<u>Ανάλυση και Μοντελοποίηση Δικτύων</u>

Χειμερινό Εξάμηνο 2016

$2^{η}$ Ομάδα Ασκήσεων

<u>Άσκηση 1</u>

(A) Έστω ότι το μέγεθος των πακέτων που παράγει μία πηγή ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση τιμή μ.
(A.1) Υπολογίστε την πιθανότητα ένα πακέτο να έχει μέγεθος μεγαλύτερο από A.
(A.2)Υπολογίστε την πιθανότητα ένα πακέτο να έχει μέγεθος μεγαλύτερο από A, δεδομένου ότι έχει μέγεθος μεγαλύτερο από A/2.
(A.3) Υπολογίστε την πιθανότητα ένα πακέτο να έχει μέγεθος μικρότερο από A/2, δεδομένου ότι έχει μέγεθος μικρότερο A.

(B) Υποθέστε ότι τα πακέτα της πηγής μεταδίδονται μέσω μιας ζεύξης χωρητικότητας R η οποία διαθέτει ταμιευτήρα άπειρης χωρητικότητας. Η πηγή διαθέτει δικό της ταμιευτήρα άπειρης χωρητικότητας στον οποίο κρατά προσωρινά τα πακέτα προκειμένου να μην υπερφορτώνει τη ζεύξη. Συγκεκριμένα, αν και η πηγή παράγει συνεχώς πακέτα, δεν επιτρέπει ένα πακέτο να μεταβεί στον ταμιευτήρα της ζεύξης πριν μεταδοθεί το προηγούμενο πακέτο της, και μετά τη μετάδοση ενός πακέτου της:

> 1(α). περιμένει με πιθανότητα p1εκθετικά κατανεμημένο χρονικό διάστημα με μέση τιμή μ/R, ή
> 1(β). με πιθανότητα 1-p1, επιτρέπει το επόμενο πακέτο να μεταβεί στον ταμιευτήρα της ζεύξης άμεσα
> 2. Μετά τη λήξη του διαστήματος αναμονής του 1(α) μεταβαίνει είτε στο1(α) είτε στο 1(β) με τις αντίστοιχες πιθανότηττες.

(B.1) Υπολογίστε την αναμενόμενη τιμή του χρόνου που μεσολαβεί μεταξύ της αρχής μετάδοσης δύο πακέτων
(B.2)Υπολογίστε την πιθανότητα να μεταδοθούν k πακέτα στη σειρά χωρίς να μεσολαβήσει κανένα διάστημα αναμονής.

<u>Άσκηση 2</u>

Έστω τρεις κόμβοι A και B και C που συνδέονται με τρεις ζεύξεις ZAB, ZBC και ZCA χωρητικότητας R. Ο A παράγει διαρκώς πακέτα που προορίζονται για τον B και που το μέγεθός τους ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση τιμή 1/λ. Τα πακέτα αποθηκεύονται σε έναν ταμιευτήρα (buffer) άπειρης χωρητικότητας. Το πακέτο που βρίσκεται στην κορυφή της ουράς μεταδίδεται προς τον B ακολουθώντας είτε τη διαδρομή A→B είτε τη διαδρομή A→C→B. Η επιλογή της διαδρομής γίνεται τυχαία (η A→B επιλέγεται με πιθανότητα p1). Αφού μεταδοθεί ένα πακέτο από τον A (και πριν ξεκινήσει η μετάδοση του επόμενου) μεταδίδεται επιβεβαίωση από τον B που το μέγεθός της ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση τιμή 1/μ. Η επιβεβαίωση μεταδίδεται από μία από τις δύο διαθέσιμες διαδρομές (B→A και B→ C→A), ενώ η επιλογή της διαδρομής γίνεται τυχαία (η B→A επιλέγεται με πιθανότητα p2). Θεωρείστε τη στοχαστική διεργασία X(t) που παριστάνει την κατάσταση στην οποία βρίσκεται το σύστημα τη χρονική στιγμή t, με χώρο καταστάσεων {1, 2, 3, 4} ↔ {μετάδοση πακέτου στη διαδρομή A→B, μετάδοση πακέτου στη διαδρομή A→B→C, μετάδοση επιβεβαίωσης στη διαδρομή B→A, μετάδοση επιβεβαίωσης στη διαδρομή B→C→A}.

(α) Θεωρώντας ότι η X(t) είναι διεργασία Markov (αλυσίδα Markov συνεχούς χρόνου) σχεδιάστε το διάγραμμα μεταβάσεών της, καθώς και αυτό της embedded αλυσίδας Markov.

(β) Διατυπώστε το σύστημα εξισώσεων, η λύση του οποίου οδηγεί στον προσδιορισμό των οριακών πιθανοτήτων.

(γ) Προσδιορίστε τι ποσοστό του χρόνου υπάρχει μετάδοση πακέτου στη ζεύξη B→C.

<u>Άσκηση 3</u>

Έστω ότι η διάδοση ενός ιού περιγράφεται από το ακόλουθο απλοποιημένο μοντέλο: Αν μία συγκεκριμένη ημέρα ο αριθμός των προσβεβλημένων υπολογιστών είναι m, 0<m<N, τότε η πιθανότητα την επόμενη ημέρα να έχουν προσβληθεί m-1 υπολογιστές είναι p(m, m-1), να έχουν προσβληθεί m υπολογιστές είναι p(m, m) και να έχουν προσβληθεί m+1 υπολογιστές είναι p(m, m+1), με p(m, m-1) + p(m, m) + p(m, m+1) = 1. Αν μία συγκεκριμένη ημέρα κανένας υπολογιστής δεν έχει τον ιό, τότε ο ιός έχει αντιμετωπιστεί με επιτυχία. Θεωρώντας ότι αρχικά έχουν προσβληθεί 0 < K < N υπολογιστές δώστε ένα σύστημα εξισώσεων που επιτρέπει τον υπολογισμό της πιθανότητας ο ιός να αντιμετωπιστεί με επιτυχία πριν προσβάλει 3N υπολογιστές.