

Ανάλυση και Μοντελοποίηση Δικτύων

Χειμερινό Εξάμηνο 2018

3η Ομάδα Ασκήσεων

Άσκηση 1

Σε ένα υποθετικό δίκτυο αισθητήρων η συλλογή της πληροφορίας των αισθητήρων γίνεται από δύο κινητούς κόμβους A και B που καθώς κινούνται συλλέγουν την πληροφορία των αισθητήρων και την μεταβιβάζουν στον ακίνητο κόμβο συλλογής της πληροφορίας C όταν τον «συναντούν». Ειδικότερα, η διαδικασία μπορεί να μοντελοποιηθεί ως εξής:

1. Υπάρχει ένα «κουπόνι» το οποίο κάθε χρονική στιγμή το έχει ένας από τους A, B και C. Αν το κουπόνι το έχει ο C τότε με βεβαιότητα, ούτε ο A ούτε ο B συλλέγουν πληροφορία από τους αισθητήρες. Μόλις ο A ή ο B συναντήσουν τον C που έχει το κουπόνι, ο C το μεταβιβάζει στον κόμβο που συνάντησε.
2. Ένας κινητός κόμβος (δηλ. ο A ή ο B) μόλις πάρει το κουπόνι (είτε από τον C είτε από τον άλλο κινητό κόμβο) περιμένει για εκθετικά κατανομημένο χρονικό διάστημα με μέση τιμή λ και στη συνέχεια ξεκινά να συλλέγει πληροφορία από τους αισθητήρες. Αν στο διάστημα που περιμένει συναντήσει τον C, η συνάντηση αυτή δεν επηρεάζει τη διαδικασία, ενώ αν συναντήσει τον άλλο κινητό κόμβο, του μεταβιβάζει το κουπόνι με πιθανότητα p .
3. Η διαδικασία συλλογής πληροφορίας αισθητήρων από τον εκάστοτε κινητό κόμβο έχει εκθετικά κατανομημένη διάρκεια με μέση τιμή μ και κατά τη φάση συλλογής πληροφορίας αισθητήρων οποιαδήποτε συνάντηση δεν επηρεάζει τη διαδικασία.
4. Ένας κόμβος αφού συλλέξει την πληροφορία περιμένει μέχρι να συναντήσει τον C και του μεταβιβάζει την πληροφορία και το κουπόνι. Αν στο διάστημα αυτό συναντήσει τον άλλο κινητό κόμβο, η συνάντηση αυτή δεν επηρεάζει την όλη διαδικασία.

Υποθέτοντας ότι ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο συναντήσεις των κινητών κόμβων είναι εκθετικά κατανομημένος με μέση τιμή $v/2$, ενώ ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δύο συναντήσεις καθενός εκ των κινητών κόμβων και του ακίνητου κόμβου C είναι εκθετικά κατανομημένος με μέση τιμή v να διερευνήσετε αν:

(α) Μπορεί η παραπάνω διαδικασία να μοντελοποιηθεί ως μια αλυσίδα Markov (είτε διακριτού, είτε συνεχούς χρόνου); Αν ναι διατυπώστε μια σύντομη εξήγηση. Αν όχι προτείνετε αλλαγές στο σενάριο που θα επέτρεπαν μια τέτοια μοντελοποίηση.

(β) Με βάση το μοντέλο που περιγράψατε στο **(α)**, δώστε τις εξισώσεις που θα επέτρεπαν να υπολογιστεί το ποσοστό του χρόνου που συλλέγεται πληροφορία αισθητήρων. Αν ένας τέτοιος υπολογισμός δεν είναι δυνατός, δώστε μια σύντομη εξήγηση.

Άσκηση 2

Θεωρώντας το χρόνο να διαιρείται σε χρονοθυρίδες σταθερού μεγέθους T χρονικών μονάδων, έστω ότι η κατάσταση ενός τηλεπικοινωνιακού καναλιού, ως προς τη δυνατότητα μεταφοράς πληροφορίας, μπορεί να περιγραφεί με ακρίβεια από το ακόλουθο μοντέλο. Το κανάλι κατά τη διάρκεια μιας χρονοθυρίδας μπορεί να βρίσκεται σε μία από τις ακόλουθες καταστάσεις:

- K1: Κατάσταση πολύ υψηλού θορύβου, είναι πρακτικά αδύνατη η μετάδοση πληροφορίας,
- K2: Κατάσταση υψηλού θορύβου, είναι δυνατή η μετάδοση πληροφορίας αλλά με υψηλό ενεργειακό κόστος A Joules/bit,
- K3: Κατάσταση χαμηλού θορύβου, είναι δυνατή η μετάδοση πληροφορίας αλλά με ενεργειακό κόστος B Joules/bit,
- K4: Κατάσταση πολύ χαμηλού θορύβου, είναι δυνατή η μετάδοση πληροφορίας με ενεργειακό κόστος C Joules/bit, όπου $A > B > C$.

Η κατάσταση στην οποία θα βρεθεί το κανάλι κατά την επόμενη χρονοθυρίδα εξαρτάται αποκλειστικά από την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το κανάλι κατά την τρέχουσα χρονοθυρίδα. Συγκεκριμένα, αν με p_{ij} συμβολίσουμε την πιθανότητα το κανάλι να βρίσκεται κατά τη χρονική θυρίδα $m+1$ στην κατάσταση K_j , δεδομένου ότι κατά τη χρονική θυρίδα m βρισκόταν στην κατάσταση K_i , όπου $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$, τότε ισχύει ότι τα p_{ij} είναι ανεξάρτητα από το m .

Μοντελοποιώντας την κατάσταση του καναλιού ως μια αλυσίδα Markov (διακριτού χρόνου) 4 καταστάσεων (εξηγήστε εν συντομία γιατί μπορεί να γίνει κάτι τέτοιο, ενώ αν χρειάζεται να γίνουν κάποιες επιπλέον υποθέσεις αναφέρετέ τις εν συντομία), και θεωρώντας γνωστά τα p_{ij} , υπολογίστε:

1. Την πιθανότητα το κανάλι να βρίσκεται στην κατάσταση K3 κατά τη χρονοθυρίδα $w+3$, δεδομένου ότι βρίσκεται στην κατάσταση K1 κατά τη χρονοθυρίδα w .
2. Το ποσοστό του χρόνου που το κανάλι βρίσκεται σε καθεμία από τις 4 καταστάσεις.
3. Το μέσο ενεργειακό κόστος μετάδοσης πληροφορίας αν επιλεγεί να μεταδίδεται πληροφορία μόνο κατά τις χρονοθυρίδες που το κανάλι βρίσκεται στις καταστάσεις K3 και K4 και αν επιλεγεί να μεταδίδεται πληροφορία σε κάθε χρονοθυρίδα που κάτι τέτοιο είναι δυνατό (καταστάσεις K1, K2, K3).
4. Θεωρώντας τις καταστάσεις K1 και K2 ως «ανεπιθύμητες» και τις καταστάσεις K3 και K4 ως «επιθυμητές» υπολογίστε: (α) το ποσοστό του χρόνου που το κανάλι βρίσκεται σε «επιθυμητές» καταστάσεις (β) Το ρυθμό με τον οποίο το κανάλι μεταπίπτει από «επιθυμητές» σε «μη επιθυμητές» καταστάσεις.
5. Είναι δυνατόν να υπολογιστούν οι ζητούμενες στο 4. ποσότητες μοντελοποιώντας το κανάλι ως αλυσίδα Markov (διακριτού χρόνου) 2 καταστάσεων; Αν ναι, εξηγήστε πως (δώστε την αλυσίδα και τις απαραίτητες εξισώσεις). Αν όχι, εξηγήστε γιατί;