

Ανάλυση II
Τμήμα Πληροφορικής - Χειμερινό Εξάμηνο 2020-21
2ο Διαγώνισμα - 16-1-2021

Διάρκεια εξέτασης: 2 ώρες. Τα 4 θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.

Θέμα 1ο

Βρείτε τα κρίσιμα σημεία καθεμιάς από τις παρακάτω συναρτήσεις και ταξινομήστε τα ως τοπικά μέγιστα, τοπικά ελάχιστα ή σαγματικά σημεία:

$$(\alpha) f(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 \quad , \quad (\beta) g(x, y) = xy - x + y$$

Θέμα 2ο

(α) Βρείτε το ανάπτυγμα Taylor 2ης τάξης κέντρου $(0, 0)$ για τη συνάρτηση

$$f(x, y) = y \sin x$$

(β) Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πολλαπλασιαστών Lagrange, βρείτε τη μέγιστη τιμή της συνάρτησης

$$f(x, y) = 16 - x^2 - y^2$$

υπό τον περιορισμό $x + 2y = 6$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Θέμα 3ο

(α) Έστω $x(t) = \sin t$, $y(t) = 2 \cos t$, $t \in \mathbb{R}$ και $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ διαφορίσιμη συνάρτηση. Βρείτε την παράγωγο $\frac{dz}{dt}$ της σύνθετης συνάρτησης $z = f(x(t), y(t))$ στο σημείο $t = \pi$, συναρτήσει των μερικών παραγώγων της f .

(β) Βρείτε τον όγκο του στερεού K που προκύπτει αν από τη σφαίρα ακτίνας 2 αφαιρέσουμε το τμήμα που περικλείεται από τον κύλινδρο ακτίνας 1 με άξονα τον z' .

Θέμα 4ο

Δίνεται το ολοκλήρωμα

$$I = \int_0^1 \int_x^{\sqrt[3]{x}} e^{x/y} dy dx .$$

Σχεδιάστε την περιοχή ολοκλήρωσης, αλλάξτε τη σειρά ολοκλήρωσης και στη συνέχεια υπολογίστε το ολοκλήρωμα I .

Καλή Επιτυχία