

ΣΥΝΟΛΑ

Βάση για γενικευμένες δομές δεδομένων

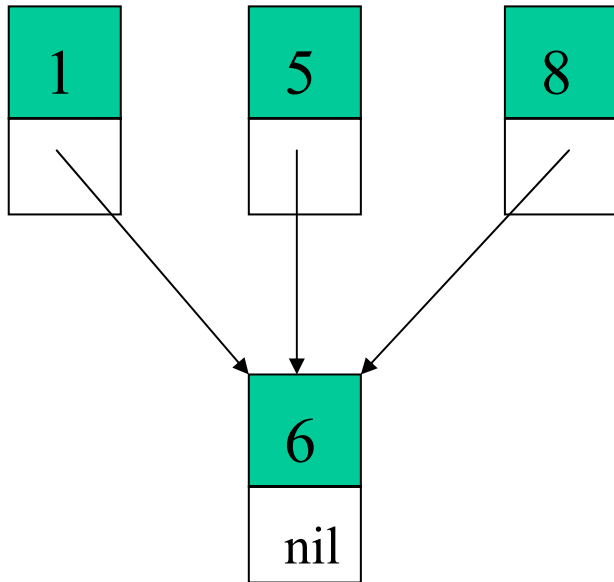
(όταν απαιτείται γρήγορη ανάκτηση πληροφορίας)

Αναπαράσταση: *αντι-κατευθυνόμενα δένδρα*

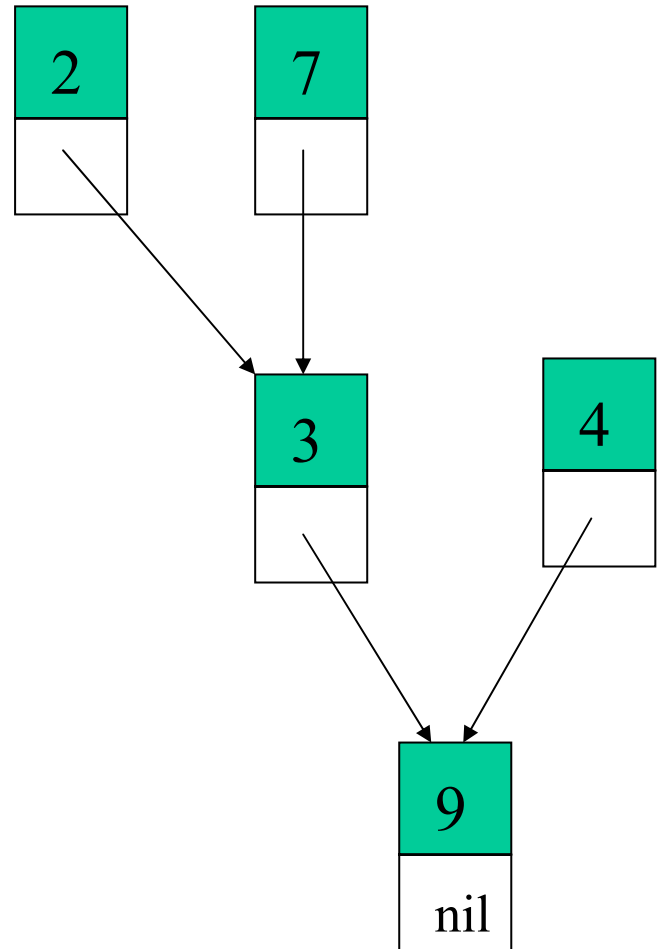
Μοναδική σύνδεση κάθε στοιχείου με το επόμενο του.

$S=[1..9]$

$S_1=\{1,5,6,8\}$



$S_2=\{2,7,3,4,9\}$



Find (x)

Εντοπισμός του x και μετακίνηση προς τα κάτω μέχρι τη ρίζα για την εύρεση του ονόματος του συνόλου.

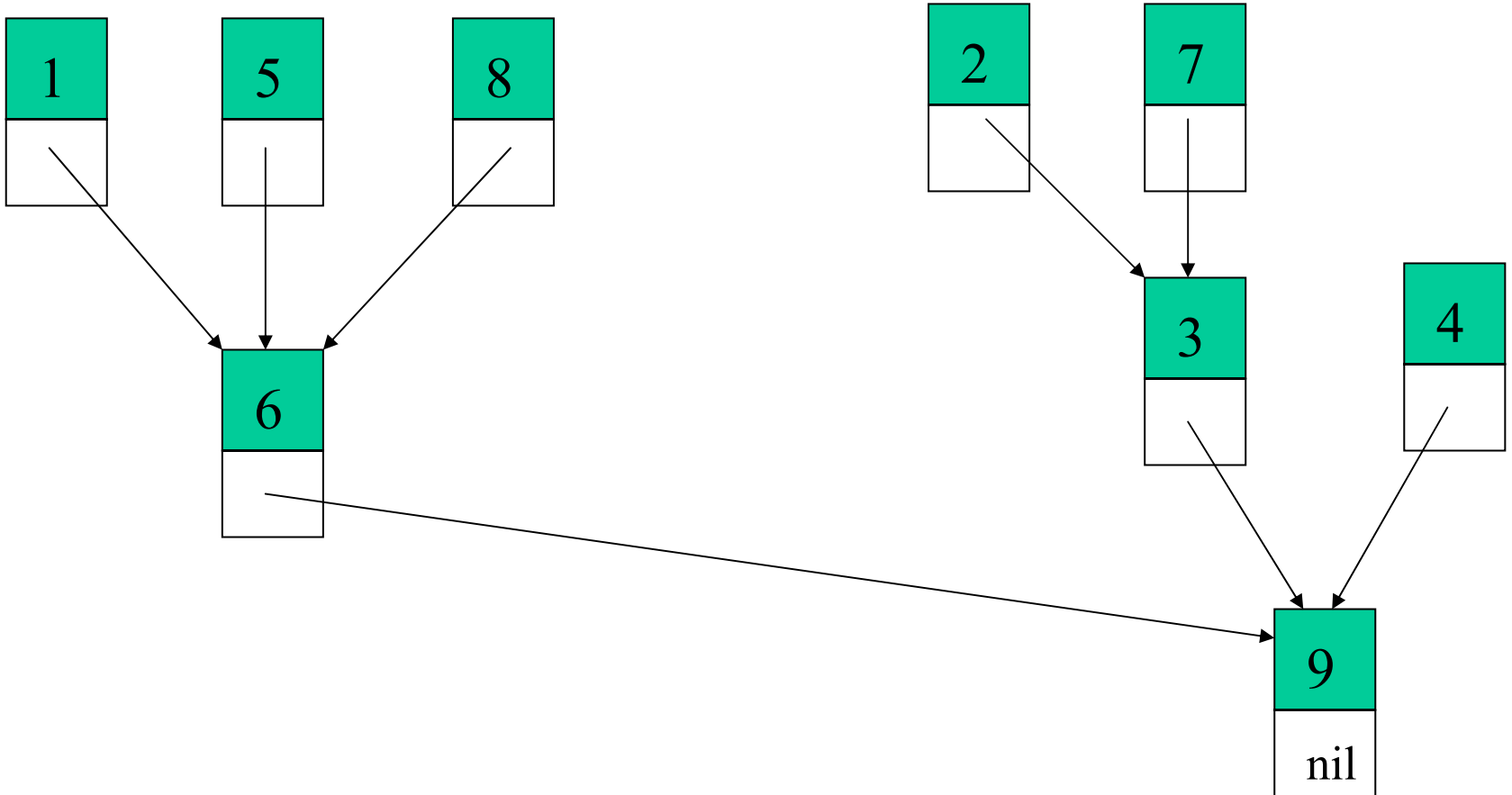
Union (u, v)

Ενώνει δύο σύνολα με ρίζες u και v . Μία από τις δύο ρίζες ενώνεται με την άλλη.

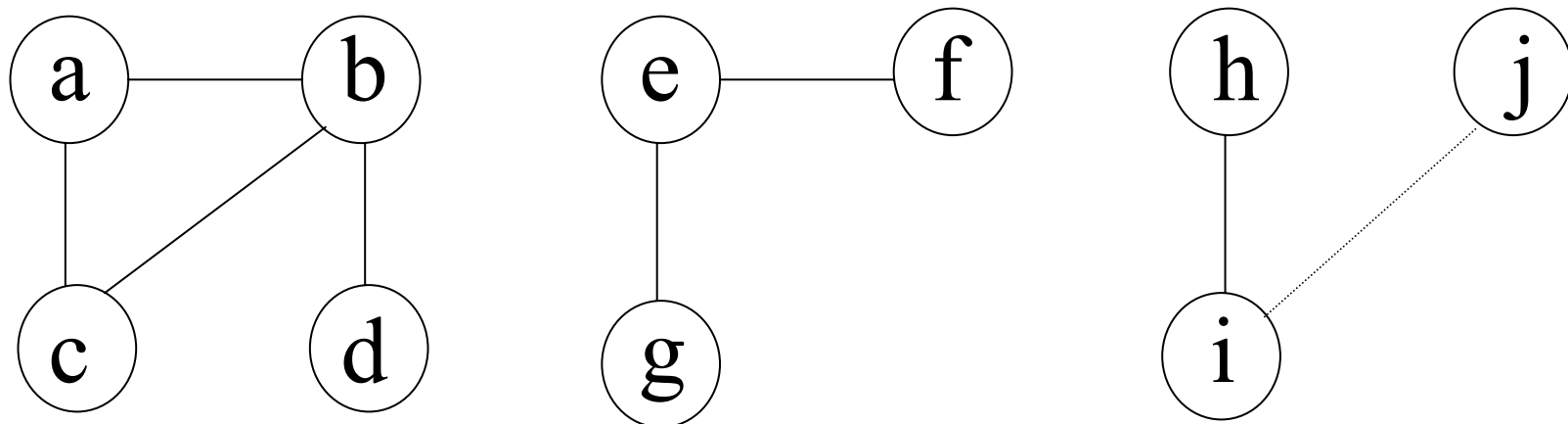
$\text{Find}(5) = 6$

$\Rightarrow \text{Union}(6, 9) = 9$

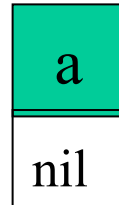
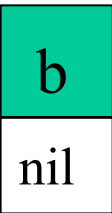
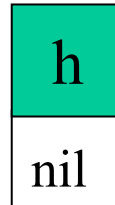
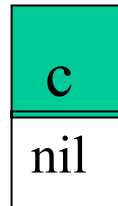
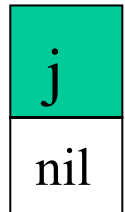
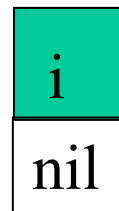
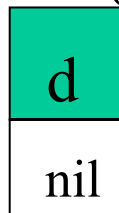
$\text{Find}(7) = 9$



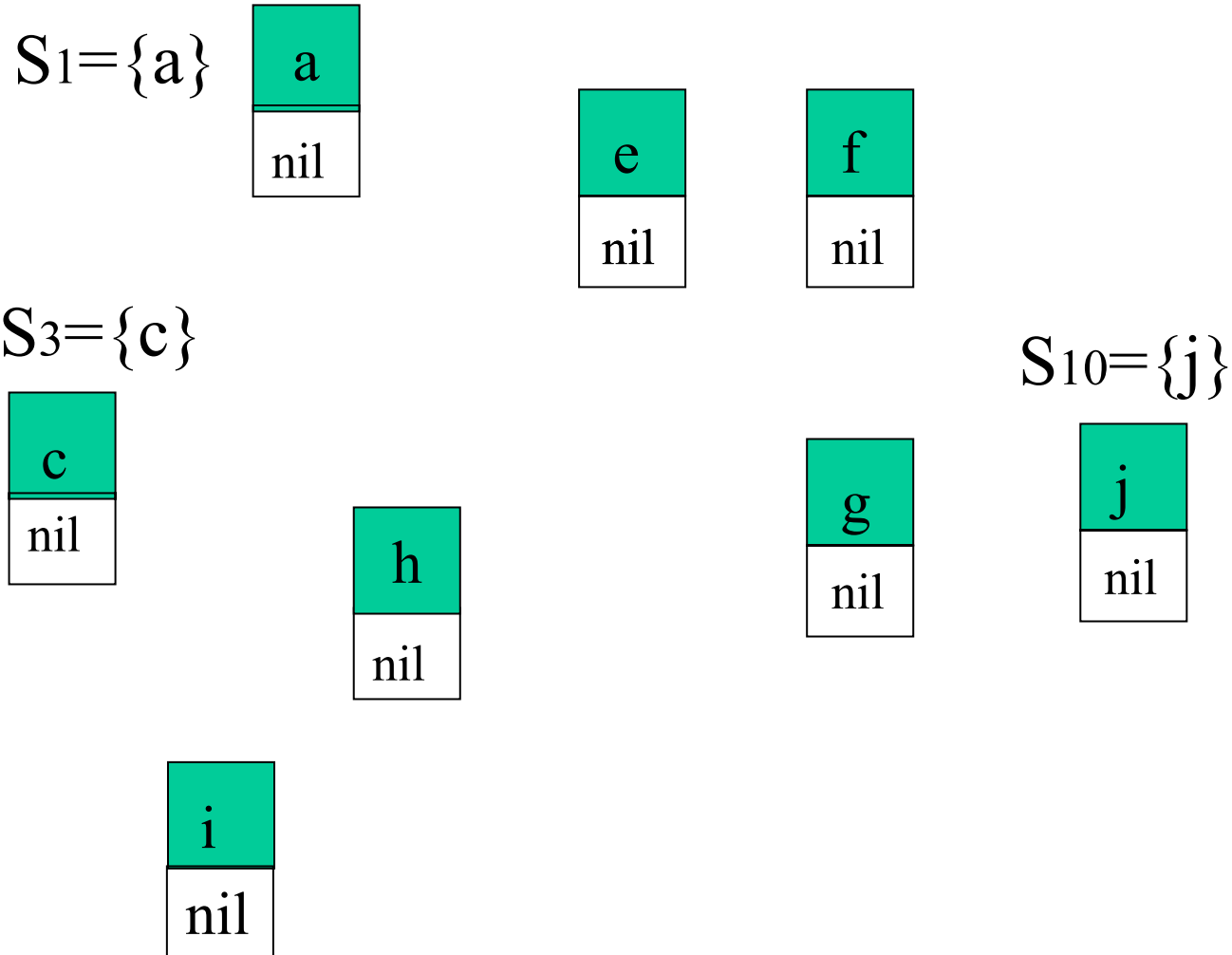
Union and Find: παράδειγμα



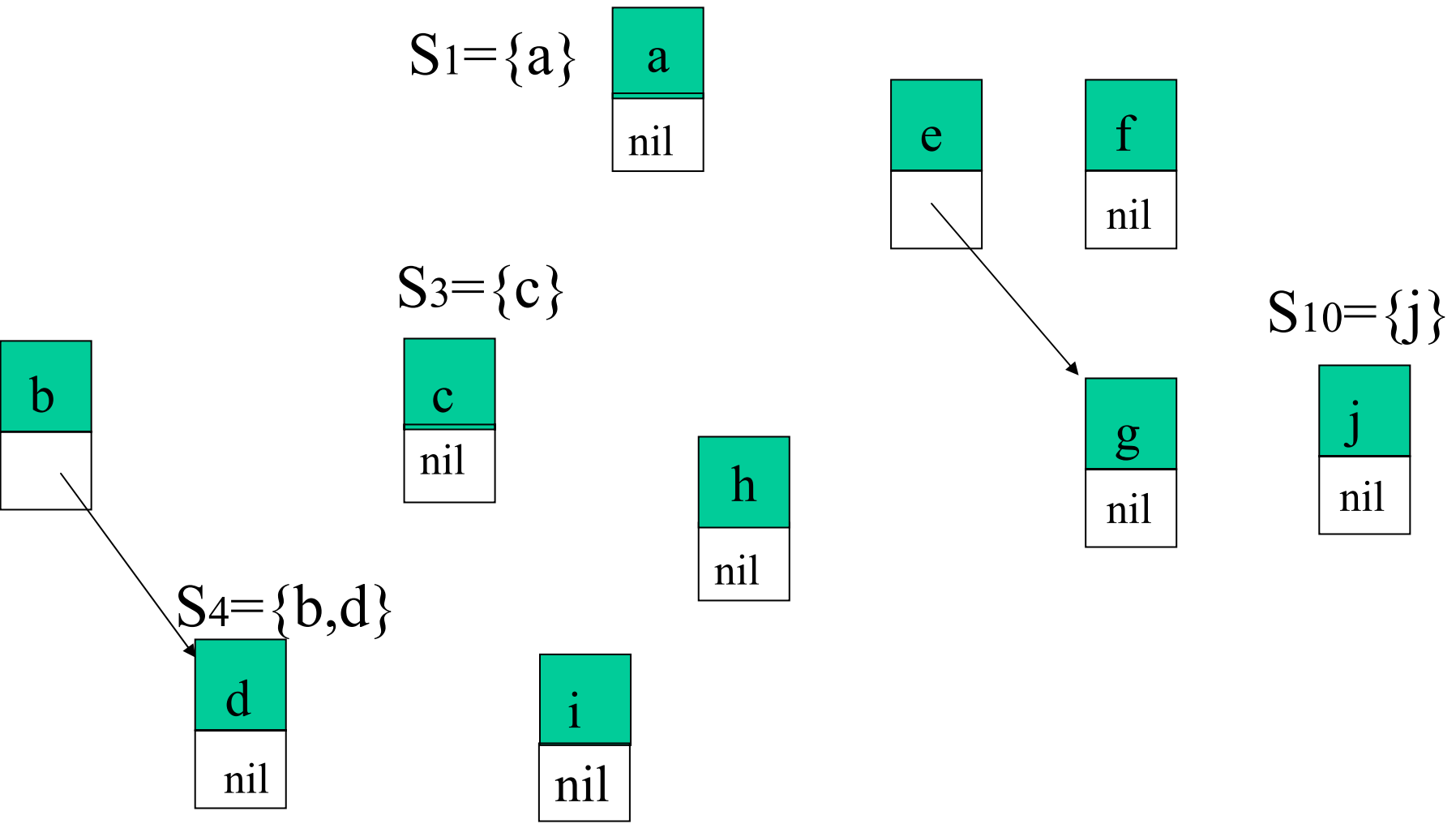
4 συν. συνιστώσες : $\{a, b, c, d\}, \{e, f, g\},$
 $\{h, i\}, \{j\}$

$S = [a, b, c, d, e, f, g, h, i, j]$ $S_1 = \{a\}$  $S_2 = \{b\}$  $S_3 = \{c\}$  $S_{10} = \{j\}$  $S_4 = \{d\}$ 

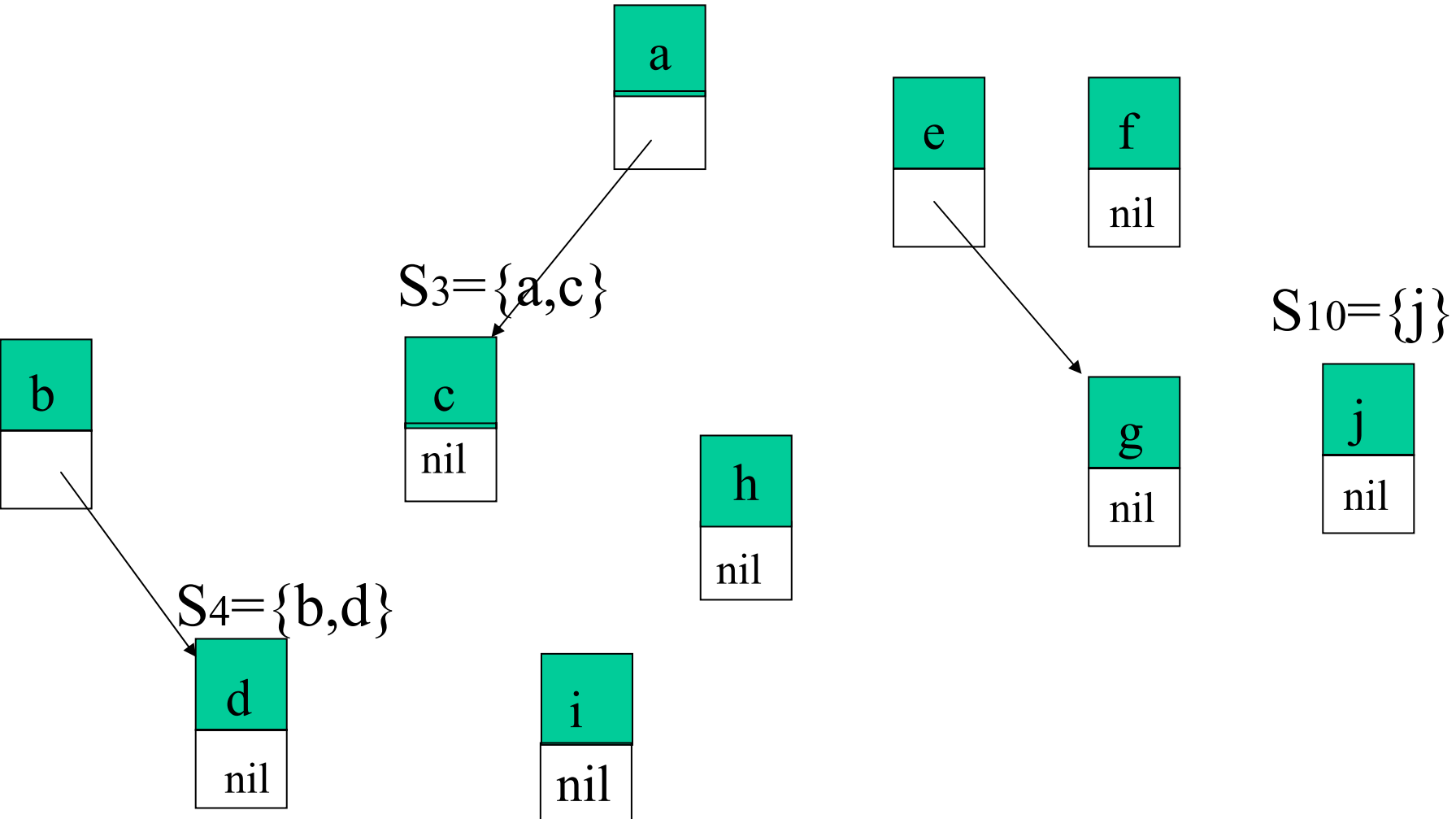
$S=[a,b,c,d,e,f,g,h,i,j]$



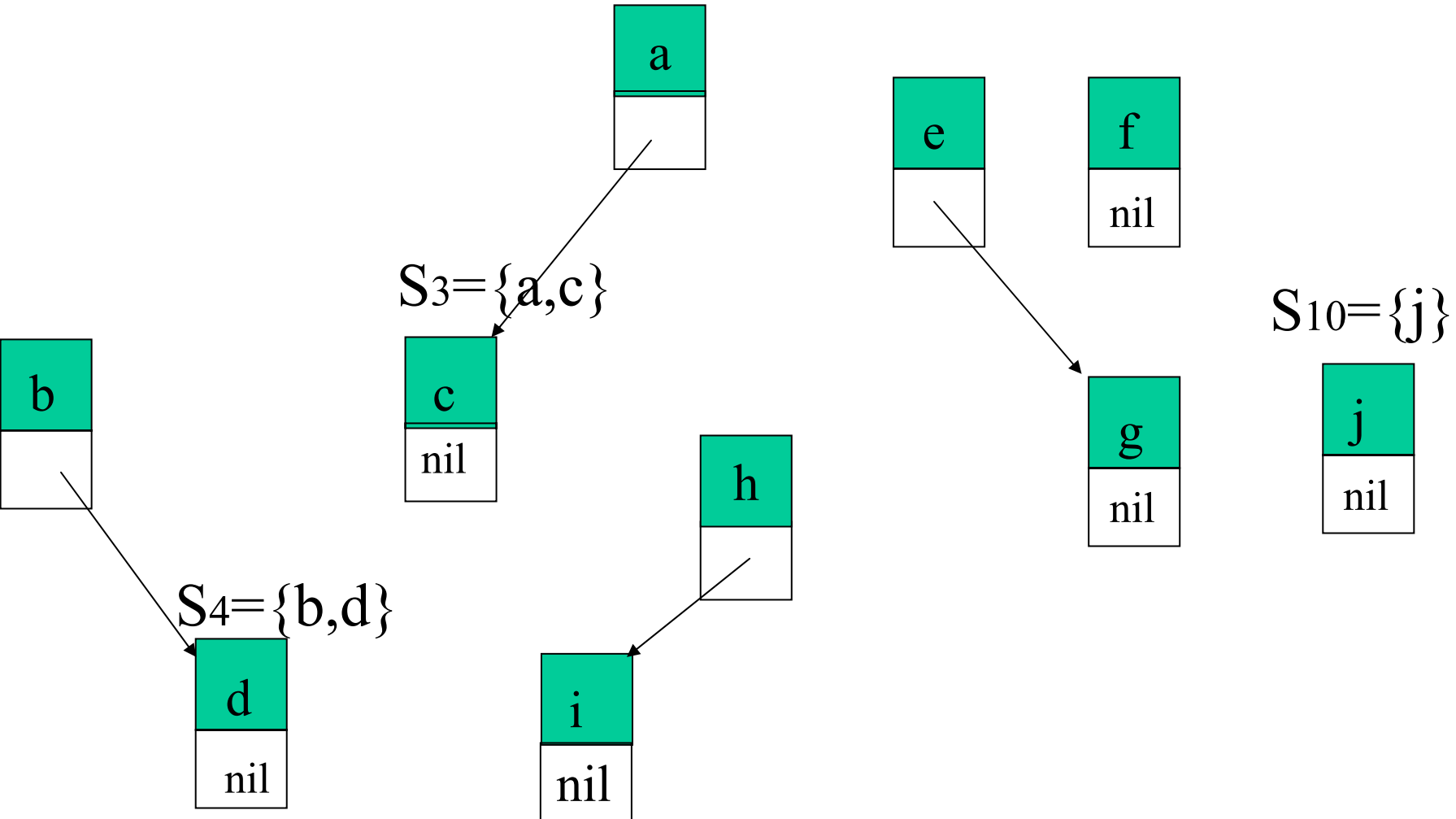
$S=[a,b,c,d,e,f,g,h,i,j]$



$S = [a, b, c, d, e, f, g, h, i, j]$

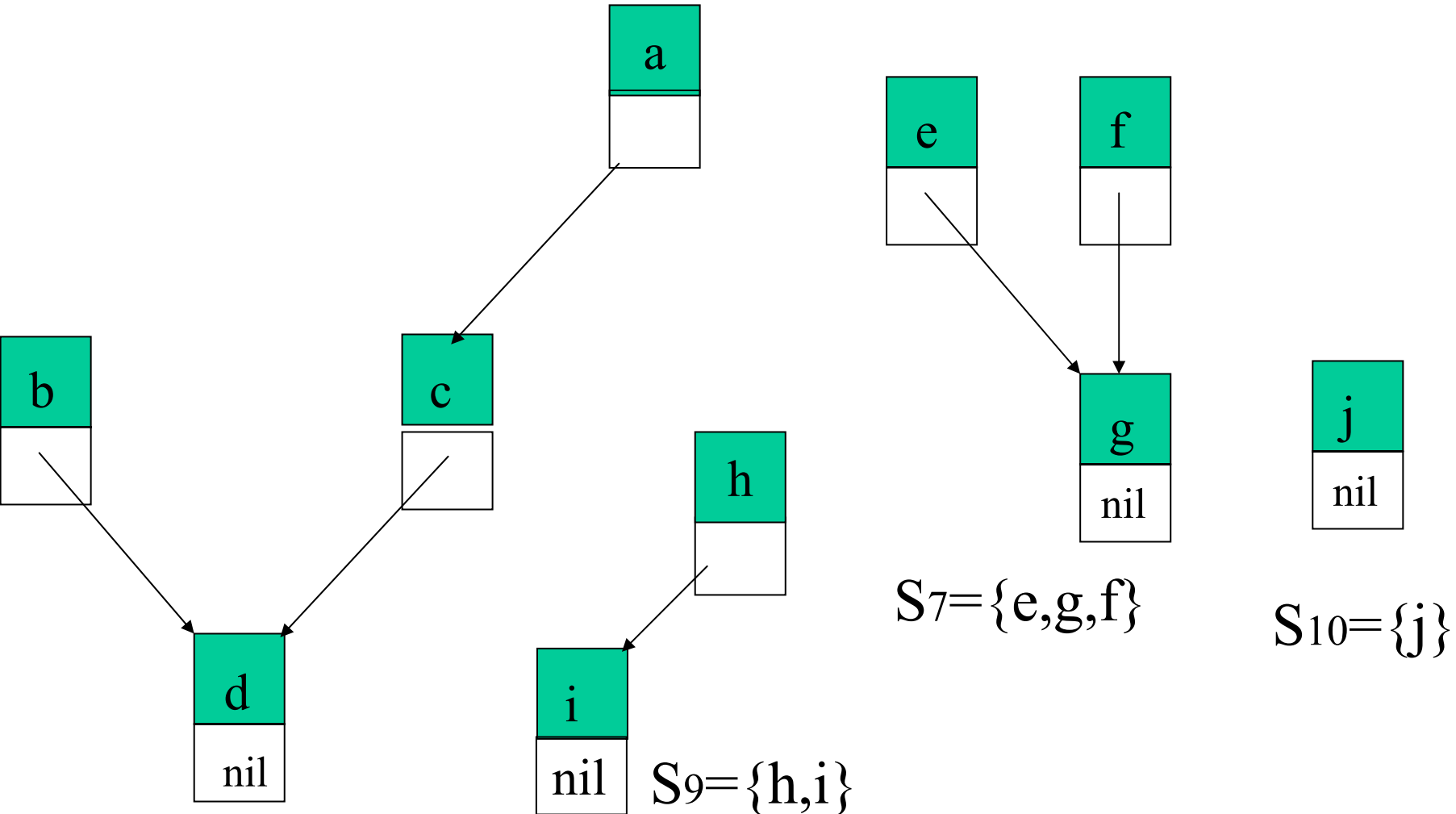


$S=[a,b,c,d,e,f,g,h,i,j]$



$\Sigma\text{YNO}\Lambda\Lambda$: $\text{FIND}(a)$, $\text{FIND}(b)$, $\text{UNION}(c,d)$
 $\text{FIND}(e)$, $\text{FIND}(f)$, $\text{UNION}(g,f)$

$S=[a,b,c,d,e,f,g,h,i,j]$



$S_4 = \{a, c, b, d\}$

Κωδικοποίηση των n στοιχείων

Next [x]

Δείχνει τον επόμενο του x στο σύνολο που βρίσκεται.

Next [ρίζας] = - (πληθικός αριθμός)

$$S = [a, b, c, d, e, f, g, h, i, j]$$
 $S_1 = \{a\}$

a
nil

e
nil

f
nil

 $S_2 = \{b\}$

b
nil

 $S_3 = \{c\}$

c
nil

h
nil

g
nil

 $S_{10} = \{j\}$

j
nil

 $S_4 = \{d\}$

d
nil

i
nil

-1	-1		-1
a	b	c	i j

- Πρόσβαση στο x σε $O(1)$

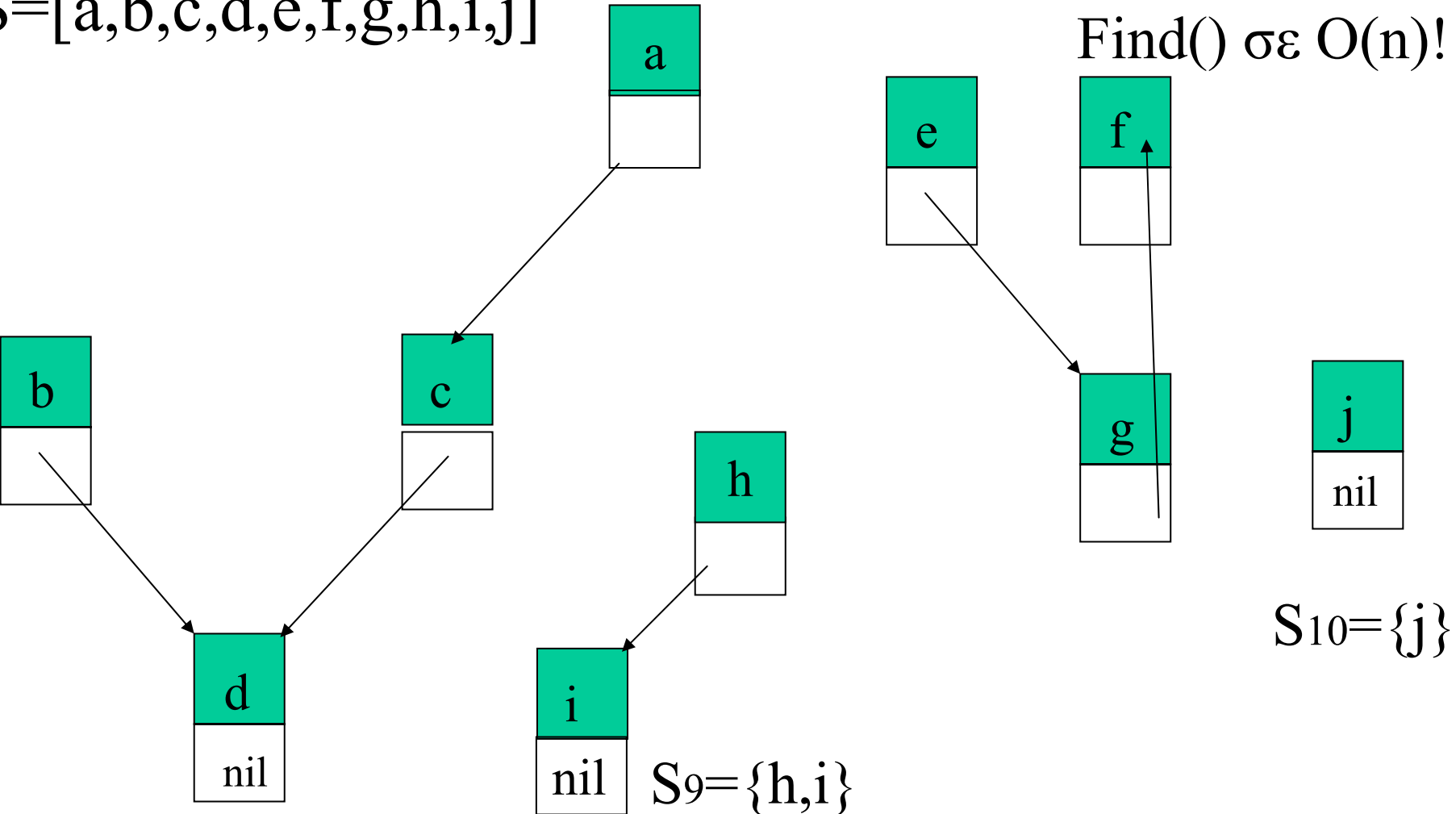
- **Union** (u , v) σε $O(1)$

- **Find** [x] = ? [$O(n)$ αν το αντικατευθυνόμενο δένδρο είναι εκφυλισμένο σε μία γραμμική λίστα]

ΣΥΝΟΛΑ: FIND(e), FIND(f) and UNION(g,h)

Σύνδεση μεγαλύτερου στο μικρότερο μπορεί να δημιουργήσει λίστα

$S = [a, b, c, d, e, f, g, h, i, j]$

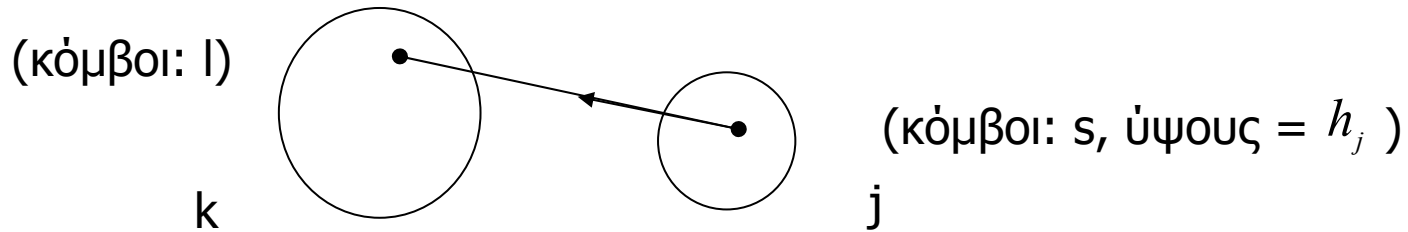


Αν κατά την ένωση ενώνουμε το δένδρο με τους λιγότερους κόμβους σε αυτό με τους περισσότερους
ΤΟΤΕ **Find[x]** σε $O(\log n)$

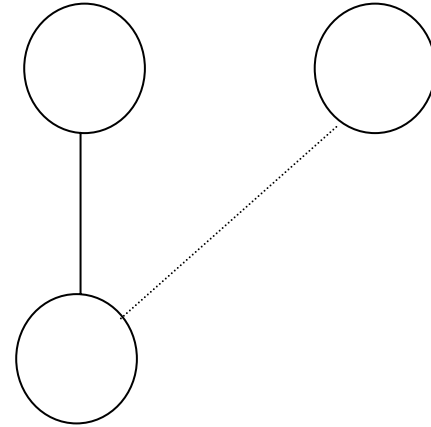
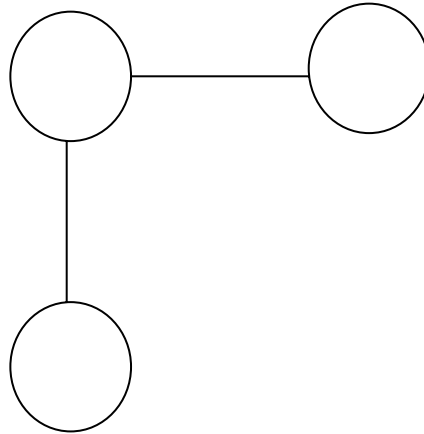
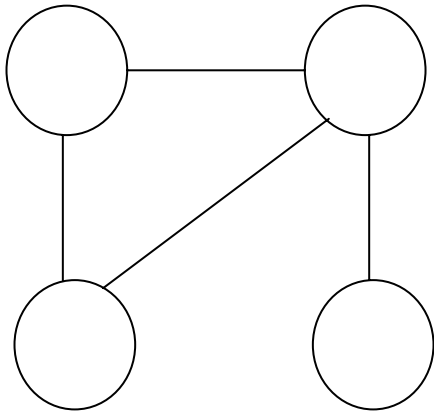
Μία ακολουθία από p πράξεις **Union** και **Find** σε ένα σύνολο n στοιχείων έχει πολυπλοκότητα $O(p \log n)$

Αποδειξη: Find() σε $\log(n)$

Union(k, j) $\Rightarrow j$ (μικροτερο) στο k (μεγαλυτερο)



Αλγόριθμος 2 (Συνεκτικές Συνιστώσες Με Union and Find)



Αλγόριθμος 2 για εύρεση Συνεκτικών Συνιστωσών

I n p u t : $G = (V, E)$, $|V| = n$

C O N N E C T E D _ C O M P O N E N T S (G)

Γ ι α κ ά θ ε κ ό μ β ο $v \in V$

M A K E _ S E T (v)

Γ ι α κ ά θ ε π λ ε ν ρ ά $[u, v] \in E$

i f F I N D _ S E T (u) \neq F I N D _ S E T (v)

t h e n U N I O N (u, v)

E " σ τ α τ ι κ ό " \rightarrow ?

E " Δ υ ν α μ ι κ ό "

Επερωτήσεις για Συνεκτικές Συνιστώσες

$$G = (V, E) , |V| = n$$

SAME_COMPONENT (u, v)

if FIND_SET(u) = FIND_SET(v)

then return TRUE

else return FALSE

```
Function Find(u)
```

```
  x := u;
```

```
  while Next[x] > 0 do
```

```
    x := Next[x]
```

```
  Find := x;
```

Procedure Union(x,y)

Newnodes := Next[x] + Next[y]

if Next[x] > Next[y] **then**

Next[x] := y;

Next[y] := NewNodes;

else

Next[y] := x;

Next[x] := NewNodes;