

Two Sequence Median

 $n \times 2$

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7\} = \{20, 21, 22, 23, 24, 25, 26\}$$

$$n_A = 7$$

M. Λουκά

$$B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8\} = \{10, 11, 12, 13, 14, 27, 28, 29\}$$

$$n_B = 8$$

B1:

$low_A = 1$ $high_A = 7$

A	20	21	22	23	24	25	26
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7

$$low_A = 1$$

$$n_A = high_A = 7$$

	$low_B = 1$					$high_B = 8$		
B	10	11	12	13	14	27	28	29
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8

$$low_B = 1$$

$$n_B = high_B = 8$$

B2: Όσο $n_A > 1$ και $n_B > 1$ κάνε

1^η επανάληψη: (i) $u \leftarrow low_A + \lceil (high_A - low_A - 1) / 2 \rceil =$

$$v \leftarrow low_B + \lceil (high_B - low_B - 1) / 2 \rceil$$

Οι u, v είναι δείκτες των στοιχείων του πίνακα A και B αντίστοιχα και μου δείχνουν ποια στοιχεία θα συγκρίνω, δηλ. το a_u με το b_v

Στο πχ. έχουμε $n_A = 7 > 1$, $n_B = 8 > 1$ άρα

$$u = 1 + \lceil (7 - 1 - 1) / 2 \rceil = 1 + 3 \Rightarrow \boxed{u = 4}$$

$$v = 1 + \lceil (8 - 1 - 1) / 2 \rceil = 1 + 3 \Rightarrow \boxed{v = 4}$$

(ii) Υπολογίζω το w που μου δείχνει πόσα στοιχεία θα αόγω από τις ακολουθίες A και B.

Είναι $w = \min \left(\lfloor \frac{n_A}{2} \rfloor, \lfloor \frac{n_B}{2} \rfloor \right) = \min (\lfloor 3.5 \rfloor, \lfloor 4 \rfloor) = 3$.

Δυσ. θα μείω 3 στοιχεία από κάθε ακολουθία

Μ. Λουκά

(iii) Υπολογίζουμε το πλήθος των στοιχείων της κάθε ακολουθίας που μένει έχουμε

$$n_A \leftarrow n_A - w$$

$$n_B \leftarrow n_B - w$$

Δυσ

$$n_A = 7 - 3 \Rightarrow \boxed{n_A = 4}$$

$$n_B = 8 - 3 \Rightarrow \boxed{n_B = 5}$$

Άρα, θα μου μείσουν 4 στοιχεία από την A και 5 από τη B.

(iv) Για να δούμε ποια στοιχεία (πρώτα ή τελευταία) από κάθε ακολουθία θα κόψουμε συγκρίνουμε το a_u με το b_v .

Αν $a_u \geq b_v$, κόβουμε στην A, w στοιχεία από το τέλος και στην B, w στοιχεία από την αρχή

Διαφορετικά, κόβουμε στην A, w στοιχεία από την αρχή και στην B, w στοιχεία από το τέλος.

Έχουμε $a_u = a_4 = 23 > 13 = b_v = b_1$ άρα

$$high_A \leftarrow high_A - w = 7 - 3 \Rightarrow \boxed{high_A = 4}$$

$$low_B \leftarrow low_B + w = 1 + 3 \Rightarrow \boxed{low_B = 4}$$

Δυσ

	low_A			$high_A$			
A	20	21	22	23	24	25	26
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
	low_B				$high_B$		
B	10	11	12	13	14	27	28
	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7

2η επανάληψη:

Μ. Λουκά

Είναι $u_A = 4 > 1$ και $u_B > 1$ οπότε

$$u \leftarrow \text{low}_A + \lceil (\text{high}_A - \text{low}_A - 1) / 2 \rceil = 1 + \lceil (4 - 1 - 1) / 2 \rceil = 1 + 1 \Rightarrow \boxed{u \leftarrow 2}$$

$$v \leftarrow \text{low}_B + \lceil (\text{high}_B - \text{low}_B - 1) / 2 \rceil = 4 + \lceil (8 - 4 - 1) / 2 \rceil = 4 + 2 \Rightarrow \boxed{v \leftarrow 6}$$

$$w \leftarrow \min \left(\lfloor \frac{u_A}{2} \rfloor, \lfloor \frac{u_B}{2} \rfloor \right) = \min (\lfloor 2 \rfloor, \lfloor 2.5 \rfloor) = 2 \Rightarrow \boxed{w = 2}$$

$$u_A \leftarrow u_A - w = 4 - 2 \Rightarrow \boxed{u_A = 2}$$

$$u_B \leftarrow u_B - w = 5 - 2 \Rightarrow \boxed{u_B = 3}$$

Είναι $a_u = a_2 = 21 < 27 = b_v = b_6$ άρα

$$\text{low}_A \leftarrow \text{low}_A + w = 1 + 2 \Rightarrow \boxed{\text{low}_A = 3}$$

$$\text{high}_B \leftarrow \text{high}_B - w = 8 - 2 \Rightarrow \boxed{\text{high}_B = 6}$$

low_A high_A

20	21	22	23	24	25	26
a_1	a_2	a_3	a_4			

low_B high_B

10	11	12	13	14	27	28	29
			b_4	b_5	b_6	b_7	b_8

-4-

3η επανάληψη: Είναι $u_A = 2 > 1$ και $u_B = 3 > 1$ οπότε

$$u \leftarrow \text{low}_A + \lceil (\text{high}_A - \text{low}_A - 1) / 2 \rceil = 3 + \lceil (4 - 3 - 1) / 2 \rceil = 3 + 0 \Rightarrow \boxed{u = 3}$$

$$v \leftarrow \text{low}_B + \lceil (\text{high}_B - \text{low}_B - 1) / 2 \rceil = 4 + \lceil (6 - 4 - 1) / 2 \rceil = 4 + 1 \Rightarrow \boxed{v = 5}$$

$$w \leftarrow \min \left(\lfloor \frac{u_A}{2} \rfloor, \lfloor \frac{u_B}{2} \rfloor \right) \Rightarrow w = \min (\lfloor 1 \rfloor, \lfloor 1.5 \rfloor) \Rightarrow \boxed{w = 1}$$

$$u_A \leftarrow u_A - w \Rightarrow u_A \leftarrow 2 - 1 \Rightarrow \boxed{u_A = 1}$$

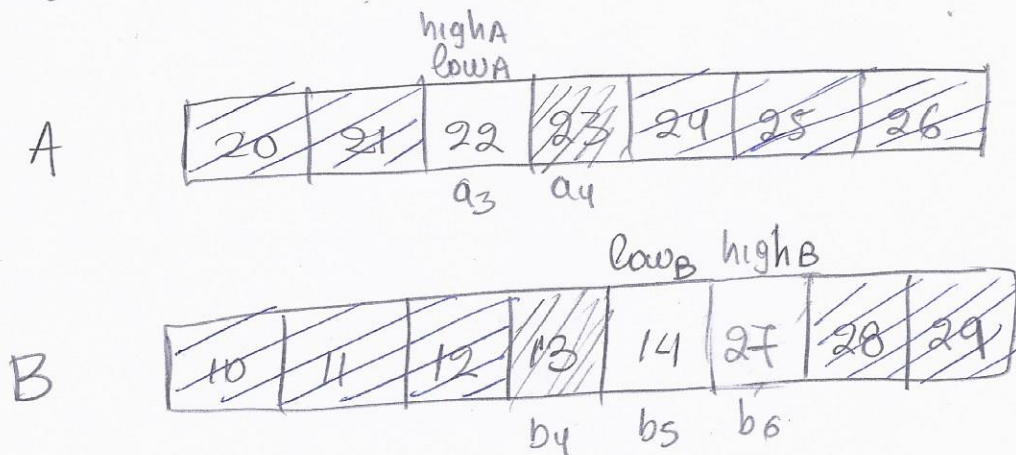
$$u_B \leftarrow u_B - w \Rightarrow u_B \leftarrow 3 - 1 \Rightarrow \boxed{u_B = 2}$$

Μ. Λουκά

Είναι $a_u = a_3 = 22 > 14 = b_5 = b_v$ οπότε

$$\text{high}_A \leftarrow \text{high}_A - w = 4 - 1 \Rightarrow \boxed{\text{high}_A = 3}$$

$$\text{low}_B \leftarrow \text{low}_B + w = 4 + 1 \Rightarrow \boxed{\text{low}_B = 5}$$



← Αφού $u_A = 1$
STOP
επανάληψων
του B2.

B3 Έστω διότι $u=3, v=5$.

Μ. Λουκά

$$(a_{u-1}, a_u, a_{u+1}) \times (b_{v-1}, b_v, b_{v+1})$$

$$(a_{3-1}, a_3, a_{3+1}) \times (b_{5-1}, b_5, b_{5+1})$$

$$(a_2, a_3, a_4) \times (b_4, b_5, b_6)$$

Τα δυνατά ζεύγη είναι:

$$(a_2, b_4) = (21, 13)$$

$$(a_2, b_5) = (21, 14)$$

$$(a_2, b_6) = (21, 27)$$

$$(a_3, b_4) = (22, 13)$$

$$(a_3, b_5) = (22, 14)$$

$$(a_3, b_6) = (22, 27)$$

$$(a_4, b_4) = (23, 13)$$

$$(a_4, b_5) = (23, 14)$$

$$(a_4, b_6) = (23, 27)$$

Δίδεται

- ① Εξετάζουμε τα a_x ή b_y για να βρούμε το μέσο των AB

Είναι $m = n_A + n_B = 7 + 8 = 15$

ω' $\lceil \frac{m}{2} \rceil - 1 = \lceil \frac{15}{2} \rceil - 1 = \lceil 7.5 \rceil - 1 = 8 - 1 = 7$, $\lfloor \frac{m}{2} \rfloor = \lfloor 7.5 \rfloor = 7$

Πρέπει $\{ \lceil \frac{m}{2} \rceil - 1 \}$ στοιχεία $< a_x$ ή $b_y \leq \{ \lfloor \frac{m}{2} \rfloor \}$

Παρατηρούμε ότι το $a_x = a_3 = (22)$ έχει 7 στοιχεία μικρότερα από αυτό όπως A ω' B ω' 7 στοιχεία μεγαλύτερα από αυτό

- ② Το μεγαλύτερο στοιχείο του B που είναι $\leq a_x = 22$ είναι το $b_5 = 14$

Το μικρότερο στοιχείο του B " $\geq a_x = 22$ είναι το $b_6 = 27$

άρα τα πιθανά ζεύγη είναι τα

$(a_3, b_5) = (22, 14)$ και $(a_3, b_6) = (22, 27)$.
 a_x, b_y a_x, b_y

- ③ Για το (a_3, b_5) έχουμε $x=3, y=5$ δηλ $x+y=8$

Για το (a_3, b_6) " $x=3, y=6$ δηλ $x+y=9$

Το μέγιστο ζεύγος είναι από το $\min \{x+y\} = \min \{8, 9\} = 8$

δηλ $x=3, y=5$ $(x, y) = (3, 5)$

άρα μέγιστο το $(a_3, b_5) = (22, 14)$