

ΑΣΚΗΣΗ

Δίνεται η παραβολική εξίσωση:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0$$

με $u(x, 0) = 1/2$ (αρχική συνθήκη) και $u(0, t) = u(1, t) = 0$ (συνοριακές συνθήκες)

1. Να υπολογισθεί η αριθμητική λύση της ανωτέρω μερικής διαφορικής εξίσωσης με τη χρήση α) της μεθόδου Crank-Nicolson (CN), β) της μεθόδου O'Brien, Hyman Kaplan.
2. Να βρεθεί πειραματικά η μέγιστη τιμή r_{\max} του $r=k/h^2$ για την οποία η μέθοδος CN έχει ευστάθεια. Λάβετε, για παράδειγμα $h=1/10^l$ με $l = 1, 2, 3, 4$ και $r=0.5, 1.0, 1.5, 2.0, \dots$ και τιμές του M κατά βούληση (100, 1000, 10000).
3. Το ίδιο όπως το 2. για τη μέθοδο O'Brien Hyman Kaplan.
4. Σχολιάστε σύντομα τα πειραματικά σας αποτελέσματα με βάση τη θεωρία. Να παρουσιάσετε την αριθμητική λύση της ανωτέρω παραβολικής εξίσωσης με γράφημα για εκείνες τις περιπτώσεις που υπάρχει ευστάθεια και αστάθεια. Για παράδειγμα, για $r=r_{\max}$ καθώς και για ένα $r>r_{\max}$ (αστάθεια).

Καταληκτική ημερομηνία υποβολής στο eclass μέχρι και την Κυριακή 15-12-2024 και ώρα 23.59μμ.