί η εξίσωση του εφαπτομένου επιπέδου των επιφανειών:

i) $S_1=\left\{(x,y,z)\in /R^3 : x^2+y^2+z=9\right\}$ στο (1,2,4)

(0,5 μονάδες)

ii) $S_2=\left\{(x,y,z)\in /R^3 : z=x\text{συν}y-ye^x\right\}$ στο (0,0,0)

(0,5 μονάδες)

ΠΡΟΧΕΙΡΟ