ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών

Δίκτυα Επικοινωνιών

Ασκήσεις στις ουρές

Τυπολόγιο

M/M/1

- $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ Utilization του συστήματος (πρέπει να είναι <1)
- $P_o = 1 - \rho$ Πιθανότητα το σύστημα να είναι άδειο
- $P_n = \rho^n(1-\rho),\ n = 0,1,\ldots$ Πιθανότητα να υπάρχουν n πελάτες στο σύστημα
- $N = \frac{\rho}{1-\rho}$ Μέσος αριθμός πελατών στο σύστημα
- $\mathrm{T} = \frac{1}{\mu-\lambda}$ Μέσος χρόνος αναμονής στο σύστημα
- $W = \frac{\rho}{\mu-\lambda}$ Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά

M/M/m

- $\rho = \frac{\lambda}{m\mu}$ Utilization του συστήματος (πρέπει να είναι <1)
- $P_o = \left[\sum_{n=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^n}{n!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}\right]^{-1}$ Πιθανότητα το σύστημα να είναι άδειο
- $P_n = \begin{cases} P_o\frac{(m\rho)^n}{n!} & n \le m \\ P_o\frac{(m\rho)^n}{m!} & n > m \end{cases}$ Πιθανότητα να υπάρχουν n πελάτες στο σύστημα
- $P_Q = \sum_{n=m}^{\infty} P_n = \frac{P_o(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}$ Πιθανότητα αφικνούμενος πελάτης να χρειαστεί να αναμείνει στην ουρά (Erlang C formula)
- $W = \frac{\rho P_Q}{\lambda(1-\rho)}$

Τυπολόγιο

M/M/∞

- $P_n = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{\left(e^{-\frac{\lambda}{\mu}}\right)}{n!}, \quad n = 0,1,\ldots$ Πιθανότητα να υπάρχουν n πελάτες στο σύστημα
- $N = \frac{\lambda}{\mu}$ Μέσος αριθμός πελατών στο σύστημα
- $\mathrm{T} = \frac{1}{\mu}$ Μέσος χρόνος αναμονής στο σύστημα

M/M/m/m

- $P_o = \left[\sum_{n=0}^{m} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}\right]^{-1}$ Πιθανότητα το σύστημα να είναι άδειο
- $P_n = P_o \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}$ Πιθανότητα να υπάρχουν n πελάτες στο σύστημα
- $P_m = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m \frac{1}{m!}}{\sum_{n=0}^{m}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}}$ Το ποσοστό του χρόνου που το σύστημα είναι απασχολημένο

  (Erlang B formula)

M/G/1

- $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ Utilization του συστήματος
- $W = \frac{\lambda\, \mathrm{E}\{\mathrm{X}^2\}}{2(1-\rho)}$ Μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά
- $\mathrm{T} = \mathrm{E}\{\mathrm{X}\} + \frac{\lambda\, \mathrm{E}\{\mathrm{X}^2\}}{2(1-\rho)}$ Μέσος χρόνος αναμονής στο σύστημα
- $\mathrm{N} = \lambda \mathrm{T}$ Μέσος αριθμός πελατών στο σύστημα

Πρόβλημα 1 : Το ταμείο ενός εστιατορίου fast food εξυπηρετεί πελάτες με μέσο χρόνο 30 sec. Οι πελάτες φτάνουν με μέσο ρυθμό 100 πελάτες ανά ώρα. Αν υποθέσουμε ότι οι αφίξεις ακολουθούν μια διαδικασία Poisson και ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι εκθετικός:

- **Τι σύστημα είναι;**
  - M/M/1
- **Ποιο είναι το utilization του ταμείου?**
  - λ=100 πελάτες / hour = 1/ πελάτες / seconds
  - μ=1/30 πελάτες/seconds
  - ρ = λ/μ = 5/6
- **Πόσο χρόνο περνάνε κατά μέσο όρο στο σύστημα?**
  - T = 1/μ-λ = 1/(1/30-1/36) =36*30/6=180 sec=3 minutes
- **Πόσο χρόνο κατά μέσο όρο περνάνε περιμένοντας στην ουρά?**
  - W = T -1/μ =180-30=150 sec=2.5 minutes
- **Πόσοι πελάτες βρίσκονται κατά μέσο όρο μέσα στο εστιατόριο?**
  - N = λT= (1/36)*180 = 5 πελάτες
- **Πόσοι πελάτες βρίσκονται κατά μέσο όρο στην ουρά?**

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_o = 1 - \rho$$

$$P_n = \rho^n(1-\rho), \ n = 0,1,\ldots$$

$$N = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$\mathrm{T} = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

$$W = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

Πρόβλημα 1 : Το ταμείο ενός εστιατορίου fast food εξυπηρετεί πελάτες με μέσο χρόνο 30 sec. Οι πελάτες φτάνουν με μέσο ρυθμό 100 πελάτες ανά ώρα. Αν υποθέσουμε ότι οι αφίξεις ακολουθούν μια διαδικασία Poisson και ότι ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι εκθετικός:

- **Ποια είναι η πιθανότητα το εστιατόριο να είναι άδειο;**
  - Po=1-ρ=1-5/6=1/6 ≈ 0.17
- **Ποια είναι η πιθανότητα ένας εισερχόμενος πελάτης να χρειαστεί να περιμένει στην ουρά;**
  - P=1-Po=1-1/6=5/6 ≈ 0.83
- **Ποια είναι η πιθανότητα η ουρά να μην είναι άδεια;**
  - P=1-Po-P1=1-(1-ρ)-ρ(1-ρ)=1-(1-ρ)(1+ρ)=1-(1/6)(11/6)=1-11/36=25/36 ≈ 0.7
- **Ποια είναι η πιθανότητα να υπάρχουν πάνω από 3 πελάτες στο εστιατόριο;**
  - P=1-Po-P1-P2-P3

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$P_o = 1 - \rho$$

$$P_n = \rho^n(1-\rho), \ n = 0,1,\ldots$$

$$N = \frac{\rho}{1-\rho}$$

$$\mathrm{T} = \frac{1}{\mu-\lambda}$$

$$W = \frac{\rho}{\mu - \lambda}$$

Πρόβλημα 2: Ένα υποκατάστημα τράπεζας διαθέτει δύο υπαλλήλους γραφείου, οι οποίοι είναι εξίσου αποδοτικοί και ικανοί να εξυπηρετούν κατά μέσο όρο 60 συναλλαγές/ώρα, με τον χρόνο εξυπηρέτησης να ακολουθεί εκθετική κατανομή. Οι πελάτες φτάνουν στο υποκατάστημα ακολουθώντας μια διαδικασία Poisson, με μέσο ρυθμό 100 πελάτες/ώρα.

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu}$$

$$P_o = \left[\sum_{n=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^n}{n!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}\right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_o\dfrac{(m\rho)^n}{n!} & n \le m \\ P_o\dfrac{(m\rho)^n}{m!} & n > m \end{cases}$$

$$P_Q = \sum_{n=m}^{\infty} P_n = \frac{P_o(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}$$

$$W = \frac{\rho P_Q}{\lambda(1-\rho)}$$

- Τι σύστημα είναι;
  - M/M/2
  - λ=100 πελάτες/ώρα
  - μ = 60 πελάτες/ώρα
- Ποιο είναι το utilization του συστήματος;
  - ρ=λ/mμ=100/(2*60)=5/6 ≈ 0.83
- Βρείτε τη πιθανότητα το σύστημα να είναι άδειο.
  - $P_o = \left[\sum_{n=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^n}{n!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}\right]^{-1} = \left[\sum_{n=0}^{1}\frac{\left(\frac{10}{6}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{10}{6}\right)^2}{2!\left(1-\frac{5}{6}\right)}\right]^{-1} = \left[\frac{\left(\frac{10}{6}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{10}{6}\right)^1}{1!} + \frac{\frac{100}{36}}{\frac{2}{6}}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{10}{6} + \frac{50}{6}\right]^{-1} = \frac{6}{66} \approx 0.09$
- Βρείτε τη πιθανότητα ένας αφικνούμενος πελάτης να μη χρειαστεί να αναμείνει στην ουρά.
  - $P_Q = \frac{P_o(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} = \frac{6}{66}\frac{\left(\frac{10}{6}\right)^2}{2!\left(1-\frac{5}{6}\right)} = \frac{50}{66} \approx 0.76$ άρα η πιθανότητα που ζητάμε είναι P=1-PQ=0.24

Πρόβλημα 2: Ένα υποκατάστημα τράπεζας διαθέτει δύο υπαλλήλους γραφείου, οι οποίοι είναι εξίσου αποδοτικοί και ικανοί να εξυπηρετούν κατά μέσο όρο 60 συναλλαγές/ώρα, με τον χρόνο εξυπηρέτησης να ακολουθεί εκθετική κατανομή. Οι πελάτες φτάνουν στο υποκατάστημα ακολουθώντας μια διαδικασία Poisson, με μέσο ρυθμό 100 πελάτες/ώρα.

- Ποιος είναι ο μέσος χρόνος αναμονής στην ουρά;
  - $W = \frac{\rho P_Q}{\lambda(1-\rho)} = \frac{\frac{5}{6}\frac{50}{66}}{100\left(1-\frac{5}{6}\right)} = \frac{5}{132} \approx 0.038$ hours = 2.27 minutes
- Υπολογίστε την πιθανότητα τουλάχιστον ένας από τους υπαλλήλους να παραμένει αδρανής.
  - $P_1 = P_o \frac{(m\rho)^1}{1!} = \frac{6}{66}\frac{10}{6} = \frac{10}{66} \approx 0.15$
  - P=Po+P1= 0.09+0.15=0.24

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu}$$

$$P_o = \left[\sum_{n=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^n}{n!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}\right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_o \dfrac{(m\rho)^n}{n!} & n \le m \\ P_o \dfrac{(m\rho)^n}{m!} & n > m \end{cases}$$

$$P_Q = \sum_{n=m}^{\infty} P_n = \frac{P_o(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}$$

$$W = \frac{\rho P_Q}{\lambda(1-\rho)}$$

- Υπολογίστε την πιθανότητα να βρίσκονται αυστηρά περισσότεροι από 3 πελάτες ταυτόχρονα στο υποκατάστημα.
  - P2= $P_o \frac{(m\rho)^2}{2!} = \frac{6}{66}\frac{\frac{100}{36}}{2} = \frac{50}{396} \approx 0.13$
  - P3= $P_o \frac{(m\rho)^3}{2!} = \frac{1}{66}\frac{\frac{1000}{36}}{2} = \frac{500}{2376} \approx 0.21$
  - P=1-Po-P1-P2-P3=1-0.09-0.15-0.13-0.21=1-0.58=0.42

Πρόβλημα 3: Inquiries φτάνουν σε ένα information center σύμφωνα με μια διαδικασία αφίξεων Poisson με ρυθμό 6 inquiries per second. Ο χρόνος που παίρνει να γίνει η επεξεργασία κάθε inquiry είναι εκθετικά κατανεμημένος (exponentially distributed) με μέση τιμή 0.5 seconds. Υποθέστε ότι το information center έχει 5 servers για να επεξεργαστεί τα inquiries, και αν όλοι οι servers είναι busy, κάθε καινούριο inquiry που φτάνει θα είναι blocked.

$$P_o = \left[\sum_{n=0}^{m} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}\right]^{-1}$$

$$P_n = P_o \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}$$

$$P_m = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m \frac{1}{m!}}{\sum_{n=0}^{m} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}}$$

- Τι σύστημα είναι;
  - M/M/5/5
  - λ=6 inquiries/sec
  - μ = 1/0.5 = 2
- Ποιο είναι το utilization του συστήματος;
  - ρ=λ/mμ=6/(5*2)=0.6
- Βρείτε τη πιθανότητα το σύστημα να είναι άδειο.
  - $P_o = \left[\sum_{n=0}^{m} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}\right]^{-1} = \left[\sum_{n=0}^{5} \left(\frac{6}{2}\right)^n \frac{1}{n!}\right]^{-1} = \left[\frac{3^0}{0!} + \frac{3^1}{1!} + \frac{3^2}{2!} + \frac{3^3}{3!} + \frac{3^4}{4!} + \frac{3^5}{5!}\right]^{-1} = \frac{5}{92} \approx 0.054$
- Βρείτε την πιθανότητα που ένα καινούριο inquiry θα είναι blocked.
  - Ένα inquiry θα γίνει blocked αν και οι 5 servers είναι busy. Αυτό συμβαίνει όταν στο συστημα βρίσκονται 5 inquiries. Άρα ψάχνουμε τη πιθανότητα P5.
  - $P_5 = P_o \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^5 \frac{1}{5!} = \frac{5}{92} 3^5 \frac{1}{5!} = \frac{81}{736} \approx 0.11$

Πρόβλημα 3: Inquiries φτάνουν σε ένα information center σύμφωνα με μια διαδικασία αφίξεων Poisson με ρυθμό 6 inquiries per second. O χρόνος που παίρνει να γίνει η επεξεργασία κάθε inquiry είναι εκθετικά κατανεμημένος (exponentially distributed) με μέση τιμή 0.5 seconds. Υποθέστε ότι το information center έχει 5 servers για να επεξεργαστεί τα inquiries, και αν όλοι οι servers είναι busy, κάθε καινούριο inquiry που φτάνει θα είναι blocked.

- Βρείτε το μέσο αριθμό inquiries που κάποιος θα δει στο σύστημα.
  - $N = \sum_{n=0}^{5} nP_n = P_1 + 2P_2 + 3P_3 + 4P_4 + 5P_5$
  - Αλλιώς μπορούμε να το υπολογίσουμε από το θεώρημα του Little.

    E[N] $= \lambda_a$*E[t] όπου $\lambda_a = (1 - P_{blocked}) * \lambda$ είναι το effective arrival rate, δηλαδή το arrival rate των Inquiries χωρίς να γίνονται blocked. Άρα

    E[N] $= \lambda_a$*E[t] $= (1 - P_{blocked}) * \lambda$ *(0.5seconds)=(1-P5)*6*0.5 $\approx 2.65\ inquiries.$
- Αν κάποιος θέλει να κρατήσει το blocking probability κάτω από 3%, πόσους παραπάνω servers πρέπει να προσθέσει στο σύστημα?
  - Για να κρατήσουμε το blocking probability < 3%, θα πρέπει να ικανοποιείται η παρακάτω συνθήκη.

    Pb = P[N =C] < 0.03

    Όταν C = 6, P_b =P6= $P_o \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^6 \frac{1}{6!}$ ≈0.0522.

    Όταν C = 7, P_b = P7= $P_o \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^7 \frac{1}{7!} \approx$ 0.0219 < 3%.

    Οπότε πρέπει να προσθέσουμε 2 παραπάνω servers

$$P_o = \left[\sum_{n=0}^{m} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}\right]^{-1}$$

$$P_n = P_o \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}$$

$$P_m = \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^m \frac{1}{m!}}{\sum_{n=0}^{m} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n \frac{1}{n!}}$$

Πρόβλημα 4: Ένα ταχυδρομείο διαθέτει μία ουρά με έναν εξυπηρετητή. Οι αφίξεις των πελατών ακολουθούν τη διαδικασία Poisson, με μέσο ρυθμό 10 πελάτες την ώρα. Ο χρόνος εξυπηρέτησης είναι σταθερός και ίσος με 5 λεπτά ανά πελάτη.

- Τι σύστημα είναι;
  - M/D/1
  - λ=10 πελάτες/ώρα
  - μ = 1/5 πελάτες/λεπτό = 12 πελάτες/ώρα
  - ρ=λ/μ=5/6
  - $E\{X\}=1/\mu$, $E\{X^2\}=1/\mu^2$ για σταθερό χρόνο εξυπηρέτησης
- Υπολογίστε το μέσο χρόνο αναμονής στην ουρά
  - $W = \frac{\lambda\, E\{X^2\}}{2(1-\rho)} = \frac{\lambda \frac{1}{\mu^2}}{2(1-\rho)} = \frac{\rho \frac{1}{\mu}}{2(1-\rho)} = \frac{\rho}{2\mu(1-\rho)} = \frac{5/6}{24 * 1/6} = \frac{5}{24} \approx 0.21$ hours = 12.5 minutes
- Υπολογίστε το μέσο αριθμό πελατών στην ουρά
  - $N_Q = \lambda W = 10 * 0.21 \approx 2$ πελάτες
- Υπολογίστε το μέσο χρόνο αναμονής στο σύστημα
  - $T = E\{X\} + W = 5 + 12.5 = 17.5\ minutes$
- Υπολογίστε το μέσο αριθμό πελατών στο σύστημα
  - $N = \lambda T = 10 * 17.5/60 \approx 3$ πελάτες

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$W = \frac{\lambda\, E\{X^2\}}{2(1-\rho)}$$

$$T = E\{X\} + \frac{\lambda\, E\{X^2\}}{2(1-\rho)}$$

$$N = \lambda T$$

Πρόβλημα 5: Σε ένα δίκτυο επικοινωνιών οι αιτήσεις δεδομένων ακολουθούν τη διαδικασία Poisson με μέσο ρυθμό λ=30 αιτήσεις/ώρα. Σκοπός σας είναι να σχεδιάσετε ένα σύστημα εξυπηρέτησης ουρών για τη διαχείριση των αιτήσεων δεδομένων που φτάνουν στους εξυπηρετητές του δικτύου. Έχετε στη διάθεση σας δύο ειδών εξυπηρετητές:

ι)Έναν που λειτουργεί με εκθετική κατανομή χρόνου εξυπηρέτησης, με μέσο χρόνο εξυπηρέτησης 3 λεπτά ανά αίτηση

ιι) Έναν με άγνωστη κατανομή χρόνων εξυπηρέτησης, που έπειτα από πειραματικές μετρήσεις υπολογίσατε ότι: $E\{X\}=1$ λεπτό ανά αίτηση και $E\{X^2\}= 20$ δευτερόλεπτα.

- Σχεδιάστε το σύστημα με έναν ή δύο εξυπηρετητές τύπου (ι) (M/M/1-M/M/2), και με έναν εξυπηρετητή τύπου (ιι) (M/G/1) για το δεδομένο σύστημα αιτήσεων δεδομένων. Συγκρίνετε την απόδοση των τριών συστημάτων. Πιο είναι το πιο αποδοτικό για τη διαχείριση των αιτήσεων δεδομένων του δικτύου, αν η κύρια ανάγκη είναι:
  - Να ελαχιστοποιηθούν οι καθυστερήσεις και να διασφαλιστεί η αποδοτική εξυπηρέτηση των αιτήσεων.
  - Να εξασφαλιστεί ο λιγότερο δυνατός αριθμός εξυπηρετητών.

ΛΥΣΗ

- Για M/M/1
  - $\lambda=30$ αιτήσεις/hour
  - $\mu=20$ αιτήσεις/hour
  - $\rho=\lambda/\mu=30/20=1.5>1$ το σύστημα είναι υπερφορτωμένο και οι χρόνοι αναμονής αυξάνονται εκθετικά!

Πρόβλημα 5 (ΣΥΝΕΧΕΙΑ)

- Για M/M/2
  - λ=30 αιτήσεις/hour
  - μ=20 αιτήσεις/hour
  - ρ=λ/2μ=30/2*20=0.75
  - $P_o = \left[\sum_{n=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^n}{n!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}\right]^{-1} = \left[\sum_{n=0}^{1}\frac{\left(\frac{6}{4}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{6}{4}\right)^2}{2!\left(1-\frac{3}{4}\right)}\right]^{-1} =$

    $= \left[\frac{\left(\frac{6}{4}\right)^0}{0!} + \frac{\left(\frac{6}{4}\right)^1}{1!} + \frac{\frac{36}{16}}{\frac{1}{2}}\right]^{-1} = \left[1 + \frac{3}{2} + \frac{9}{2}\right]^{-1} = \frac{2}{14} \approx 0.14$
  - $P_Q = \frac{P_o(m\rho)^m}{m!(1-\rho)} = \frac{1}{7}\frac{\left(\frac{6}{4}\right)^2}{2!\left(1-\frac{3}{4}\right)} = \frac{9}{14} \approx 0.64$
  - $W = \frac{\rho P_Q}{\lambda(1-\rho)} = \frac{9}{140} \approx 0.06 \text{ hours} = 3.9 \text{ minutes}$
  - $T = \frac{1}{\mu} + W$=3+3.9=6.9 minutes
  - $\mathrm{N} = \lambda T = \frac{30}{60}6.9 = 3.45\ \alpha\iota\tau\eta\sigma\varepsilon\iota\varsigma$
  - $\mathrm{N}_Q = \lambda W = \frac{30}{60}3.9 = 1.95\ \alpha\iota\tau\eta\sigma\varepsilon\iota\varsigma$

$$\rho = \frac{\lambda}{m\mu}$$

$$P_o = \left[\sum_{n=0}^{m-1}\frac{(m\rho)^n}{n!} + \frac{(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}\right]^{-1}$$

$$P_n = \begin{cases} P_o\dfrac{(m\rho)^n}{n!} & n \le m \\ P_o\dfrac{(m\rho)^n}{m!} & n > m \end{cases}$$

$$P_Q = \sum_{n=m}^{\infty} P_n = \frac{P_o(m\rho)^m}{m!(1-\rho)}$$

$$W = \frac{\rho P_Q}{\lambda(1-\rho)}$$

- Για M/G/1
  - λ=30 αιτήσεις/hour
  - μ=60 αιτήσεις/hour
  - E{X}=1 minute, E{X^2}=20 seconds
  - ρ=λ/μ=30/60=0.5
  - $W = \frac{\lambda\,\mathrm{E}\{\mathrm{X}^2\}}{2(1-\rho)} = \frac{30\frac{20}{3600}}{2(1-0.5)} = \frac{1}{6} \approx 0.16 \text{ hours} = 10.2 \text{ minutes}$
  - $T = \mathrm{E}\{\mathrm{X}\} + W$=1+10.2=11.2 minutes
  - $\mathrm{N} = \lambda T = \frac{30}{60}11.2 = 5.6\ \alpha\iota\tau\eta\sigma\varepsilon\iota\varsigma$
  - $\mathrm{N}_Q = \lambda W = \frac{30}{60}1.9 = 5.1\ \alpha\iota\tau\eta\sigma\varepsilon\iota\varsigma$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$W = \frac{\lambda\,\mathrm{E}\{\mathrm{X}^2\}}{2(1-\rho)}$$

$$\mathrm{T} = \mathrm{E}\{\mathrm{X}\} + \frac{\lambda\,\mathrm{E}\{\mathrm{X}^2\}}{2(1-\rho)}$$

$$\mathrm{N} = \lambda\mathrm{T}$$