



# Οι κλάσεις P και NP

---

- $P = \{\text{προβλήματα απόφασης με πολυωνυμικούς αλγορίθμους}\}$
- $NP = \{\text{ΠΑ των οποίων η λύση 'ΝΑΙ' εξακριβώνεται πολυωνυμικά}\}$ 
  - (nondeterministic polynomial time)
  - Non-deterministic computer (μαγικά "μαντεύει")



# Η κλάση NP

---

- Δίδεται μια κωδικοποίηση της λύσης
- Υπάρχει ένας αλγόριθμος εξακρίβωσης της λύσης σύμφωνα με τα δεδομένα και τη κωδικοποίηση
- Ο αλγόριθμος είναι πολυωνυμικός
  - Παράδειγμα: Hamiltonian cycle



# Προβλήματα NP-complete

---

- Τα πιο δύσκολα της κλάσης NP
- Προβλήματα χωρίς αποδοτικό (πολυωνυμικό) αλγόριθμο



# Προβλήματα NP-complete

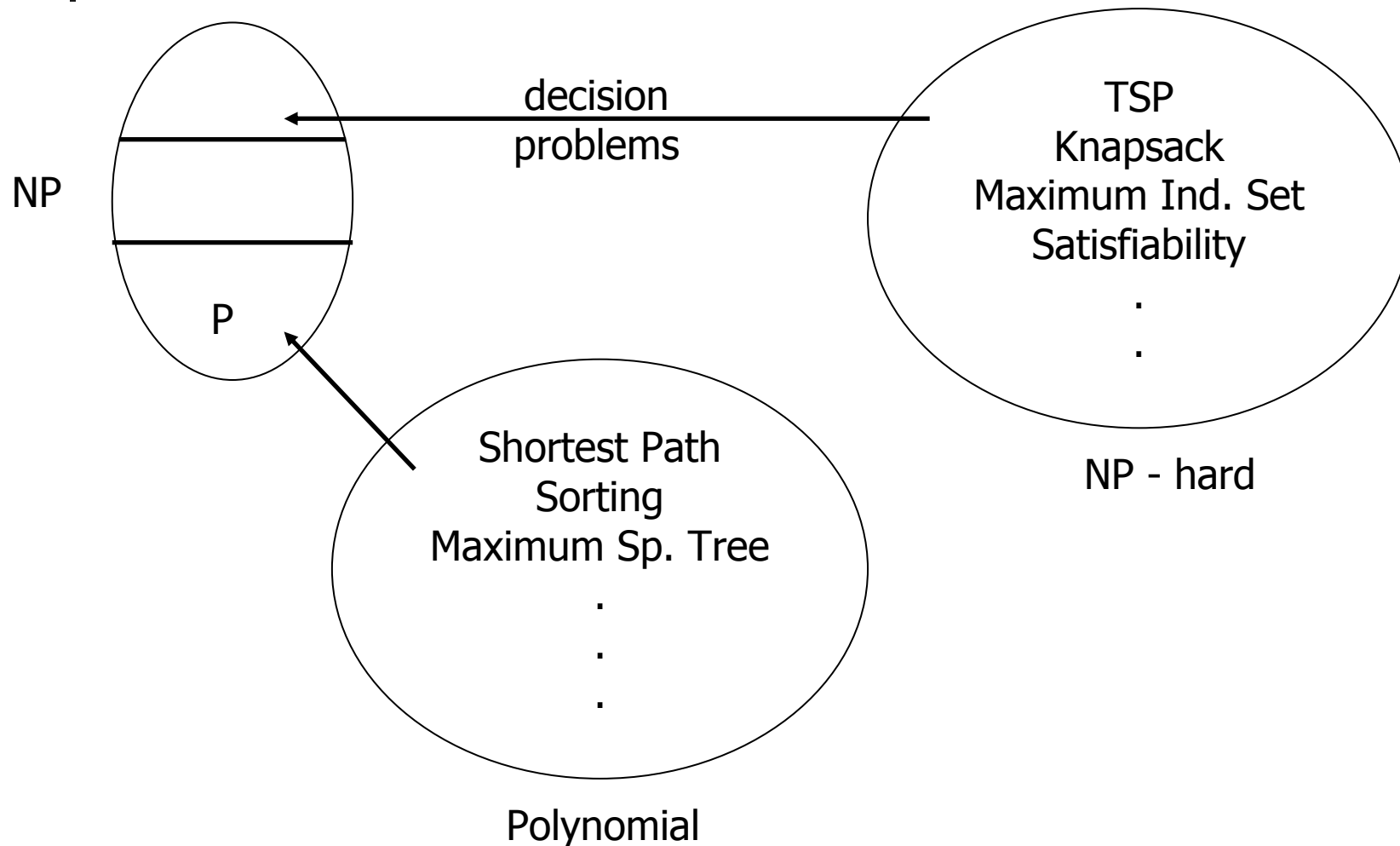
---

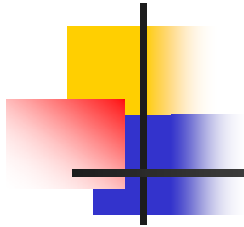
- Ένα πρόβλημα NP-complete είναι ένα πρόβλημα της NP στο οποίο μετασχηματίζεται πολυωνυμικά κάθε άλλο πρόβλημα της κλάσης NP
- Αν γνωρίζουμε αλγόριθμο για ένα πρόβλημα NP-complete  $\Rightarrow$  μπορούμε να επιλύσουμε κάθε άλλο πρόβλημα της NP
- Hamiltonian cycle in  $O(n^{100})$ : πλούσιοι και διάσιμοι!!



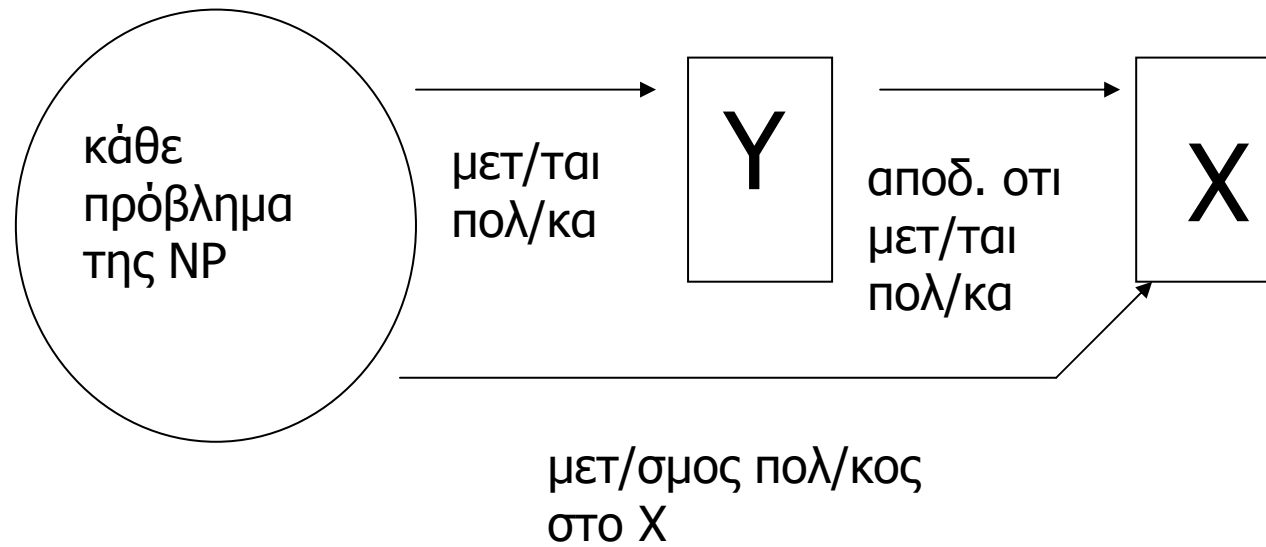
# Προβλήματα NP-hard

---





# Αναγωγές





## Είναι το $X$ NP-complete?

---

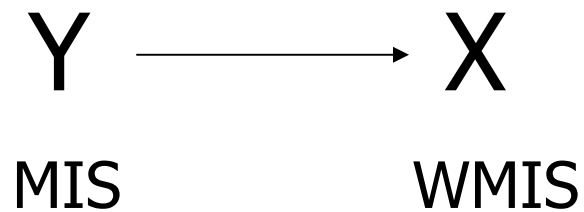
- $X \in NP$ .
- Ευρίσκουμε ένα πρόβλημα  $Y$  γνωστό NP-complete και αποδυνκνείουμε ότι μπορεί να μετασχηματιστεί πολυωνυμικά στο  $X$
- Παράδειγμα:  $SAT \rightarrow MIS$ ,  
άρα  $MIS \in NP\text{-complete}$



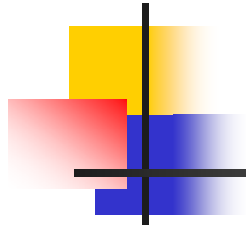
## Είναι το $X$ NP-complete?

---

- Ευρίσκουμε ένα πρόβλημα  $Y$  γνωστό NP-complete, το οποίο είναι ειδική περίπτωση του  $X$

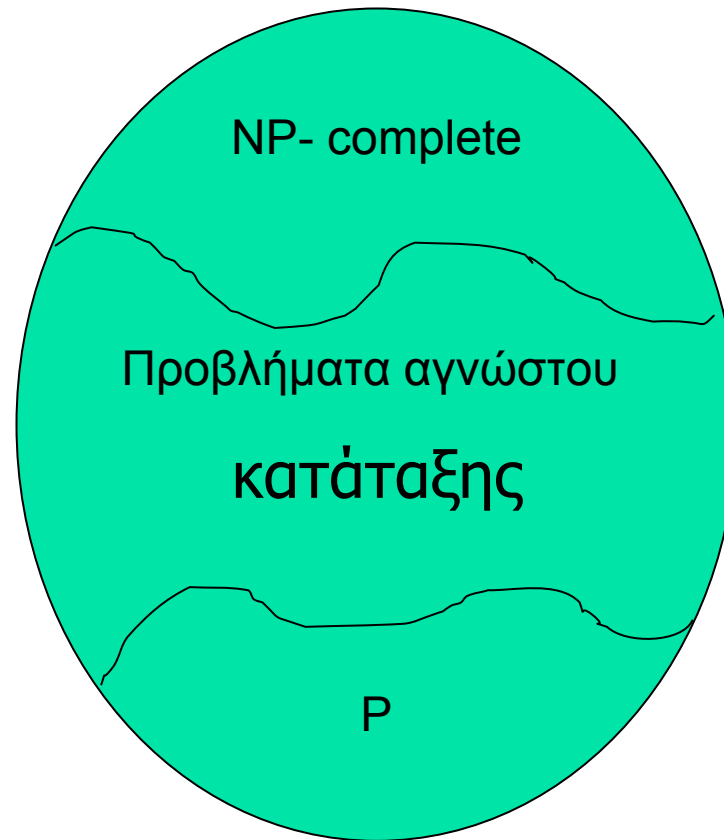






# Εικασία $P \neq NP$

---



NP



# Παράδειγμα

---

- Ισομορφισμός γράφων
  - Εξακρίβωση πολυωνυμική ( $\in NP$ )
  - Δεν υπάρχει γνωστός πολυωνυμικός αλγόριθμος
  - Δεν υπάρχει απόδειξη ότι είναι NP-complete