

Ανάλυση ΙΙ - Τμήμα Πληροφορικής και Τηλεπικοινωνιών
Εξέταση Φεβρουαρίου 2021 (11-2-2021)
2ο Μέρος - Ομάδα Α

Οδηγίες: Σε κάποια από τα θέματα που ακολουθούν εμφανίζονται οι παράμετροι a, b, c . Οι παράμετροι αυτές αντιστοιχούν με αυτή τη σειρά στα τρία τελευταία ψηφία του αριθμού μητρώου σας. Για να λύσετε το κάθε θέμα θα πρέπει να ξεκινήσετε αντικαθιστώντας σωστά τις τιμές αυτών των παραμέτρων. Για παράδειγμα, αν ο αριθμός μητρώου σας ήταν sdi1800039, τότε θα έπρεπε να θέσετε $a = 0, b = 3, c = 9$.

Θέμα 4ο.

Έστω $k = c + 2$ (όπου c είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας). Εξετάστε αν υπάρχει καθένα από το παρακάτω όρια και, αν ναι, υπολογίστε το:

$$(i) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^k y^{k-1}}{(x^2 + y^2)^k} \cdot \sin(x^2 + y^2)$$

$$(ii) \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^k y^k}{\sin((x^2 + y^2)^k)}$$

Θέμα 5ο.

A. Δίνεται το διανυσματικό πεδίο

$$F(x, y) = (\sin x \cos y, \sin y \cos x) .$$

Αποδείξτε ότι το διανυσματικό πεδίο F είναι συντηρητικό και βρείτε μια συνάρτηση δυναμικού για αυτό.

B. Έστω σ μια απλή κλειστή θετικά προσανατολισμένη C^1 καμπύλη στο επίπεδο και D το χωρίο το οποίο περικλείει. Υπολογίστε με δύο τρόπους (στον ένα χρησιμοποιήστε το Θεώρημα του Green) το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$\int_{\sigma} F \cdot ds .$$

Θέμα 6ο.

Έστω $k = c + 2$, όπου c είναι το τελευταίο ψηφίο του αριθμού μητρώου σας

A. Αλλάζοντας τη σειρά ολοκλήρωσης υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^{2^k} \int_{\sqrt[k]{y}}^2 e^{x^{k+1}} dx dy .$$

B. Εφαρμόζοντας ολοκλήρωση σε κυλινδρικές συντεταγμένες, υπολογίστε τον όγκο του κώνου με εξίσωση

$$z = k - k\sqrt{x^2 + y^2}$$

και βάση στο xy επίπεδο.