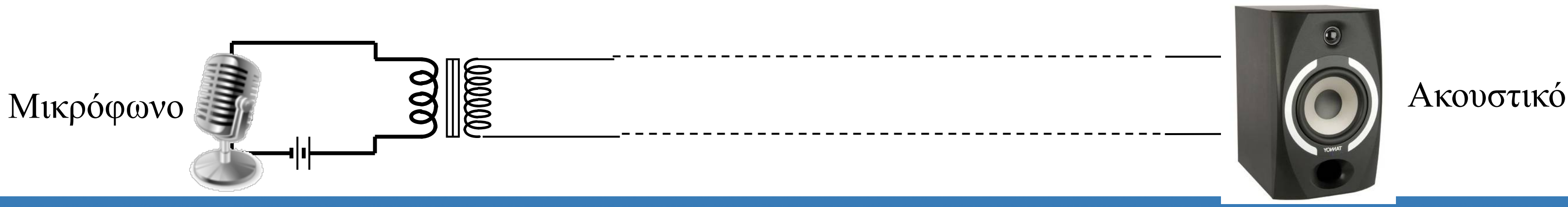
Εισαγωγή

Ο σκοπός του συστήματος επικοινωνίας είναι να μεταδώσει πληροφορία (*transmission of information*) από ένα σημείο του χώρου, που λέγεται ***πηγή***, σε ένα άλλο σημείο, που είναι ο ***προορισμός χρήσης***.

Κατά κανόνα, το μήνυμα που παράγεται από μια πηγή δεν είναι ηλεκτρικό. Ένας **μετατροπέας** είναι συνήθως αναγκαίος για να μετατρέψει την έξοδο της πηγής σε ηλεκτρικό σήμα κατάλληλο για μετάδοση. Για παράδειγμα, για πηγή ακουστικού σήματος χρησιμοποιείται το μικρόφωνο για μετατροπή σε ηλεκτρικό σήμα, ενώ για πηγή εικόνας χρησιμοποιείται μια video-camera.

Στον προορισμό χρειάζεται μια αντίστοιχη αντίστροφη μετατροπή των ηλεκτρικών σημάτων σε κατάλληλη μορφή, για παράδειγμα ήχο, εικόνα κ.τ.λ.

Το ***κανάλι*** επικοινωνίας είναι το φυσικό μέσο που χρησιμεύει για να στέλνεται το ***σήμα*** από την πηγή στον προορισμό χρήσης.

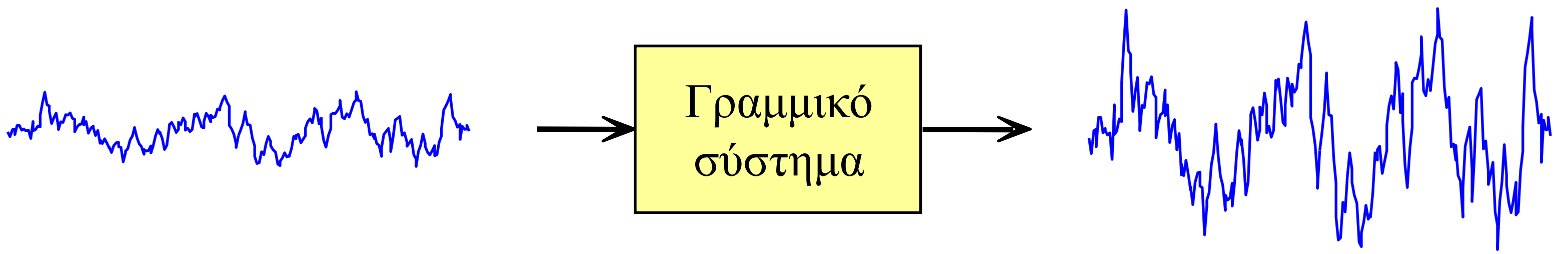


Οι μετατροπείς παρέχουν σήματα, τα οποία είναι της τάξης των μικροβόλτ (μV) ή μιλιβόλτ (mV). Τέτοια σήματα είναι πολύ μικρά για να υποστούν αξιόπιστη επεξεργασία. Η επεξεργασία καθίσταται πολύ πιο εύκολη, αν το πλάτος του σήματος μεγαλώσει αρκετά.

Το σύστημα που πραγματοποιεί αυτή τη διαδικασία ονομάζεται ***ενισχυτής σήματος***.

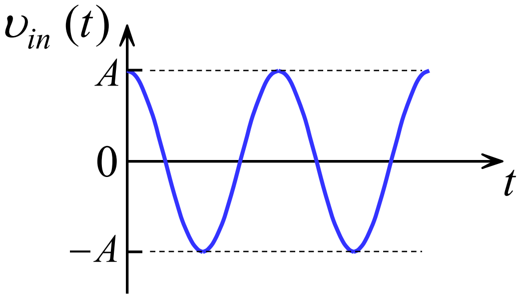
Όταν ενισχύεται ένα σήμα θα πρέπει η πληροφορία που περιέχεται σε αυτό να μη μεταβάλλεται και επίσης να μη προστίθεται νέα πληροφορία.

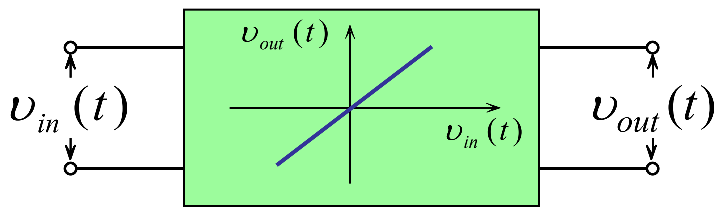
Θα πρέπει το σήμα εξόδου του ενισχυτή να είναι ακριβές αντίγραφο του σήματος εισόδου αλλά να έχει μεγαλύτερο πλάτος.



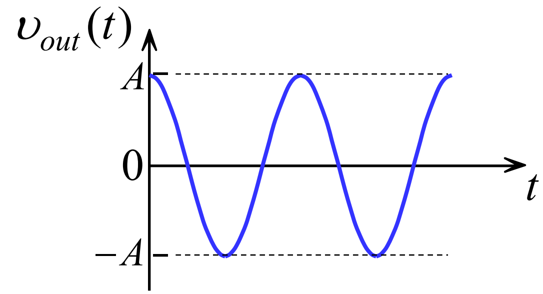
Με άλλα λόγια θέλουμε οι διακυμάνσεις της κυματομορφής εξόδου να είναι ταυτόσημες με αυτές της κυματομορφής εισόδου. Κάθε αλλαγή στην κυματομορφή θεωρείται ***παραμόρφωση*** και είναι προφανώς ανεπιθύμητη.

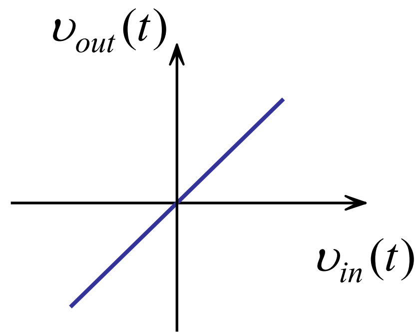
Ένας ενισχυτής που διατηρεί τις λεπτομέρειες της κυματομορφής του σήματος στην είσοδό του, χαρακτηρίζεται από την σχέση $\upsilon_{out}(t) = A\upsilon_{in}(t)$

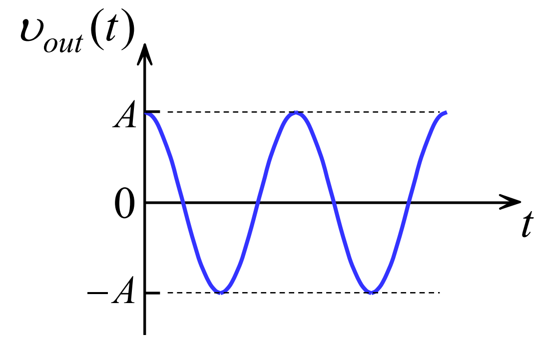


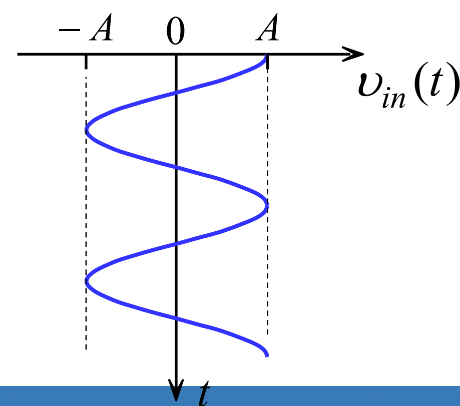


Γραμμική διάταξη.

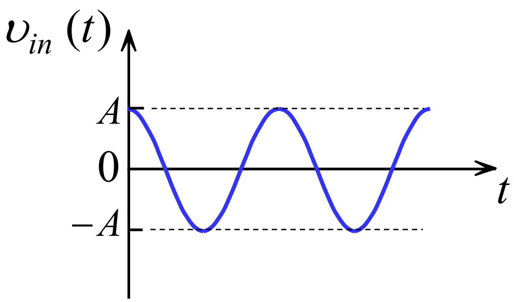


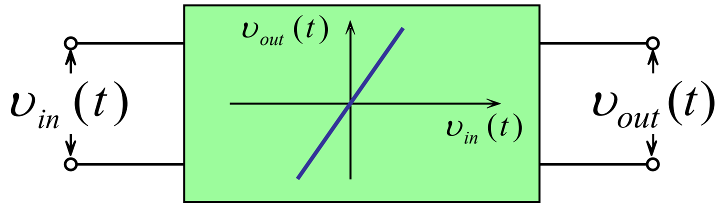




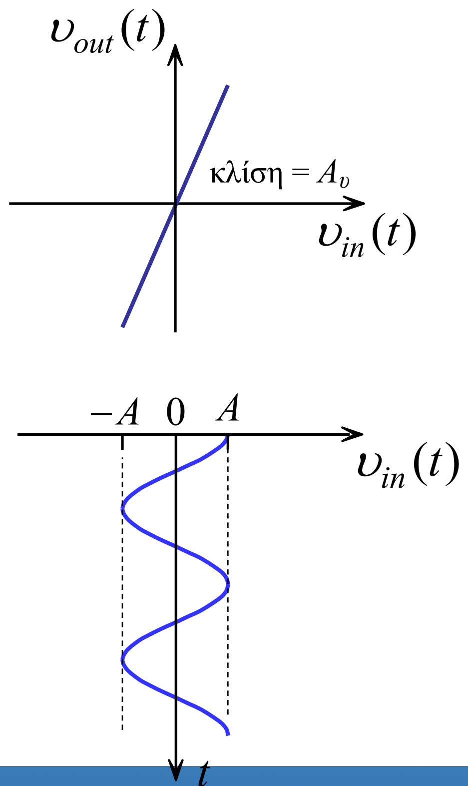


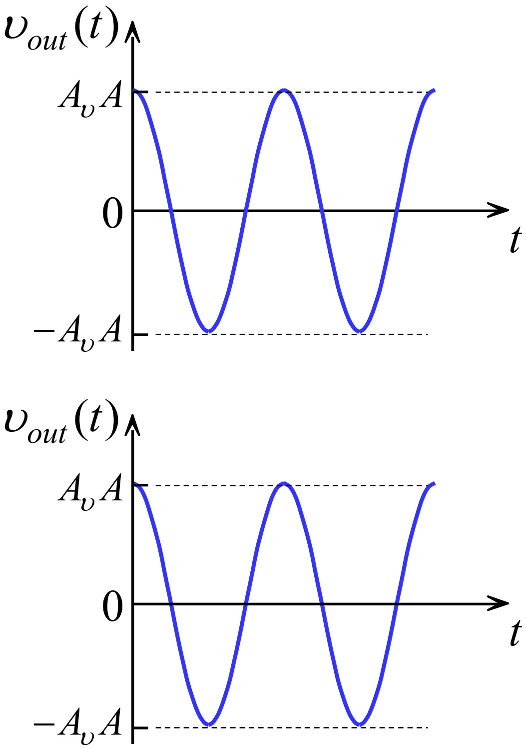
Ένας ενισχυτής που διατηρεί τις λεπτομέρειες της κυματομορφής του σήματος στην είσοδό του, χαρακτηρίζεται από την σχέση $\upsilon_{out}(t) = A_{\upsilon}\upsilon_{in}(t)$



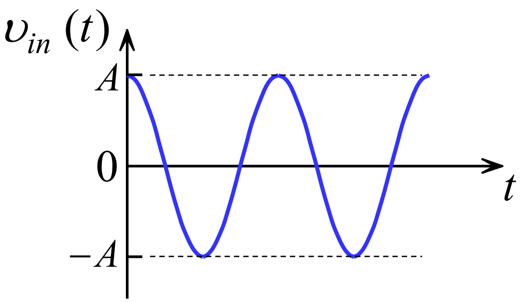


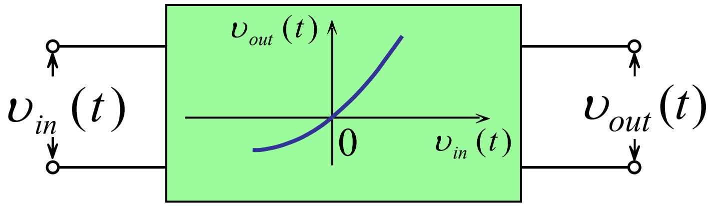
Γραμμική διάταξη.

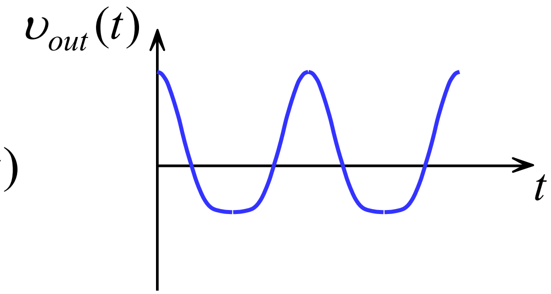




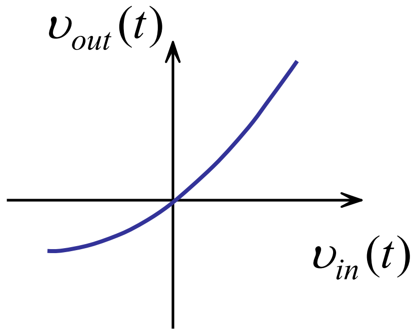
Αντίθετα ένας ενισχυτής που η σχέση του σήματος εξόδου σε συνάρτηση με το σήμα εισόδου δεν είναι γραμμική αλλοιώνει την μορφή της κυματομορφής του σήματος εισόδου

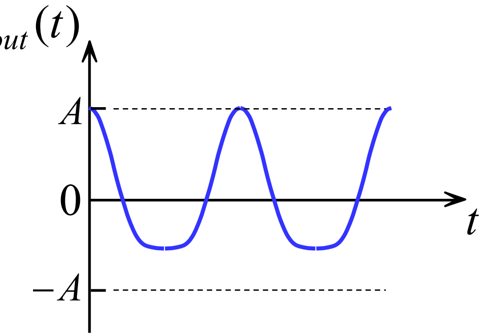


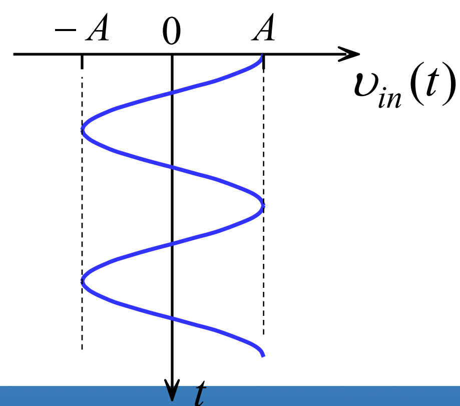




Μη γραμμική διάταξη $\upsilon_{out}(t) = \upsilon_{in}^{2}(t) + 2\upsilon_{in}(t) - 1$





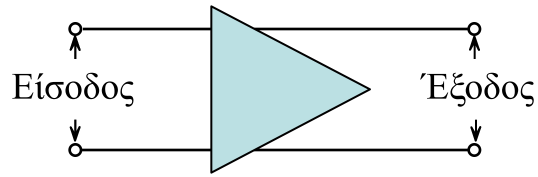


Οι ενισχυτές στους οποίους το σήμα εισόδου έχει πολύ μικρή τάση ενώ το σήμα εξόδου έχει πολύ μεγάλη χαρακτηρίζονται ως ***ενισχυτές τάσης***. Ο προενισχυτής στα στερεοφωνικά συγκροτήματα είναι ένα παράδειγμα ενισχυτή τάσης.

Ό ***ενισχυτής ρεύματος*** χαρακτηρίζεται από ένα μέτριο κέρδος τάσης αλλά σημαντικό κέρδος ρεύματος. Ο ενισχυτής ρεύματος απορροφά λίγη ισχύ από την πηγή παρέχει μεγάλη ισχύ στο φορτίο του. Παράδειγμα είναι ο ενισχυτής ισχύος ενός στερεοφωνικού συγκροτήματος που έχει σκοπό να δώσει ισχύ ικανή για να οδηγηθούν τα ηχεία του.

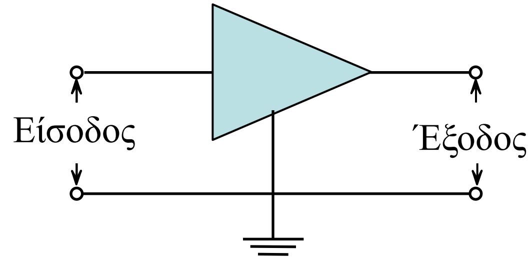
Κύκλωματικό σύμβολο ενισχυτή

Ο ενισχυτής σήματος είναι ένα δίθυρο κύκλωμα. Η λειτουργία του αναπαρίσταται από το κυκλωματικό σύμβολο του σχήματος



Το σύμβολο αυτό κάνει σαφή διάκριση μεταξύ των θυρών εισόδου και εξόδου και προσδιορίζει την κατεύθυνση της ροής του σήματος.

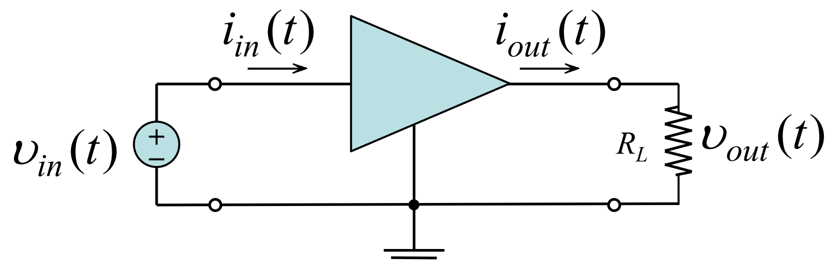
Μια περίπτωση που συνίσταται πιο συχνά στην πράξη φαίνεται στο σχήμα όπου υπάρχει ένας κοινός ακροδέκτης μεταξύ των θυρών εισόδου και εξόδου του ενισχυτή.



Ο κοινός ακροδέκτης χρησιμοποιείται ως σημείο αναφοράς και ονομάζεται ***γείωση του κυκλώματος***.

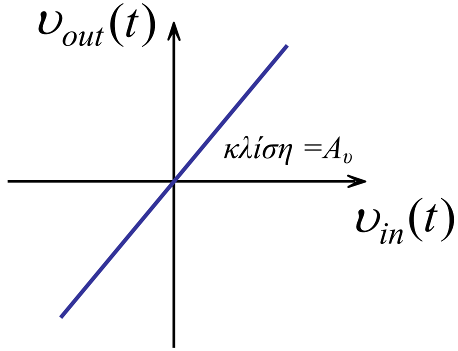
Κέρδος τάσης

Ένας γραμμικός ενισχυτής δέχεται ένα σήμα εισόδου $\upsilon_{in}(t)$ και παρέχει στην έξοδό του πάνω σε ένα φορτίο R_L ένα σήμα εξόδου $\upsilon_{out}(t)$ το οποίο είναι ένα μεγεθυμένο αντίγραφο του $\upsilon_{in}(t)$.



Το κέρδος τάσης του ενισχυτή ορίζεται ως

$$A_\upsilon \equiv \frac{\upsilon_{out}}{\upsilon_{in}}$$



Χαρακτηριστική μεταφοράς γραμμικού ενισχυτή τάσης με κέρδος τάσης A_υ.

Εάν εφαρμόσουμε στην είσοδο αυτού του ενισχυτή μια ημιτονοειδή τάση πλάτους V_0, στην έξοδό του θα πάρουμε ημιτονοειδή τάση πλάτους $A_\upsilon V_0$.

Κέρδος ισχύος και κέρδος τάσης

Ένας ενισχυτής αυξάνει την ισχύ του σήματος. Αυτή είναι μία σημαντική ιδιότητα που ξεχωρίζει τον ενισχυτή από το μετασχηματιστή. Ο ενισχυτής παρέχει στο φορτίο ισχύ μεγαλύτερη από αυτή που δίνει η πηγή σήματος. Το κέρδος ισχύος του ενισχυτή ορίζεται ως

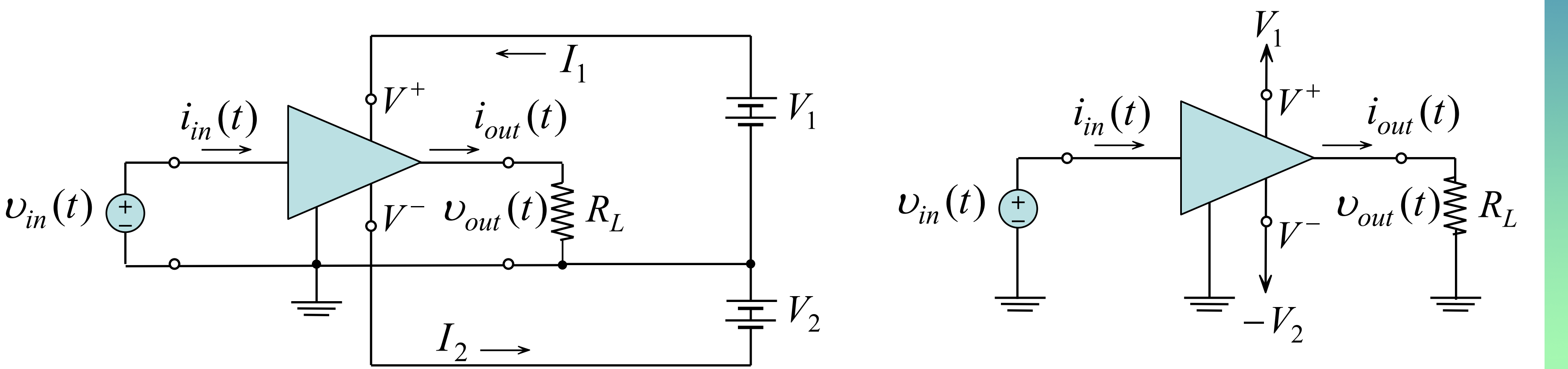
$$\text{κέρδος ισχύος} = \frac{\text{ισχύς φορτίου}}{\text{ισχύς εισόδου}} \qquad A_p \equiv \frac{P_L}{P_{in}} = \frac{\upsilon_{out}\, i_{out}}{\upsilon_{in}\, i_{in}}$$

Το κέρδος ρεύματος του ενισχυτή ορίζεται ως

$$\text{κέρδος ρεύματος} = \frac{\text{ρεύμα φορτίου}}{\text{ρεύμα εισόδου}} \qquad A_i \equiv \frac{i_{out}}{i_{in}}$$

Τροφοδοσία του ενισχυτή

Οι ενισχυτές χρειάζονται τροφοδοσία dc για τη λειτουργία τους



Οι dc τάση που αποδίδεται στον ενισχυτή είναι $P_{dc} = V_1\, I_1 + V_2\, I_2$

Εάν η ισχύς που καταναλώνεται στο κύκλωμα του ενισχυτή συμβολίζεται ως $P_{\kappa\alpha\tau}$, η εξίσωση εξισορρόπησης ισχύος του ενισχυτή γράφεται ως

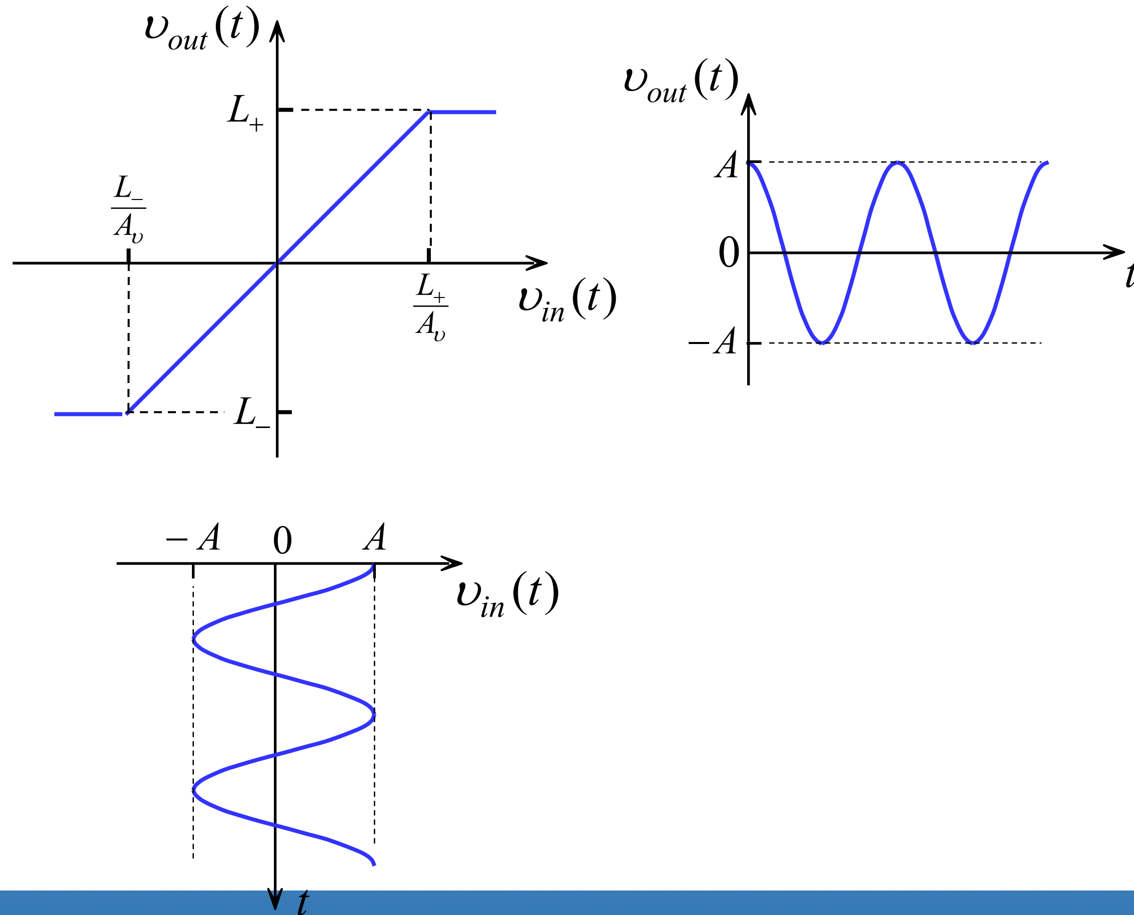
$$P_{dc} + P_I = P_L + P_{\kappa\alpha\tau}$$

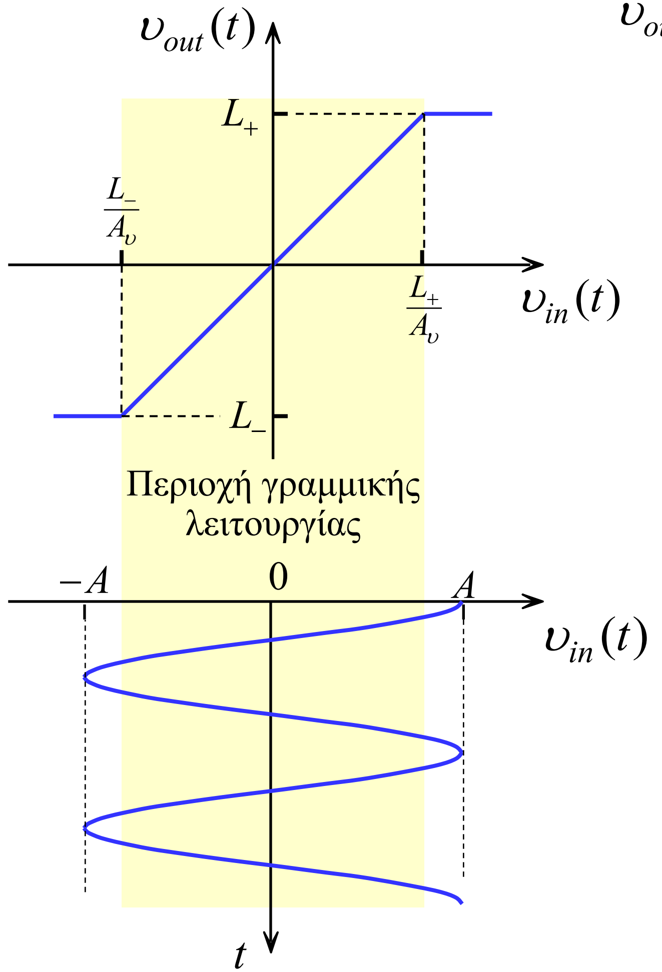
Εφόσον η ισχύς που παρέχεται από την πηγή του σήματος PI είναι συνήθως μικρή, η ***αποδοτικότητα*** του ενισχυτή ορίζεται ως

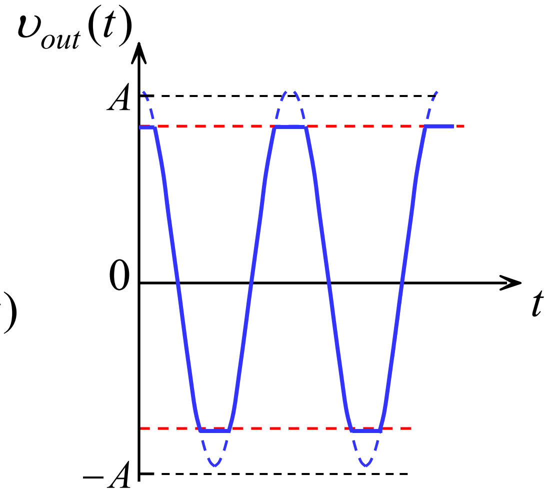
$$\eta \equiv \frac{P_L}{P_{dc}} \times 100$$

Ο κορεσμός του ενισχυτή

Η χαρακτηριστική μεταφοράς του ενισχυτή παραμένει γραμμική μόνο σε μια περιορισμένη περιοχή τάσεων εισόδου και εξόδου. Το θετικό L_+ και το αρνητικό L_- επίπεδο κορεσμού είναι συνήθως 1 με 2 volts απολύτως μικρότερα από τις αντίστοιχες τάσεις τροφοδοσίας.





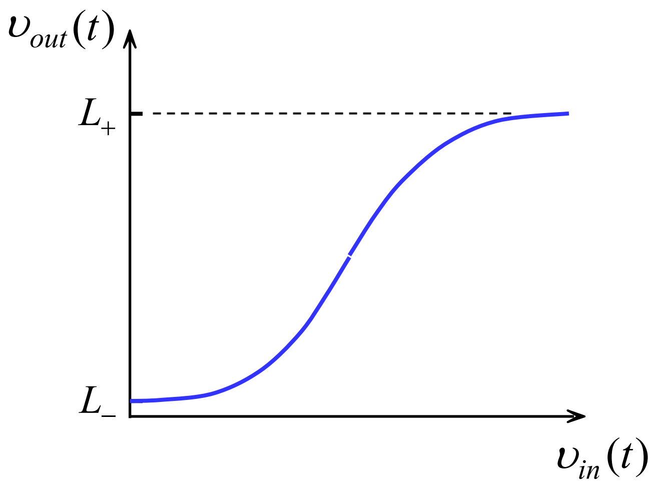


Για να αποφύγουμε την παραμόρφωση της κυματομορφής εξόδου, πρέπει η διακύμανση του σήματος εισόδου να βρίσκεται μέσα στα όρια γραμμικής λειτουργίας.

$$L_- \leq A_\upsilon \upsilon_{in} \leq L_+$$

Μη γραμμικές χαρακτηρίστηκες μεταφοράς και πόλωση

Στους πραγματικούς ενισχυτές, η χαρακτηριστική μεταφοράς παρουσιάζει μη γραμμικότητες διαφόρων πλατών ανάλογα με την ποιότητα κατασκευής του ενισχυτή και την προσπάθεια που έχει καταβληθεί κατά τη φάση σχεδίασης, ώστε να εξασφαλιστεί η γραμμικότητα της λειτουργίας του.



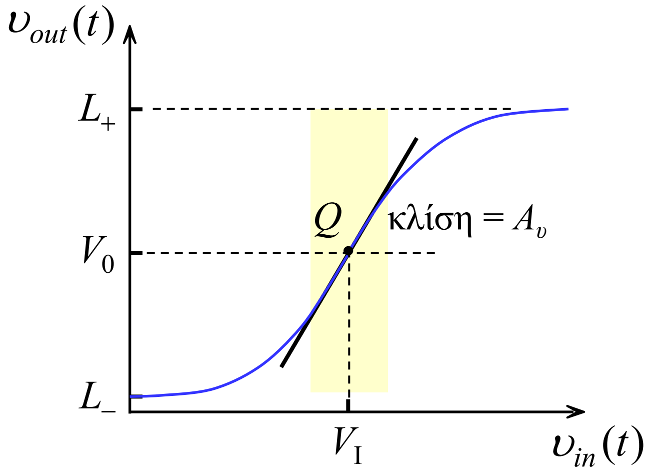
Τυπική χαρακτηριστική για απλούς ενισχυτές που λειτουργούν με απλό (θετικό) δυναμικό.

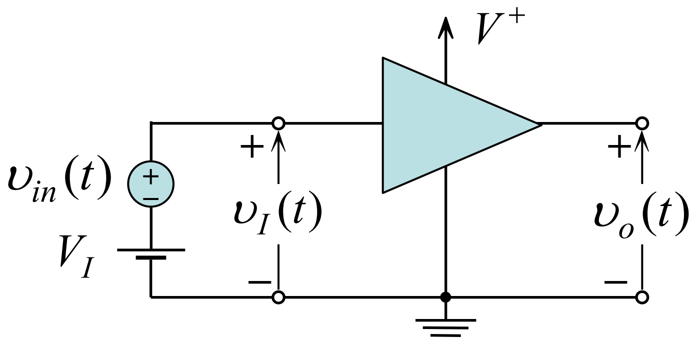
Η χαρακτηριστική μεταφοράς είναι εμφανώς μη γραμμική και εξαιτίας του μονού τροφοδοτικού, δεν είναι τοποθετημένη γύρω από το μηδέν.

Με την τεχνική της πόλωσης είναι εφικτή η γραμμική ενίσχυση από ένα ενισχυτή του οποίου η χαρακτηριστική είναι αυτή του σχήματος.

Με την πόλωση το κύκλωμα λειτουργεί σε σημείο το οποίο βρίσκεται περίπου στη μέση της χαρακτηριστικής μεταφοράς.

Η πόλωση επιτυγχάνεται με την εφαρμογή μιας τάσης V_I όπως φαίνεται στο σχήμα. Το σημείο λειτουργίας σημειώνεται με το γράμμα Q. Για τάση εισόδου $\upsilon_{in} = 0$ η τάση εξόδου είναι V_0. Το σημείο Q είναι γνωστό ως ***σημείο ηρεμίας*** ή ***σημείο πόλωσης*** ή απλά ***σημείο λειτουργίας***.

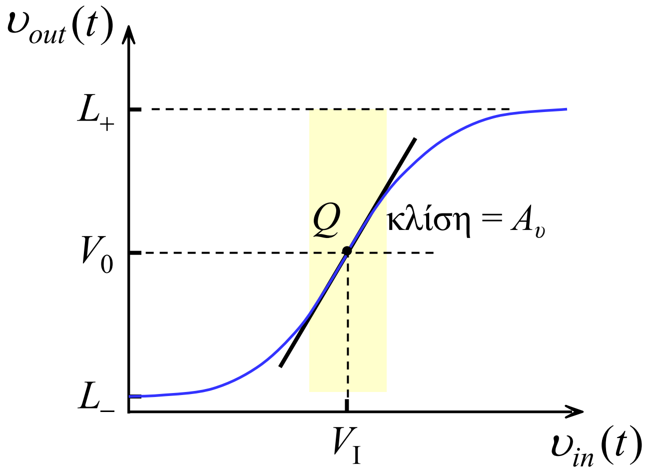


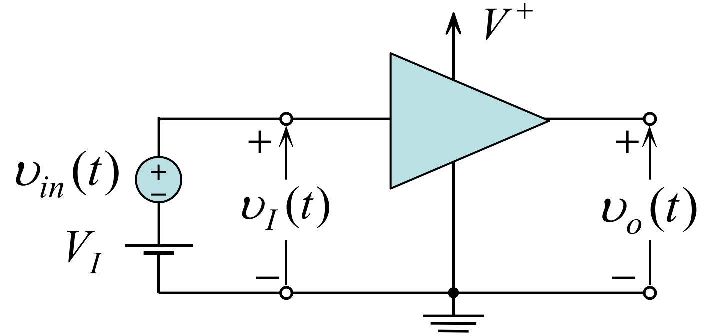


Το μεταβαλλόμενο χρονικά σήμα εισόδου $\upsilon_{in}(t)$ που πρόκειται να ενισχυθεί, υπερτίθεται στην dc τάση πόλωσης V_I. Η ολική στιγμιαία τάση εισόδου $\upsilon_I(t)$

$$\upsilon_I(t) = V_I + \upsilon_{in}(t)$$

μεταβάλλεται γύρω από την V_I και το στιγμιαίο σημείο λειτουργίας κινείται γύρω από το σημείο λειτουργίας Q.



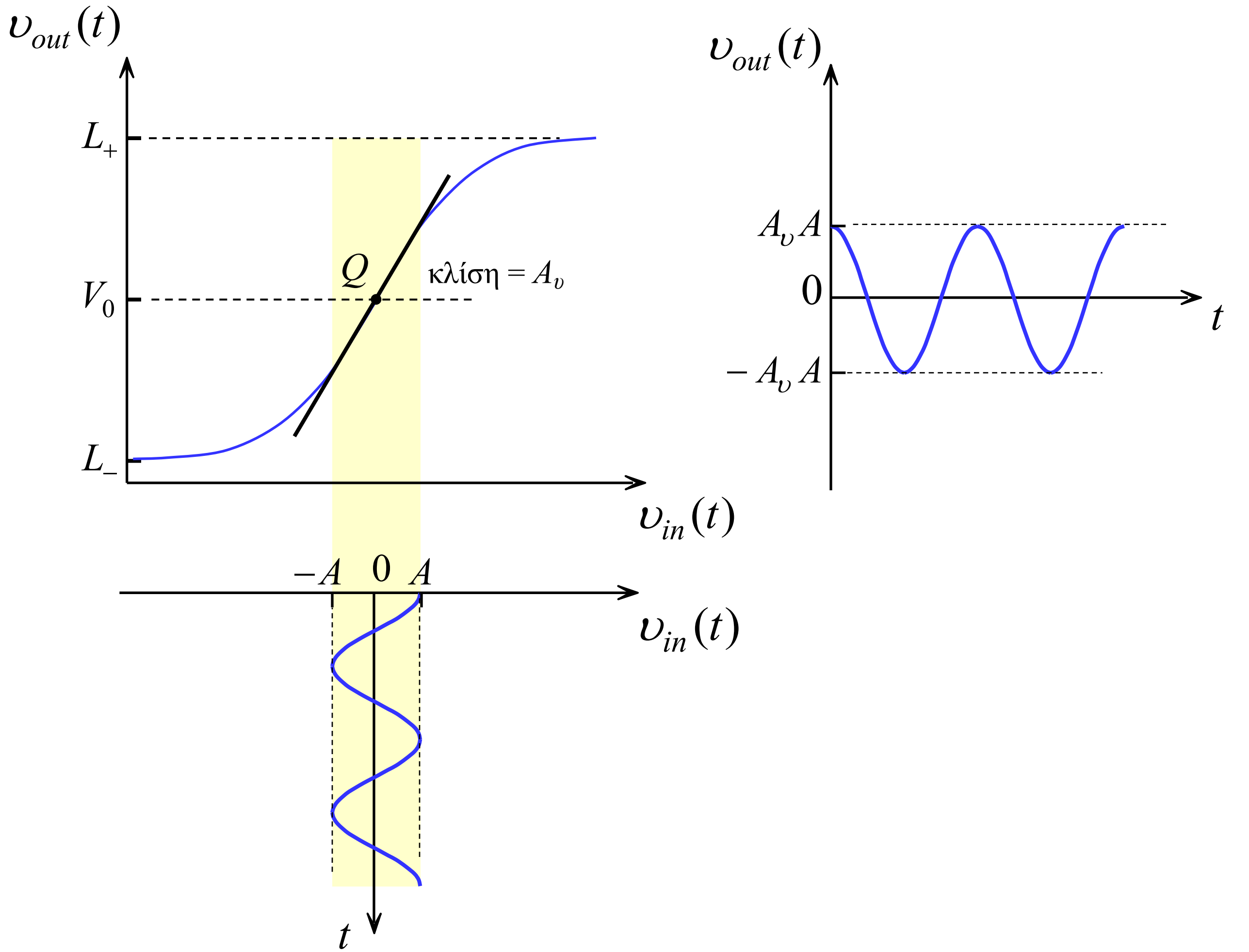


Κρατώντας το πλάτος της $\upsilon_{in}(t)$ μικρό, το στιγμιαίο σημείο λειτουργίας μπορεί να περιοριστεί στο γραμμικό τμήμα της καμπύλης μεταφοράς γύρο από το Q, και έτσι το χρονικά μεταβαλλόμενο τμήμα του σήματος εξόδου του συστήματος είναι ανάλογο του $\upsilon_{in}(t)$, δηλαδή,

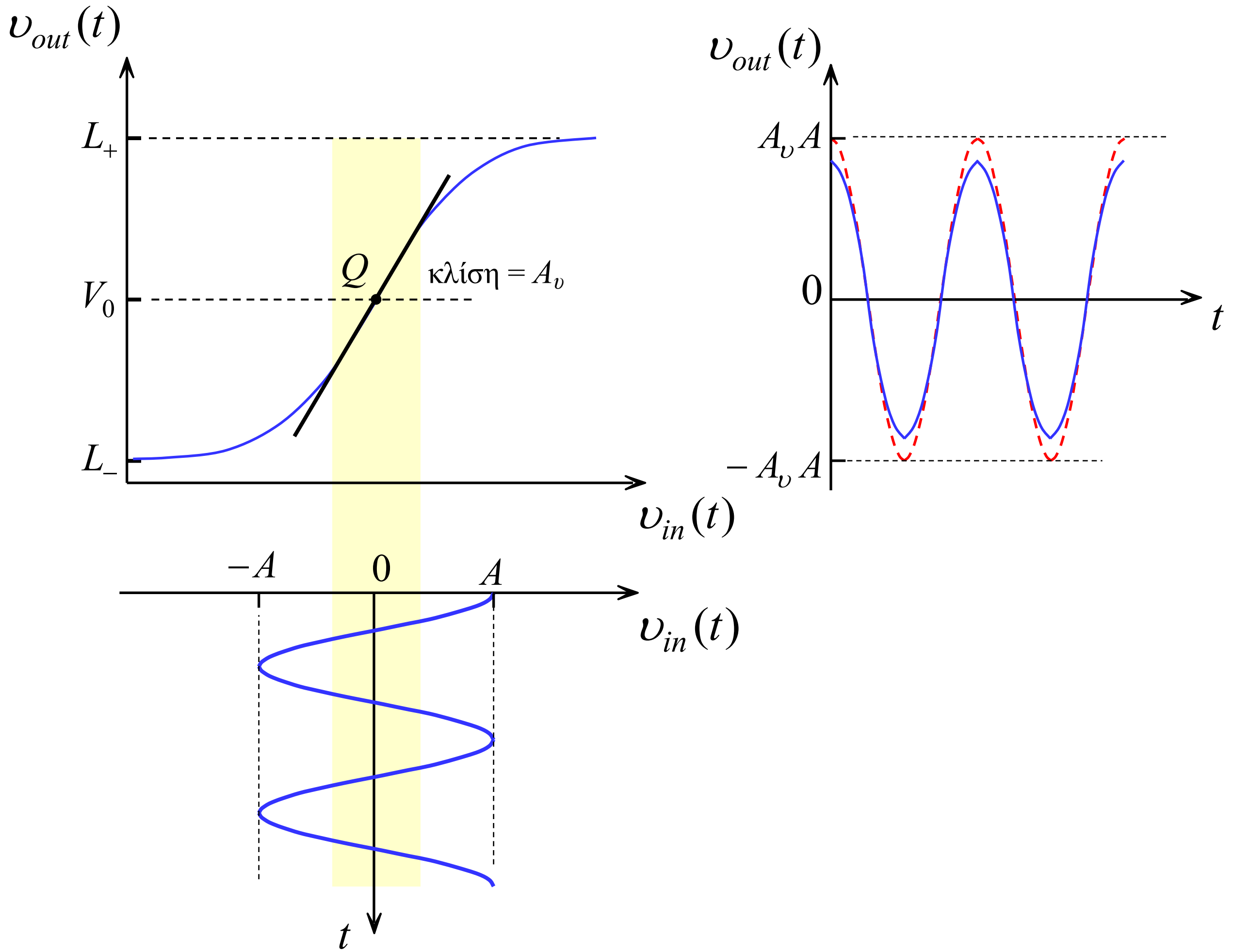
$$\upsilon_{out}(t) = A_\upsilon\, \upsilon_{in}(t)$$

και το ολικό σήμα εξόδου είναι

$$\upsilon_o(t) = V_0 + \upsilon_{out}(t)$$



Όταν ο ενισχυτής έχει πολωθεί σωστά και το σήμα στην είσοδό του κρατείται αρκούντως μικρό τότε υποθέτουμε ότι λειτουργεί στη γραμμική περιοχή και χρησιμοποιούμε τεχνικές ανάλυσης γραμμικών κυκλωμάτων για τη μελέτη της λειτουργίας του.



Αύξηση του πλάτους του σήματος εισόδου μπορεί να έχει ως αποτέλεσμα η λειτουργία του συστήματος να μην βρίσκεται πλέον στο γραμμικό τμήμα της καμπύλης μεταφοράς. Αυτό με την σειρά του προκαλεί παραμόρφωση στη καμπύλη εξόδου. Η παραμόρφωση η οποία οφείλεται στη μη γραμμική παραμόρφωση είναι ανεπιθύμητη και πρέπει να αποφεύγεται.

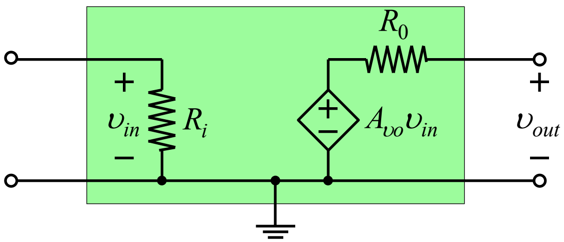
ΚΥΚΛΩΜΑΤΙΚΑ ΜΟΝΤΕΛΑ ΓΙΑ ΕΝΥΣΧΥΤΕΣ

Θα αναπτυχθούν μεθοδολογίες σχεδιασμού ενισχυτών χρησιμοποιώντας τρανζίστορ διαφόρων τύπων.

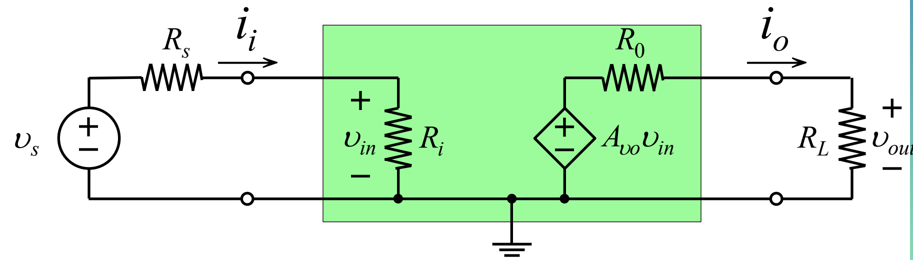
Θα μελετηθούν απλά και αποτελεσματικά μοντέλα ενισχυτών. Τα μοντέλα αυτά βρίσκουν εφαρμογή ανεξάρτητα από την πολυπλοκότητα του εσωτερικού κυκλώματος του ενισχυτή.

Οι τιμές των παραμέτρων του μοντέλου μπορούν να βρεθούν είτε από την ανάλυση του κυκλώματος του ενισχυτή ή παίρνοντας μετρήσεις πάνω στους ακροδέκτες του.

Κυκλωματικό μοντέλο Ενισχυτή τάσης



Κυκλωματικό μοντέλο ενισχυτή τάσης



Ο ενισχυτή τάσης με πηγή σήματος στην είσοδο και φορτίο

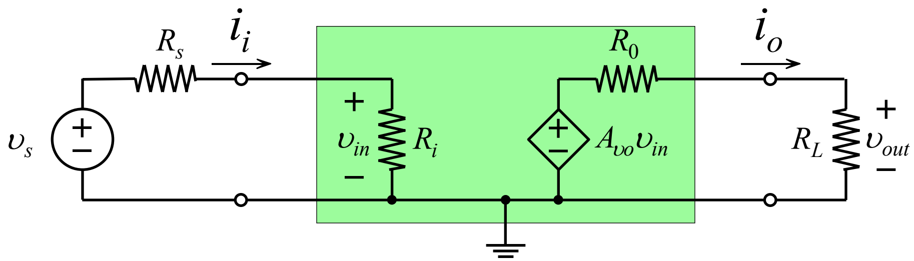
Το μοντέλο αποτελείται από

μία πηγή τάσης ελεγχόμενη από τάση με συντελεστή κέρδους $A_{\upsilon o}$ όπου $A_{\upsilon o}$ είναι το ***κέρδος τάσης ενισχυτή χωρίς φορτίο*** ή ***κέρδος τάσης ανοικτού κυκλώματος***,

$$A_{\upsilon o} \equiv \left.\frac{\upsilon_o}{\upsilon_i}\right|_{i_o=0}$$

μία αντίσταση εισόδου R_i η οποία υπάρχει επειδή ο ενισχυτής τραβά κάποιο ρεύμα από την πηγή σήματος εισόδου,

και μία αντίσταση εξόδου R_o η οποία υπάρχει επειδή λόγω της αλλαγής στην τάση εξόδου, καθώς ο ενισχυτής καλείται να τροφοδοτήσει με ρεύμα το φορτίο



Ο ενισχυτή τάσης με πηγή σήματος στην είσοδο και φορτίο

Η μη μηδενική αντίσταση εξόδου R_o έχει ως αποτέλεσμα να εμφανίζεται στην έξοδο μόνο ένα ποσοστό της $A_{\upsilon o}\,\upsilon_i$

$$\upsilon_o = A_{\upsilon o}\,\upsilon_i \frac{R_L}{R_L + R_o} \qquad A_\upsilon \equiv \frac{\upsilon_o}{\upsilon_i} = A_{\upsilon o} \frac{R_L}{R_L + R_o} \qquad R_L \to \infty \Rightarrow A_\upsilon = A_{\upsilon o}$$

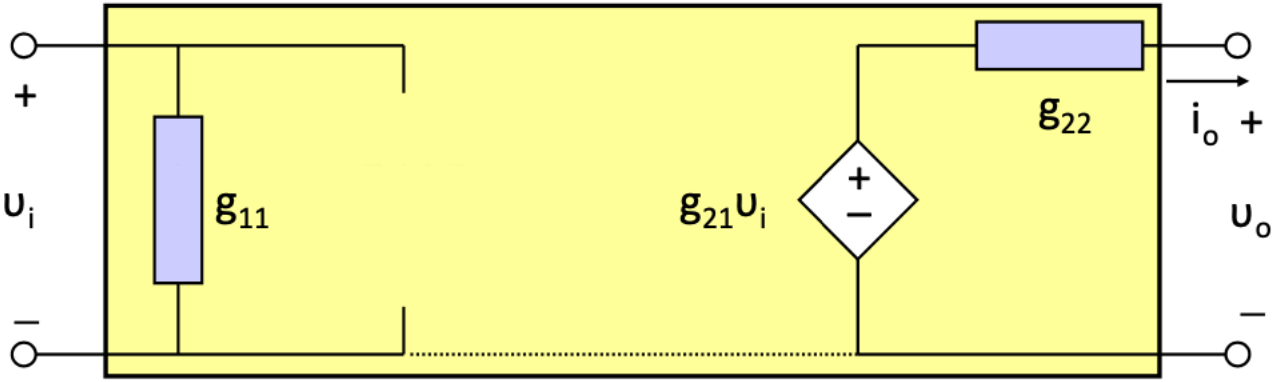
για δεδομένη αντίσταση φόρτου R_L θα πρέπει ο ενισχυτής να σχεδιαστεί έτσι ώστε η R_o να είναι πολύ μικρότερη από την R_L.

Η πεπερασμένη αντίσταση εισόδου R_i έχει ως αποτέλεσμα ένα μέρος του σήματος της πηγής να φτάνει στους ακροδέκτες του ενισχυτή.

$$\upsilon_i = \upsilon_s \frac{R_i}{R_i + R_s}$$

Ο ενισχυτής θα πρέπει να σχεδιαστεί, έτσι ώστε να έχει αντίσταση εισόδου R_i πολύ μεγαλύτερη από την αντίσταση της πηγής σήματος, δηλαδή, $R_i >> R_s$.

Μοντέλο Ενισχυτή Τάσης και g Παράμετροι



$$g_{11} = \frac{i_i}{\upsilon_i} = \frac{1}{R_i}$$

Αγωγιμότητα Εισόδου

$$g_{21} = \frac{\upsilon_o}{\upsilon_i} = A_{\upsilon o}$$

Κέρδος (Απολαβή) Τάσης (Ανοικτού Κυκλώματος)

$$g_{12} = 0$$

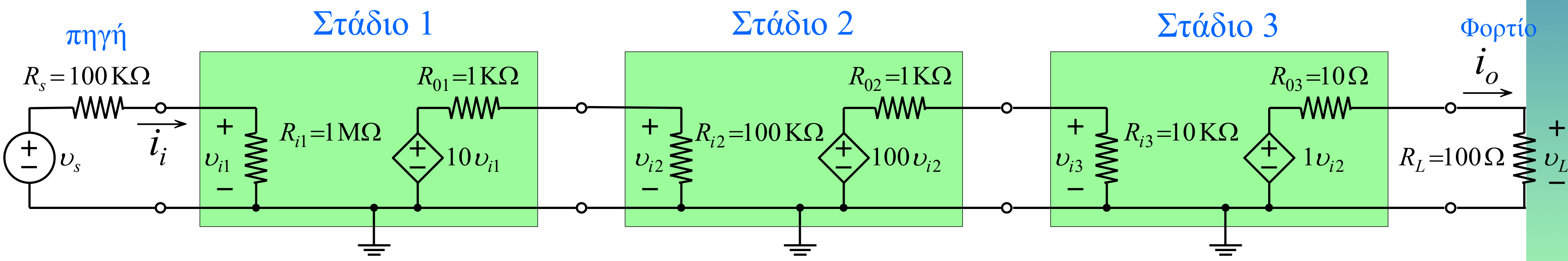
Αντίστροφη Ενίσχυση Ρεύματος

$$g_{22} = \frac{\upsilon_o}{i_o} = R_o$$

Αντίσταση Εξόδου

Παράδειγμα

Δίνεται ο ενισχυτής τάσης τριών βαθμίδων του σχήματος



Ο ενισχυτή τάσης τριών βαθμίδων

Το συνολικό κέρδος τάσης, δηλαδή το υ_L/υ_s είναι A_υ = 818 V/V ή 58,3 dB.

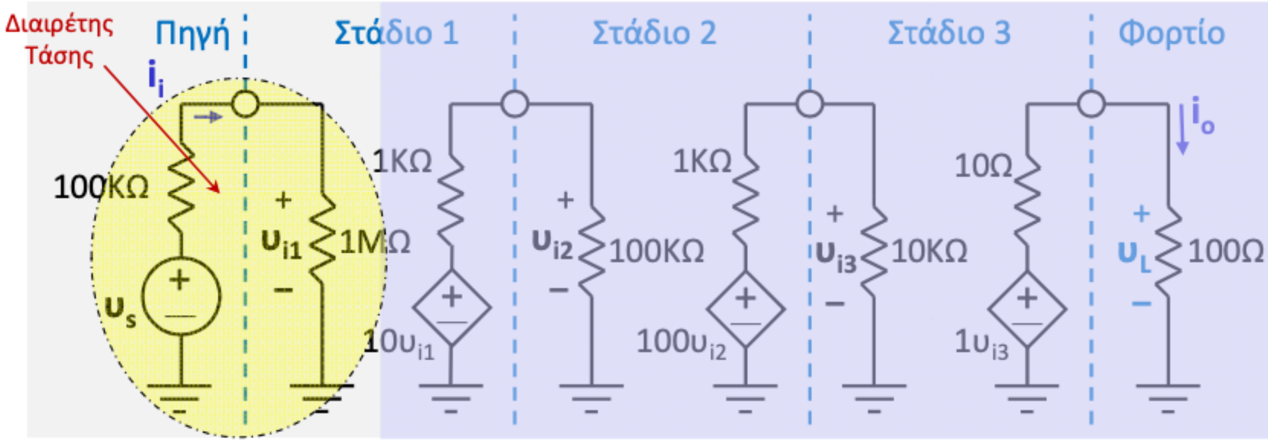
Το κέρδος ρεύματος, δηλαδή, το i_o / i_i είναι $A_i = 8{,}18 \times 10^6$ A/A ή 138,3 dB.

Το κέρδος ισχύος, δηλαδή, το P_L / P_I είναι $A_P = 66{,}9 \times 10^8$ W/W ή 98,3 dB.

Ισχύει

$$A_p\Big|_{\text{dB}} = \frac{1}{2}\left[A_\upsilon\Big|_{\text{dB}} + A_\upsilon\Big|_{\text{dB}} \right]$$

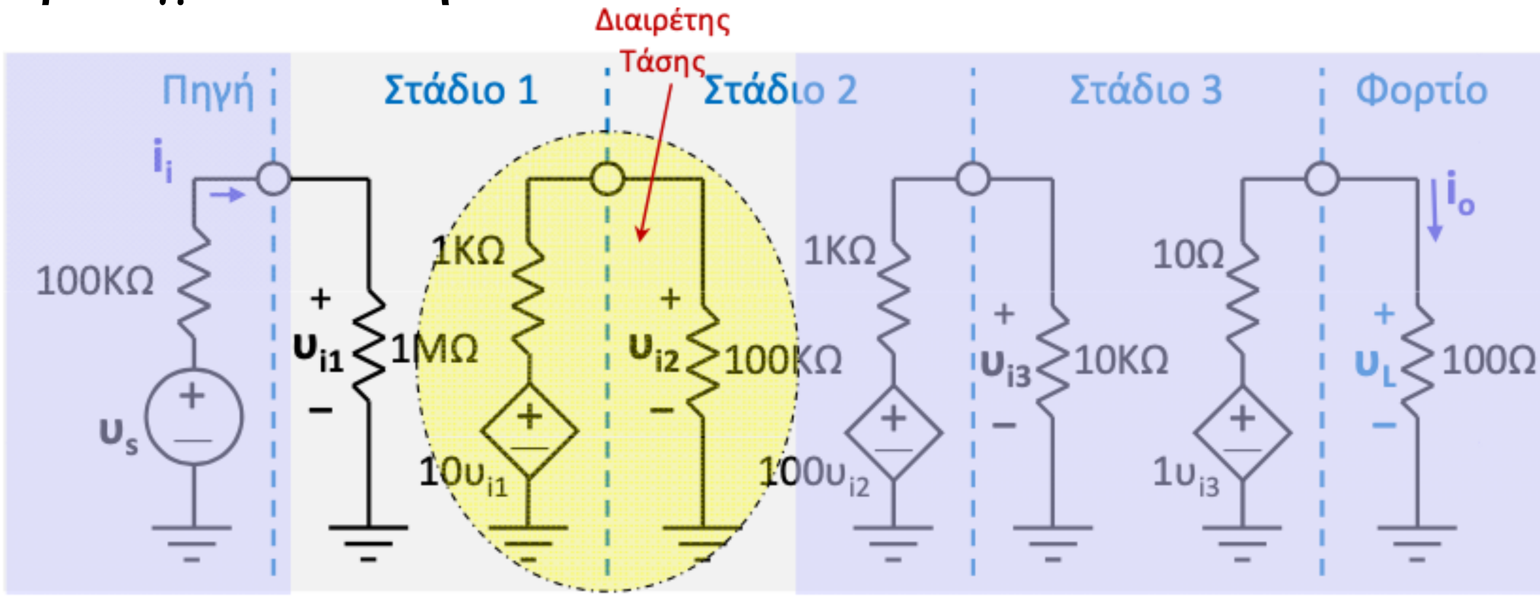
Παράδειγμα – Επίλυση Ι



$$\frac{\upsilon_{i1}}{\upsilon_s} = \frac{1M\Omega}{1M\Omega + 100K\Omega} = 0.909$$

Συντελεστής απώλειας σήματος
στην είσοδο

Παράδειγμα – Επίλυση ΙΙ

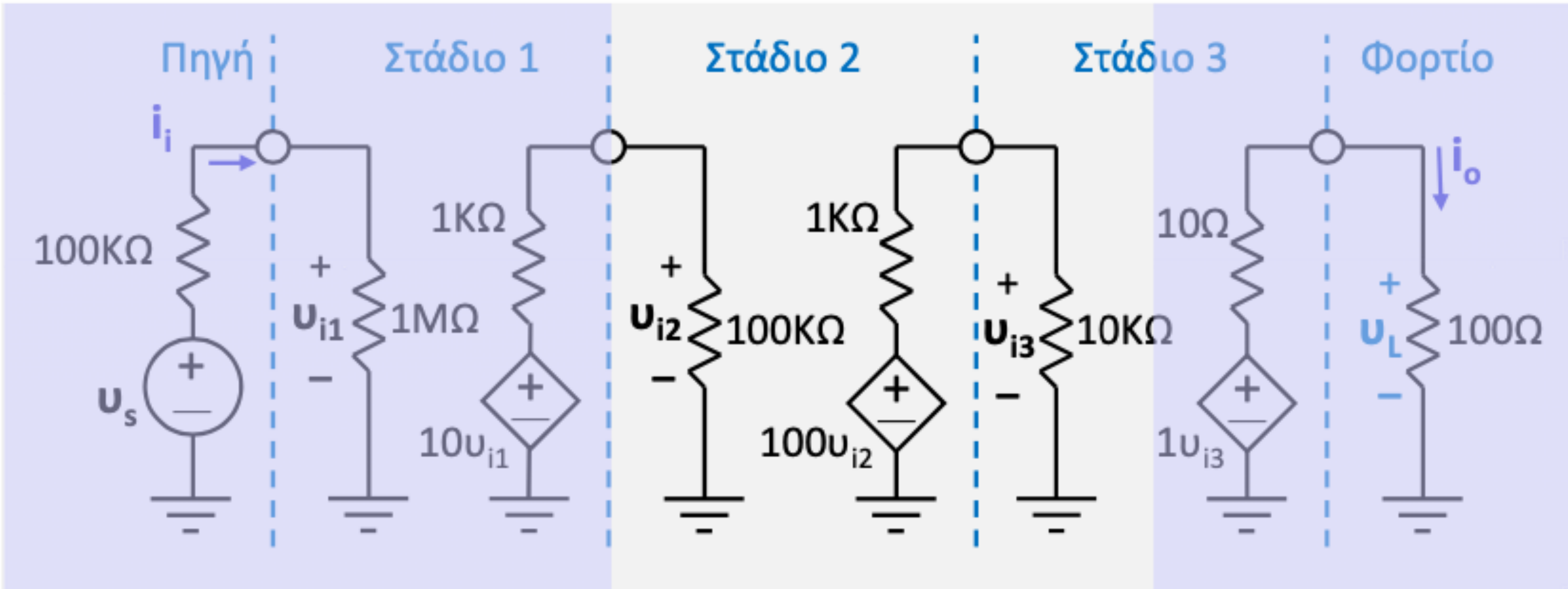


Το κέρδος τάσης κλειστού βρόχου $A_{\upsilon 1}$ του 1ου σταδίου βρίσκεται αν θεωρηθεί η αντίσταση εισόδου του 2ου σταδίου ως φόρτος του 1ου σταδίου.

Από το διαιρέτη τάσης που προκύπτει, θα ισχύει:

$$A_{\upsilon 1} = \frac{\upsilon_{i2}}{\upsilon_{i1}} = 10\frac{100K\Omega}{100K\Omega + 1K\Omega} = 9.9$$

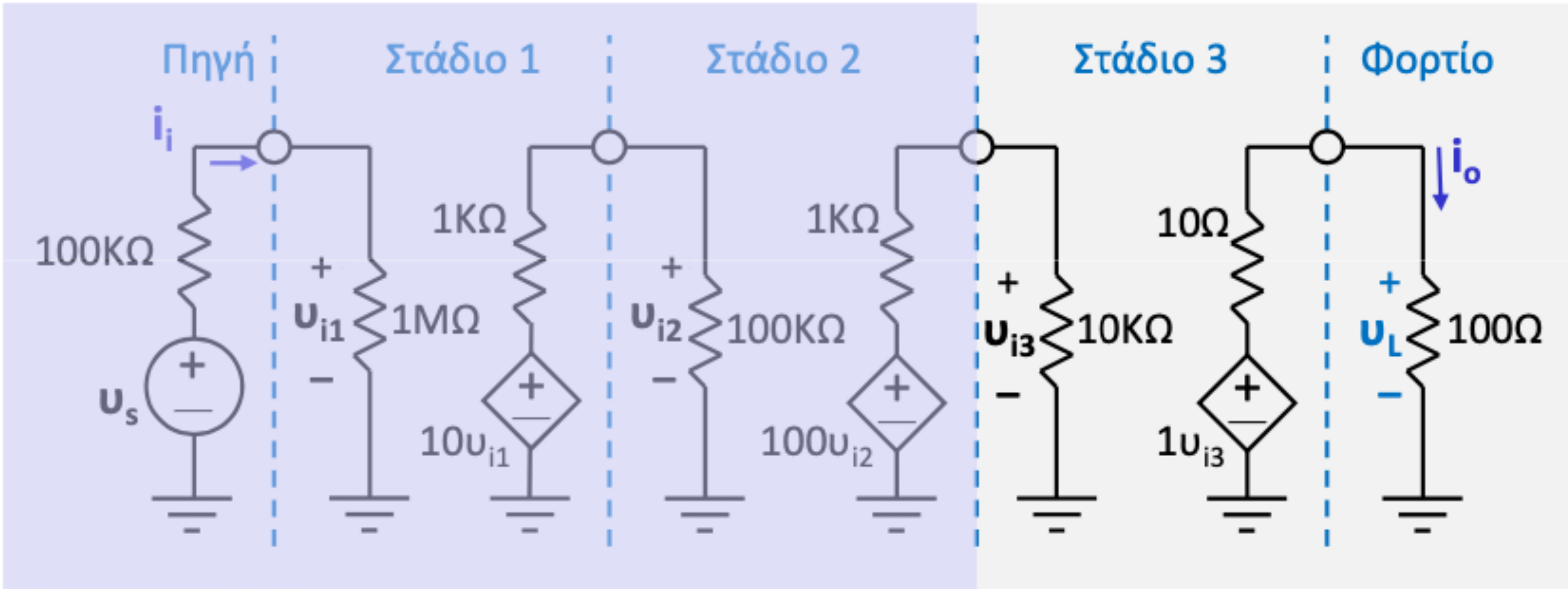
Παράδειγμα – Επίλυση ΙΙΙ



Παρόμοια, το κέρδος τάσης κλειστού βρόχου $A_{\upsilon 2}$ του 2^ου^ σταδίου βρίσκεται αν θεωρηθεί η αντίσταση εισόδου του 3^ου^ σταδίου ως φόρτος του 2^ου^.

$$A_{\upsilon 2} = \frac{\upsilon_{i3}}{\upsilon_{i2}} = 100\frac{10K\Omega}{10K\Omega + 1K\Omega} = 90.9$$

Παράδειγμα – Επίλυση IV



Τέλος, το κέρδος τάσης $A_{υ3}$ του 3ου σταδίου υπολογίζεται ως ακολούθως:

$$A_{υ3} = \frac{υ_L}{υ_{i3}} = 1\frac{100Ω}{100Ω + 10Ω} = 0.909$$

Το συνολικό κέρδος τάσης A_υ των τριών εν σειρά σταδίων θα είναι:

$$A_\upsilon \equiv \frac{\upsilon_L}{\upsilon_{i1}} = A_{\upsilon 1} \cdot A_{\upsilon 2} \cdot A_{\upsilon 3} = 818$$

Το κέρδος τάσης από τη *πηγή* στο *φορτίο* (υ_L/υ_s) θα δίδεται πολλαπλασιάζοντας το A_υ με το συντελεστή απώλειας σήματος στην είσοδο.

$$\frac{\upsilon_L}{\upsilon_s} = \frac{\upsilon_L}{\upsilon_{i1}} \cdot \frac{\upsilon_{i1}}{\upsilon_s} = A_\upsilon \cdot \frac{\upsilon_{i1}}{\upsilon_s} = 818 \times 0.909 = 743.6 \quad ή \quad 57.4 \ \ dB$$

Το κέρδος ρεύματος A_i θα είναι:

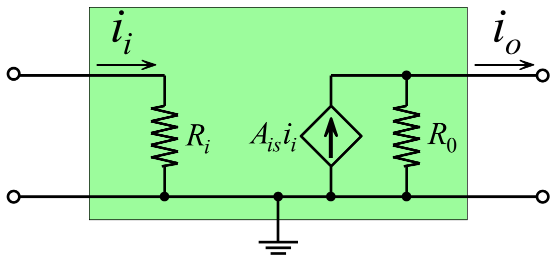
$$A_i \equiv \frac{i_o}{i_i} = \frac{\frac{\upsilon_L}{100\Omega}}{\frac{\upsilon_{i1}}{1M\Omega}} = 10^4 \cdot A_\upsilon = 8.18 \times 10^6 \quad ή \quad 138.3 \ \ dB$$

N. Ohm

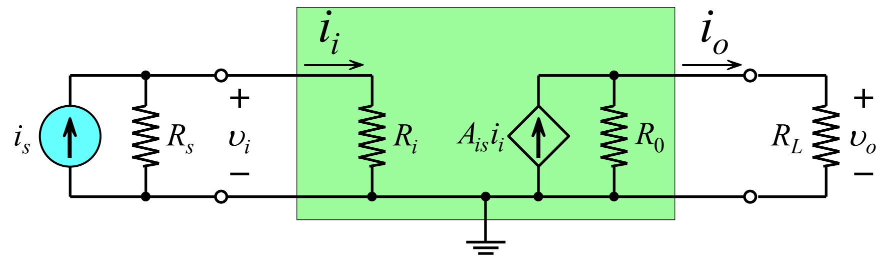
Το κέρδος ισχύος A_P θα είναι:

$$A_P \equiv \frac{P_L}{P_I} = \frac{\upsilon_L \cdot i_o}{\upsilon_{i1} \cdot i_i} = A_\upsilon \cdot A_i = 66.9 \times 10^8 \quad ή \quad 98.3 \ \ dB$$

Κυκλωματικό μοντέλο Ενισχυτή ρεύματος



Κυκλωματικό μοντέλο ενισχυτή ρεύματος



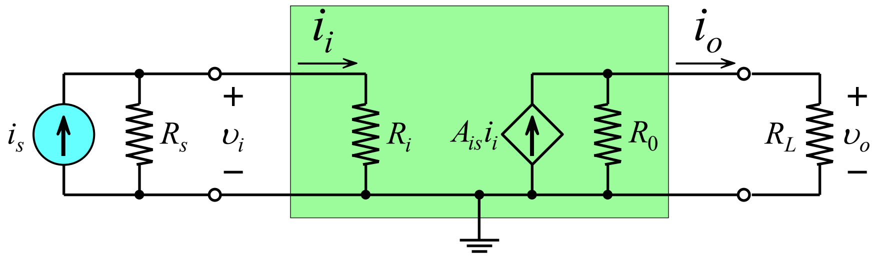
Ο ενισχυτή ρεύματος με πηγή σήματος στην είσοδο και φορτίο

Το μοντέλο αποτελείται από

μία πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από το ρεύμα με συντελεστή κέρδους ρεύματος $A_{is} \equiv \left.\frac{i_o}{i_i}\right|_{\upsilon_o=0}$ ο οποίος ονομάζεται ***κέρδος ρεύματος βραχυκυκλώματος*** (A/A)

μία αντίσταση εισόδου R_i και μία αντίσταση εξόδου R_o

Κυκλωματικό μοντέλο Ενισχυτή ρεύματος



Ο ενισχυτή ρεύματος με πηγή σήματος στην είσοδο και φορτίο

Η μη μηδενική αντίσταση εξόδου R_o έχει ως αποτέλεσμα η οποία έχει ως αποτέλεσμα μόνο ένα μέρος του i_s να φτάνει στην είσοδο του ενισχυτή

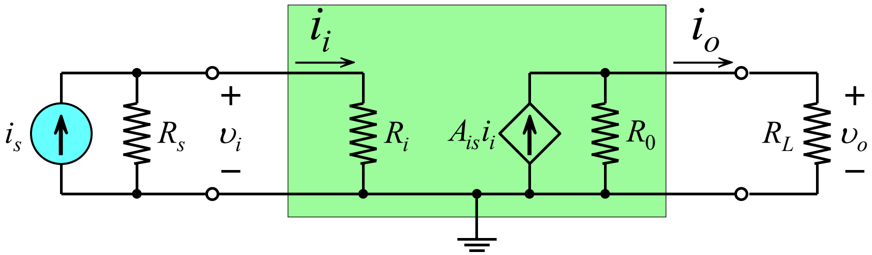
$$i_o = A_{is}\, i_i \frac{R_o}{R_o + R_L} \qquad A_i \equiv \frac{i_o}{i_i} = A_{is} \frac{R_o}{R_o + R_L} \qquad R_o >> R_L \Rightarrow A_i = A_{is}$$

για δεδομένη αντίσταση φόρτου R_L για να αποφευχθεί απώλεια κέρδους στη ζεύξη του ενισχυτή ρεύματος με το φόρτο, θα πρέπει ο ενισχυτής να σχεδιαστεί έτσι ώστε η R_o να είναι πολύ μεγαλύτερη από την R_L.

Ένας ιδανικός ενισχυτής ρεύματος παρουσιάζει άπειρη αντίσταση εξόδου.

Όταν $R_L = 0$, το κέρδος ρεύματος είναι ίσο με A_{is} για το λόγω αυτό το A_{is} ονομάζεται ***κέρδος ρεύματος βραχυκυκλώσεως***.

Κυκλωματικό μοντέλο Ενισχυτή ρεύματος



Ο ενισχυτή ρεύματος με πηγή σήματος στην είσοδο και φορτίο

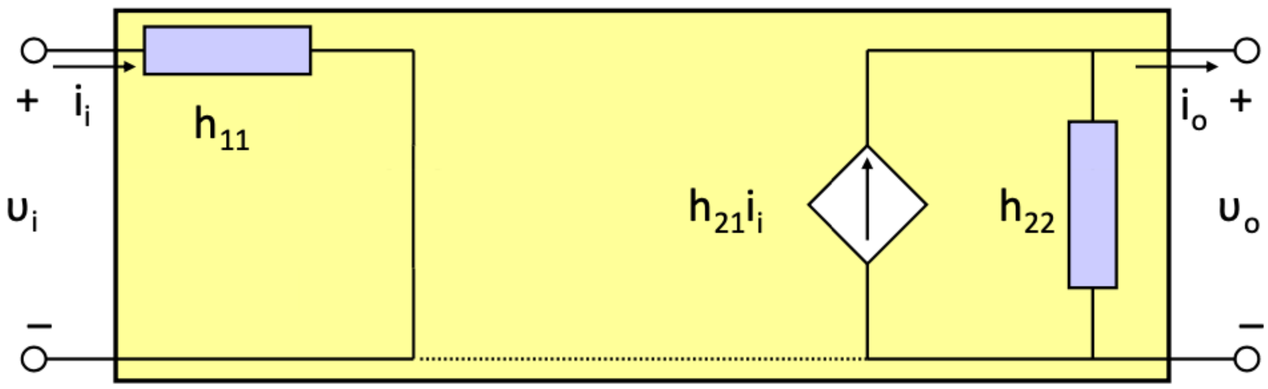
Η μη μηδενική αντίσταση εισόδου R_s έχει ως αποτέλεσμα μόνο ένα μέρος του i_s να φτάνει στην είσοδο του ενισχυτή

$$i_i = i_s \frac{R_s}{R_s + R_i}$$

για να μειωθεί η απώλεια σήματος στην πλευρά της εισόδου, ο ενισχυτής ρεύματος πρέπει να σχεδιαστεί ώστε $R_i << R_s$.

Ένας ιδανικός ενισχυτής ρεύματος παρουσιάζει μηδενική αντίσταση εισόδου.

Μοντέλο Ενισχυτή Ρεύματος και h-παράμετροι



$$h_{11} = \frac{\upsilon_i}{i_i} = R_i$$

Αντίσταση Εισόδου

$$h_{21} = \frac{i_o}{i_i} = A_{is}$$

Κέρδος (Απολαβή) Ρεύματος (Βραχυκυκλώματος)

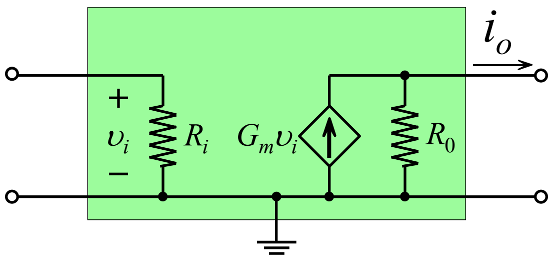
$$h_{12} = 0$$

Αντίστροφη Ενίσχυση Τάσης

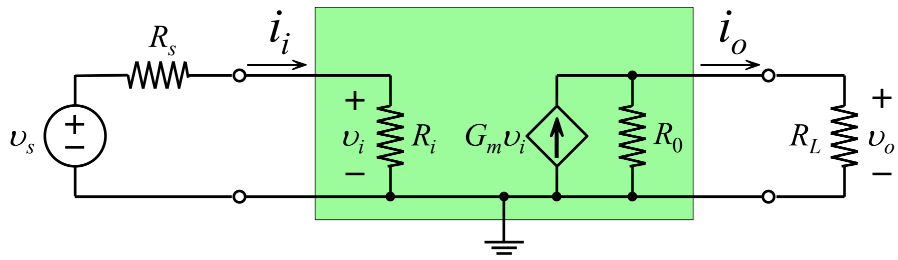
$$h_{22} = \frac{i_o}{\upsilon_o} = \frac{1}{R_o}$$

Αγωγιμότητα Εξόδου

Κυκλωματικό μοντέλο Ενισχυτή διαγωγιμότητας



Κυκλωματικό μοντέλο ενισχυτή διαγωγιμότητας



Ο ενισχυτή διαγωγιμότητας με πηγή σήματος στην είσοδο και φορτίο

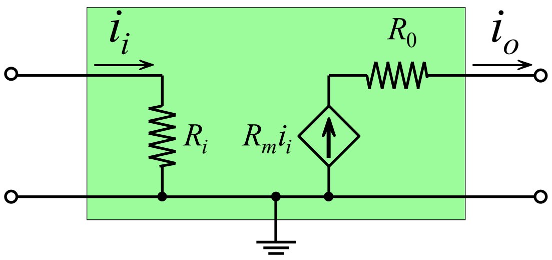
Το μοντέλο αποτελείται από

μία πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από τη τάση με παράμετρο κέρδους $G_m \equiv \dfrac{i_o}{\upsilon_i}$ η οποία ονομάζεται ***διαγωγιμότητα βραχυκυκλώματος*** (με μονάδα A/V, δηλαδή αγωγιμότητας)

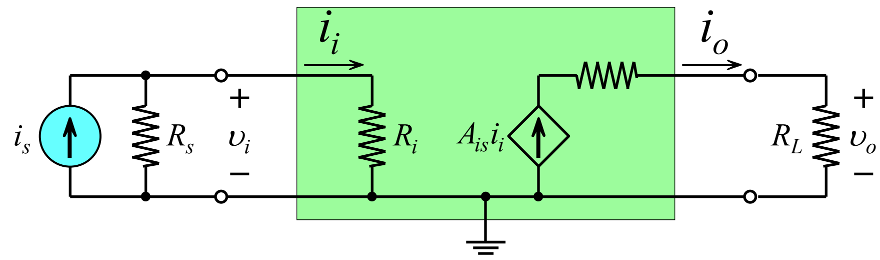
μία αντίσταση εξόδου R_o. Θα πρέπει $R_o >> R_L$. Η ιδανική περίπτωση είναι $R_o = \infty$.

και μία αντίσταση εισόδου R_i. Θα πρέπει $R_i >> R_s$. Η ιδανική περίπτωση είναι $R_i = \infty$.

Κυκλωματικό μοντέλο Ενισχυτή διαντίστασης



Κυκλωματικό μοντέλο ενισχυτή διαντίστασης



Ο ενισχυτή διαντίστασης με πηγή σήματος στην είσοδο και φορτίο

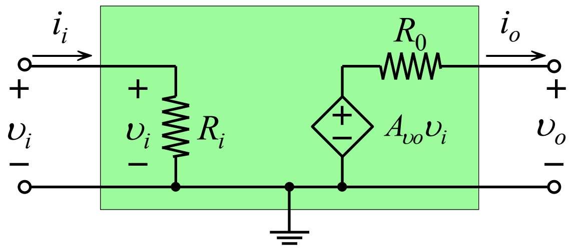
Το μοντέλο αποτελείται από

μία πηγή ρεύματος ελεγχόμενη από τη τάση με παράμετρο κέρδους $R_m \equiv \dfrac{\upsilon_o}{i_i}$ η οποία ονομάζεται ***διαντίσταση ανοικτού κυκλώματος*** (με μονάδα V/A, δηλαδή αντίστασης)

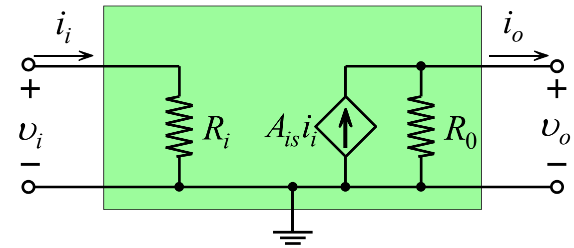
μία αντίσταση εξόδου R_o. Θα πρέπει $R_o << R_L$. Η ιδανική περίπτωση είναι $R_o = 0$.

και μία αντίσταση εισόδου R_i. Θα πρέπει $R_i << R_s$. Η ιδανική περίπτωση είναι $R_i = 0$.

Σχέσεις μεταξύ των μοντέλων ενισχυτών



Κυκλωματικό μοντέλο ενισχυτή τάσης



Κυκλωματικό μοντέλο ενισχυτή ρεύματος

Η τάση εξόδου ανοικτού κυκλώματος στο μοντέλο του ενισχυτή τάσης είναι

$$\upsilon_o = A_{\upsilon o} \cdot \upsilon_i$$

Η τάση εξόδου ανοικτού κυκλώματος στο μοντέλο του ενισχυτή ρεύματος είναι

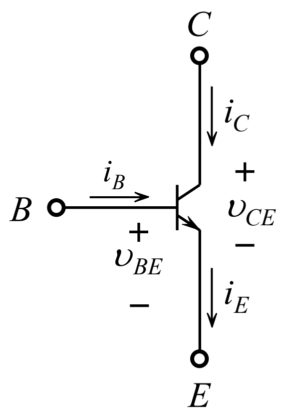
$$\upsilon_o = A_{is} \cdot s_i \cdot R_o$$

δεδομένου ότι $i_i = \dfrac{\upsilon_i}{R_i}$ έχουμε την $A_{\upsilon o} \cdot \upsilon_i = A_{is} \dfrac{\upsilon_i}{R_i} R_o$ Τελικά ισχύει $A_{\upsilon o} = A_{is} \dfrac{R_o}{R_i}$

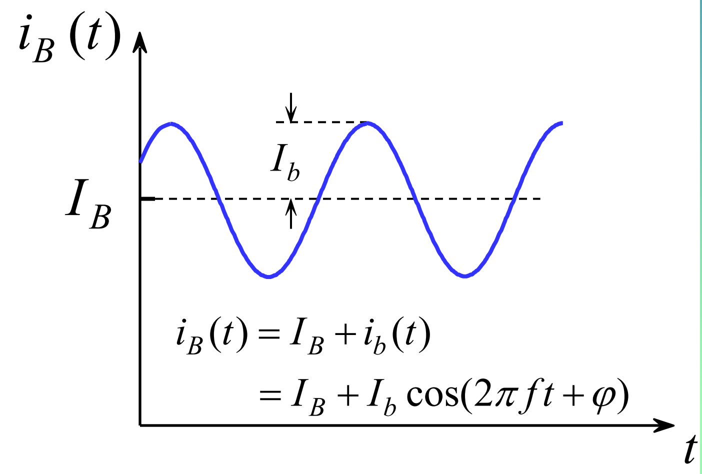
Παρόμοια αποδεικνύονται και οι σχέσεις

$$A_{\upsilon o} = G_m \cdot R_o \qquad\qquad A_{\upsilon o} = \frac{R_m}{R_i}$$

Το ***διπολικό τρανζίστορ ενώσεως*** (*bipolar junction transistor* – BJT)



Κυκλωματικό σύμβολο διπολικού Τρανζίστορ



Το στοιχείο είναι κατά κύριο λόγο μη γραμμικό.

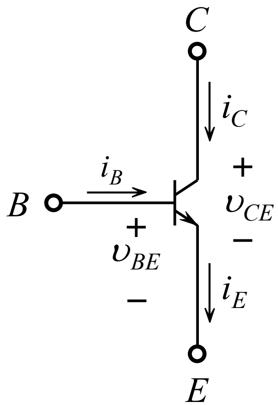
Οι ολικές στιγμιαίες ποσότητες μπορούν να εκφραστούν ως αθροίσματα ποσοτήτων dc ή πόλωσης και σημάτων, δηλαδή,

$$\upsilon_{BE} = V_{BE} + \upsilon_{be} \qquad i_B = I_B + i_b$$

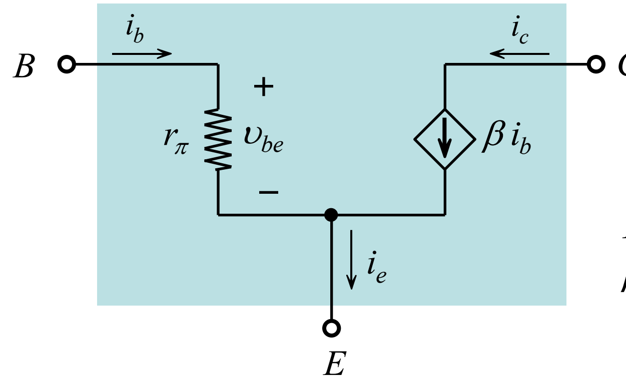
$$\upsilon_{CE} = V_{CE} + \upsilon_{ce} \qquad i_C = I_C + i_c$$

$$i_E = I_E + i_e$$

Στην περίπτωση προσέγγισης ασθενούς σήματος οι σχέσεις μεταξύ των σημάτων είναι γραμμικές και το τρανζίστορ μπορεί να παρασταθεί με ένα από τα ισοδύναμα κυκλωματικά μοντέλα

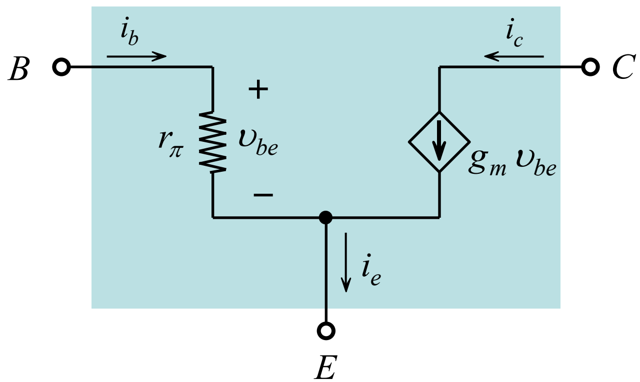


Κυκλωματικό σύμβολο διπολικού Τρανζίστορ



Μοντέλο ενισχυτή ρεύματος

$$i_b = \frac{\upsilon_{be}}{r_\pi} \qquad i_c = \beta \cdot i_b \qquad i_e = (\beta + 1) \cdot i_b$$



Μοντέλο ενισχυτή διαγωγιμότητας

$$i_c = g_m \cdot \upsilon_{be}$$

Συνδυάζοντας τις εξισώσεις έχουμε

$$g_m = \frac{\beta}{r_\pi} \qquad \frac{i_c}{i_e} = \frac{\beta}{\beta + 1} \quad \text{και} \quad i_e = \frac{\beta + 1}{r_\pi} \upsilon_{be}$$

Απόκριση συχνότητας συστήματος

Η συμπεριφορά των γραμμικών συστημάτων περιγράφεται από την ***κρουστική απόκριση***, τη ***συνάρτηση μεταφοράς*** *και την* ***απόκριση συχνότητας***.

Η απόκρισης συχνότητας είναι μιγαδική συνάρτηση της συχνότητας ω και γενικά έχει τη μορφή

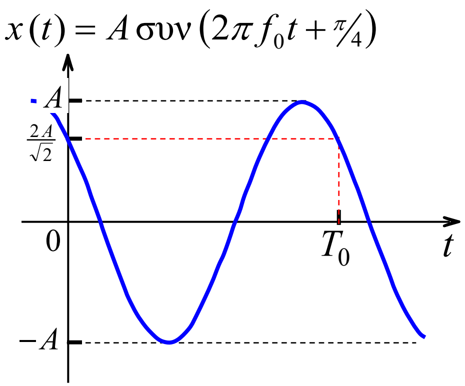
$$H(\omega) = \left| H(\omega) \right| e^{j \arg H(\omega)}$$

$$x(t) = A\cos(\omega_0 t + \phi) \longrightarrow \boxed{H(\omega)} \longrightarrow y(t) = \underbrace{\left| H(\omega_0) \right|}_{\text{Απόκριση πλάτους}} A\cos\Big(\omega_0 t + \phi + \underbrace{\arg H(\omega_0)}_{\text{Απόκριση φάσης}}\Big)$$

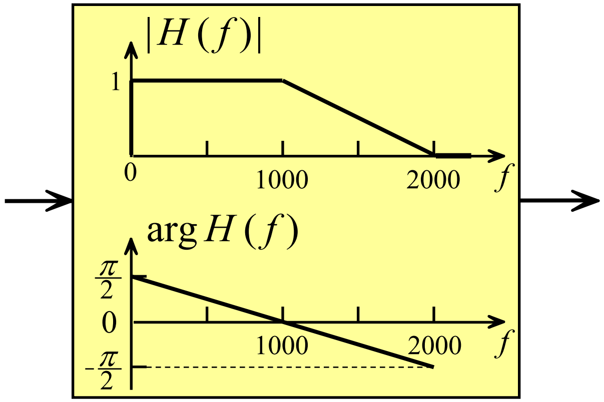
Η ***διατήρηση της συχνότητας*** αποτελεί βασική ιδιότητα των γραμμικών συστημάτων

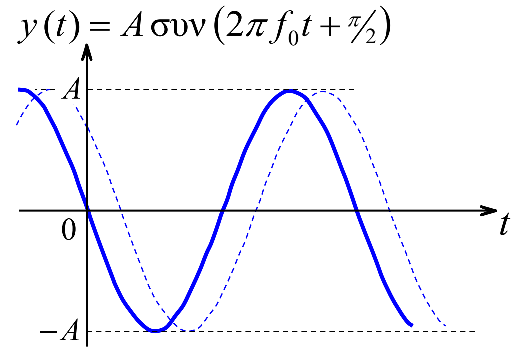
Το πλάτος της εξόδου είναι ίσο με το γινόμενο του πλάτους της εισόδου επί το μέτρο της απόκρισης συχνότητας του συστήματος υπολογισμένου στην κυκλική συχνότητα ω_0.

Η φάση της εξόδου του συστήματος είναι μετατοπισμένη ως προς τη φάση της εισόδου και προσδιορίζεται ως άθροισμα της φάσης του σήματος εισόδου και της φάσης της απόκρισης συχνότητας προσδιορισμένης στην κυκλική συχνότητα ω_0 του σήματος εισόδου.

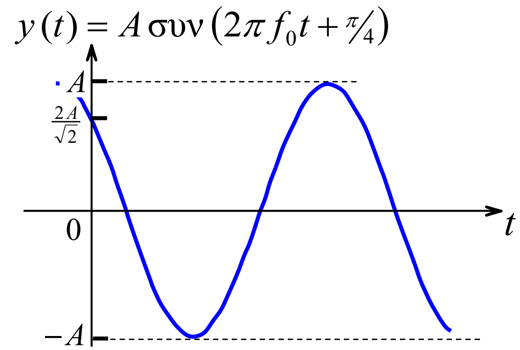


Το σήμα εισόδου $x(t)$.

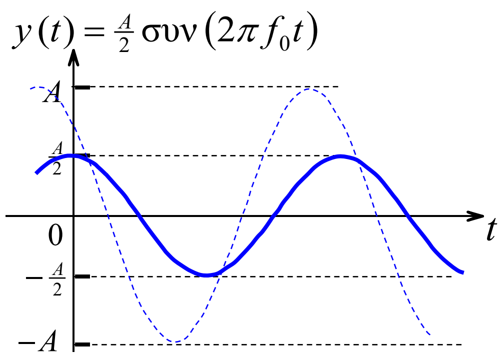




Η έξοδος του συστήματος όταν f_0 = 500 Hz.



Η έξοδος του συστήματος όταν f_0 = 1000 Hz.

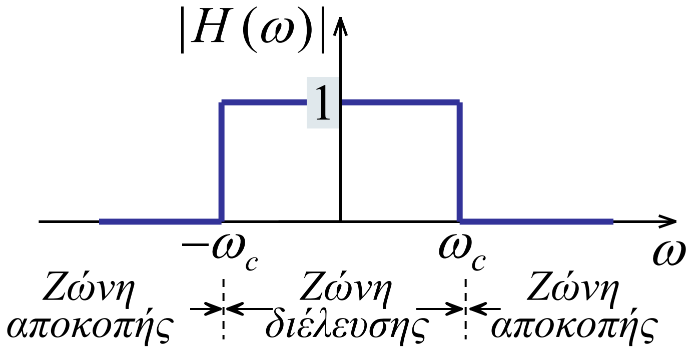


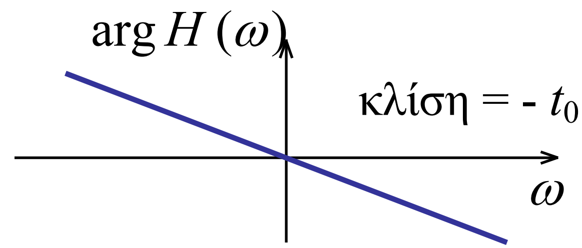
Η έξοδος του συστήματος όταν f_0 = 1500 Hz.

ΙΔΑΝΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ ΒΑΣΙΚΗΣ ΖΩΝΗΣ - ΚΑΤΩΠΕΡΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ

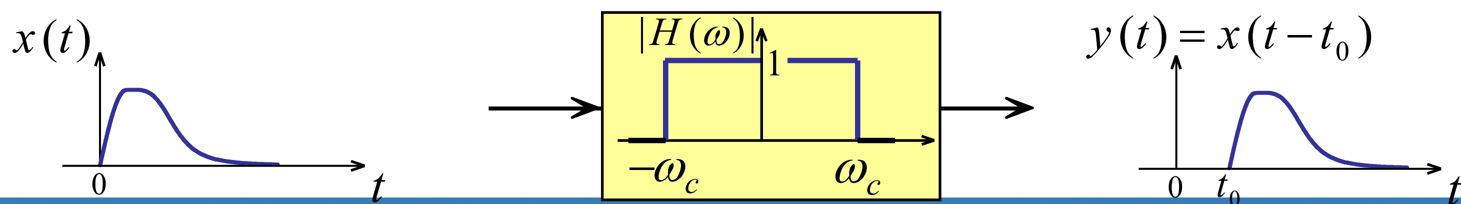
$$H(\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega t_0}, & |\omega| < \omega_c \\ 0, & |\omega| > \omega_c \end{cases}$$

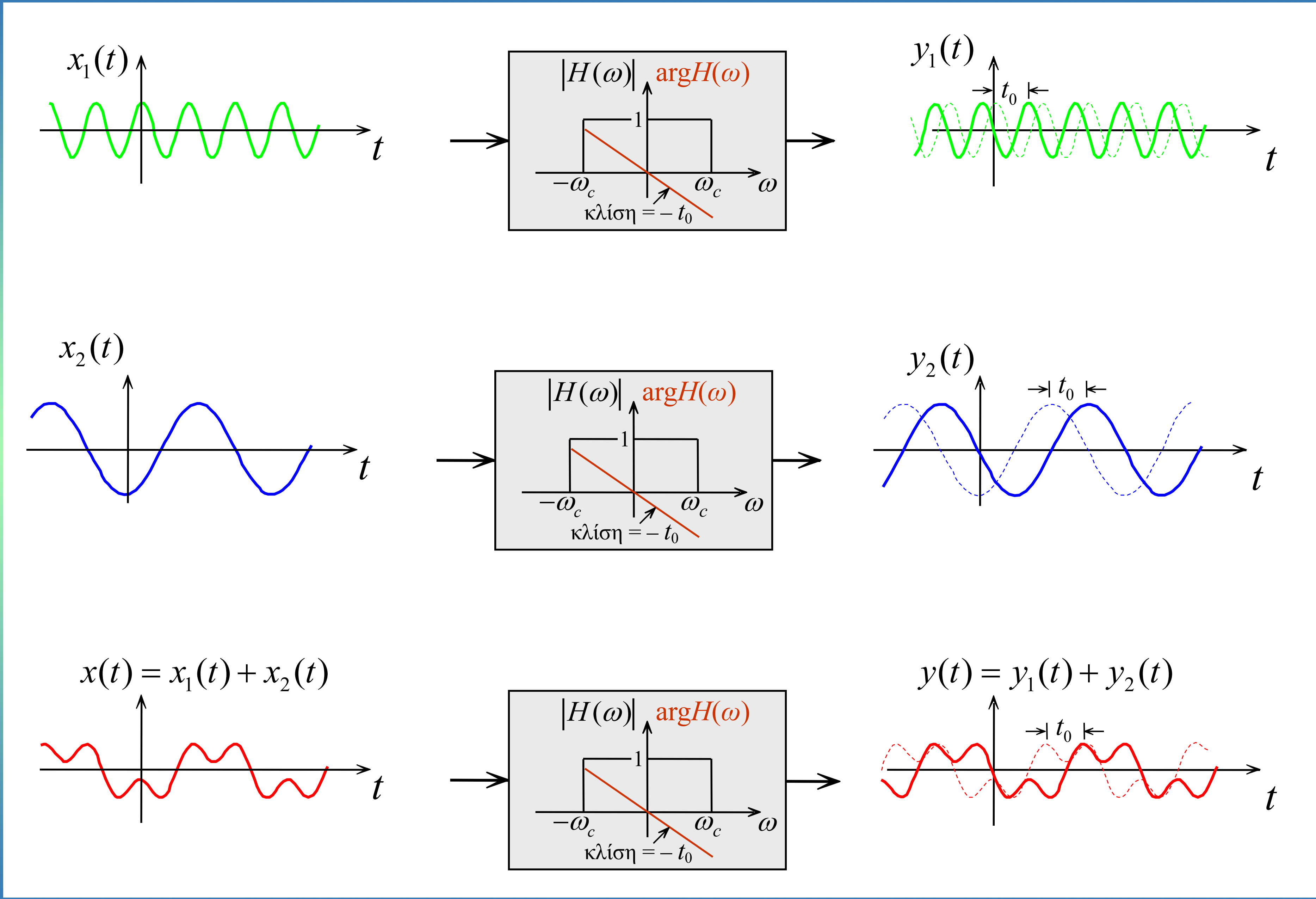
όπου ω_c είναι η ***συχνότητα αποκοπής***.

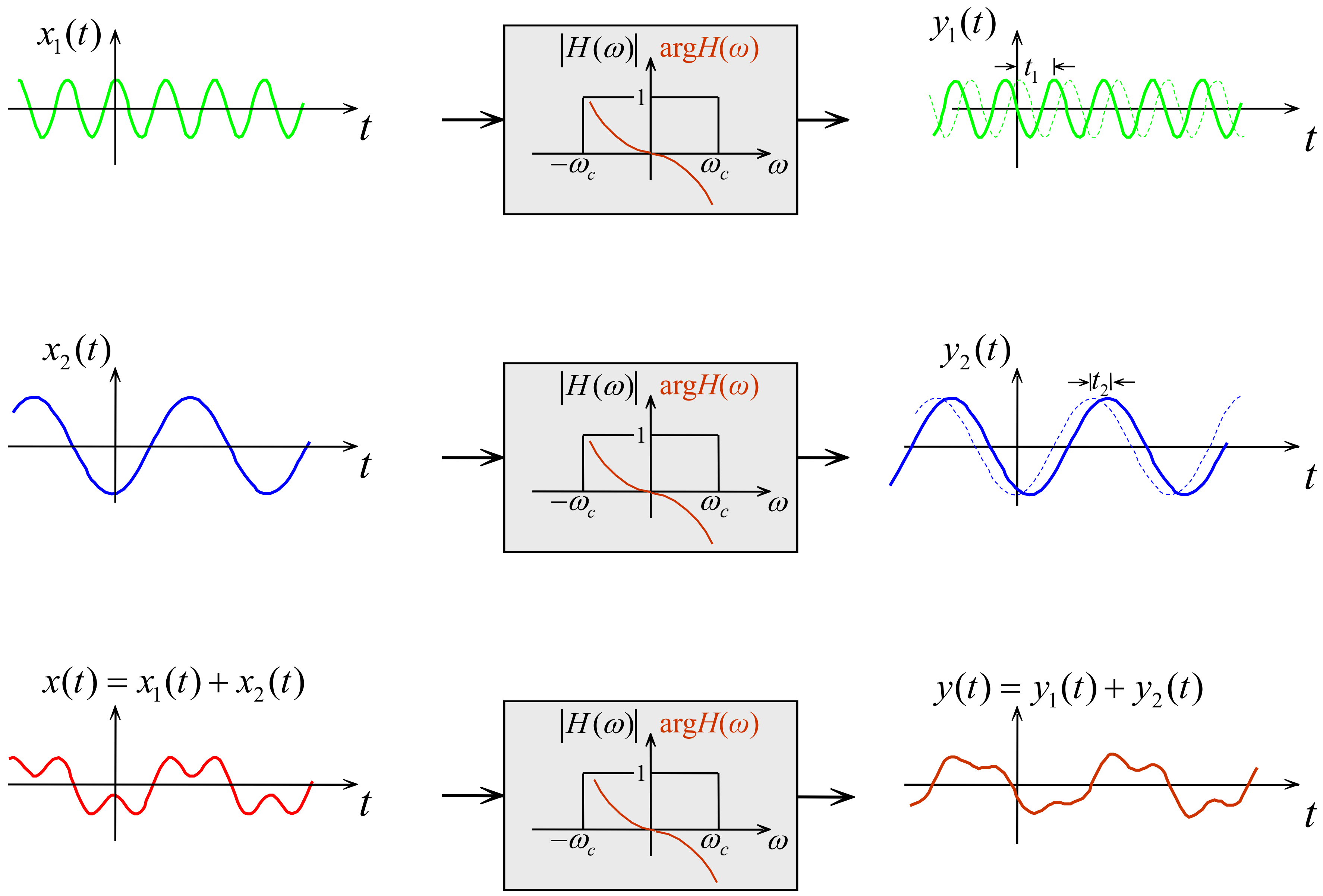




Η επίδραση του φίλτρου σε ένα σήμα εισόδου, με φασματικό περιεχόμενο εντοπισμένο στη ζώνη διέλευσης, είναι μια χρονική καθυστέρηση t_0.

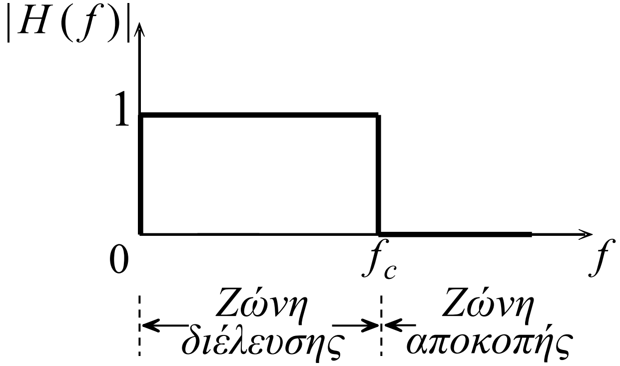



$x_1(t)$
t
$|H(\omega)|$ $\arg H(\omega)$
1
$-\omega_c$ ω_c ω
κλίση = – t_0
$y_1(t)$
t_0
$x_2(t)$
$y_2(t)$
$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$
$y(t) = y_1(t) + y_2(t)$

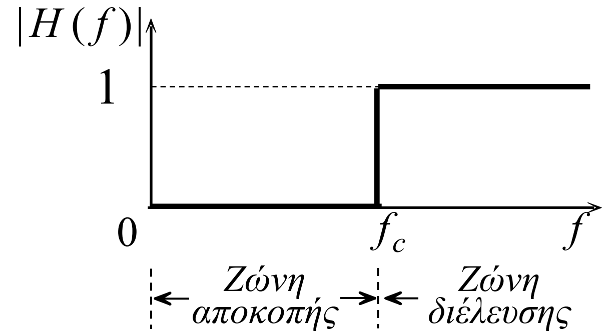


x1(t)
t
|H(ω)| argH(ω)
1
−ωc
ωc
ω
y1(t)
t1
t
x2(t)
t
|H(ω)| argH(ω)
1
−ωc
ωc
ω
y2(t)
t2
t
x(t) = x1(t) + x2(t)
t
|H(ω)| argH(ω)
1
−ωc
ωc
ω
y(t) = y1(t) + y2(t)
t

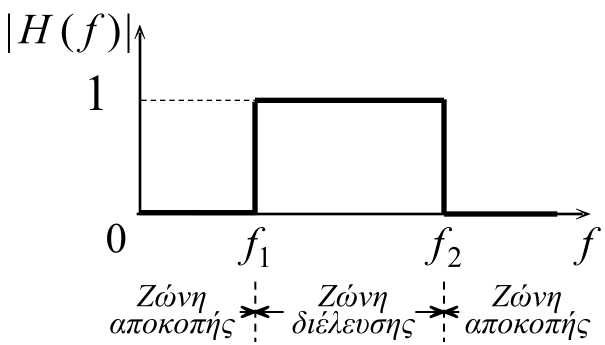
Ιδανικά φίλτρα



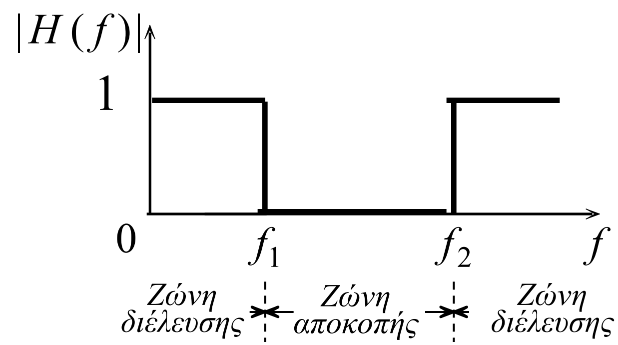
Ιδανικό βαθυπερατό φίλτρο



Ιδανικό υψιπερατό φίλτρο

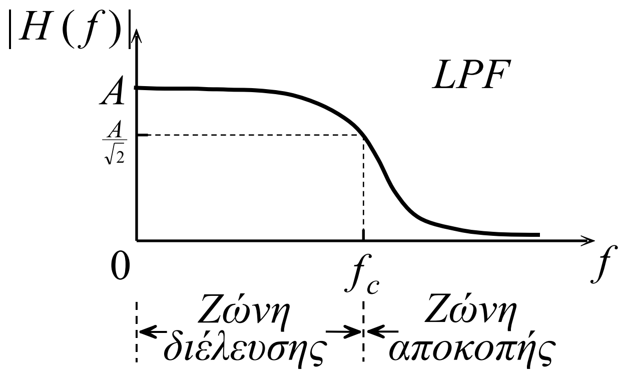


Ιδανικό ζωνοπερατό φίλτρο

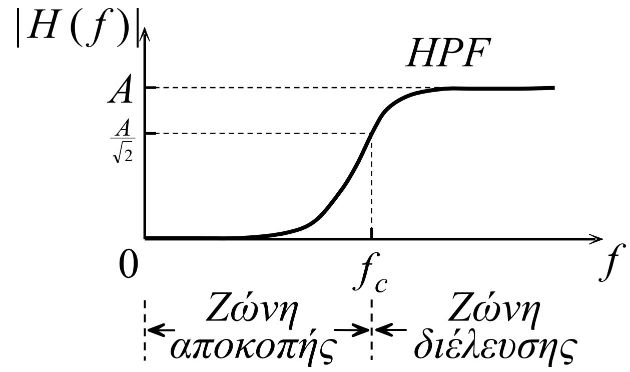


Ιδανικό ζωνοφρακτικό φίλτρο

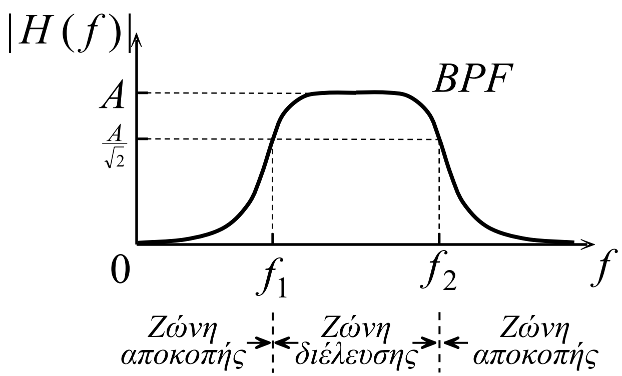
Πραγματικά φίλτρα



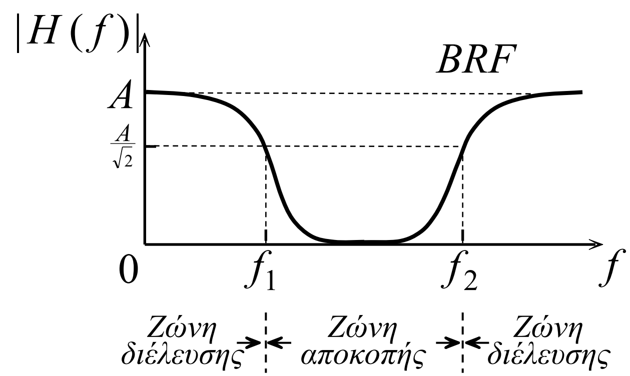
Πραγματικό βαθυπερατό φίλτρο



Πραγματικό υψιπερατό φίλτρο



Πραγματικό ζωνοπερατό φίλτρο



Πραγματικό ζωνοφρακτικό φίλτρο

Βαθυπερατά συστήματα πρώτης τάξης.

Τα βαθυπερατά ΓΧΑ σύστημα πρώτης τάξης περιγράφονται από τη διαφορική εξίσωση

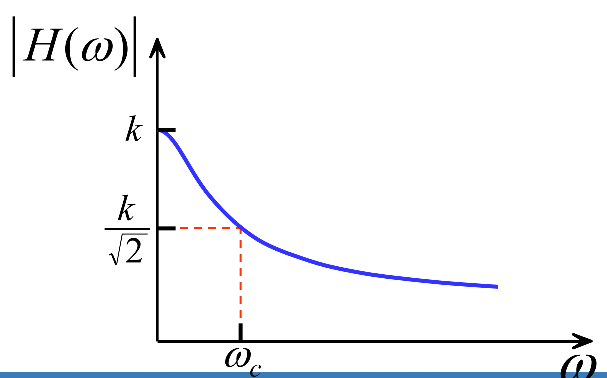
$$\frac{dy(t)}{dt} + a\,y(t) = b\,x(t)$$

Η συνάρτηση μεταφοράς των βαθυπερατών ΓΧΑ συστημάτων πρώτης τάξης έχει τη μορφή

$$H(s) = \frac{b}{s+a} = \frac{k}{1+\frac{s}{\omega_c}}$$

Η απόκριση συχνότητας των βαθυπερατών ΓΧΑ συστημάτων πρώτης τάξης έχει τη μορφή

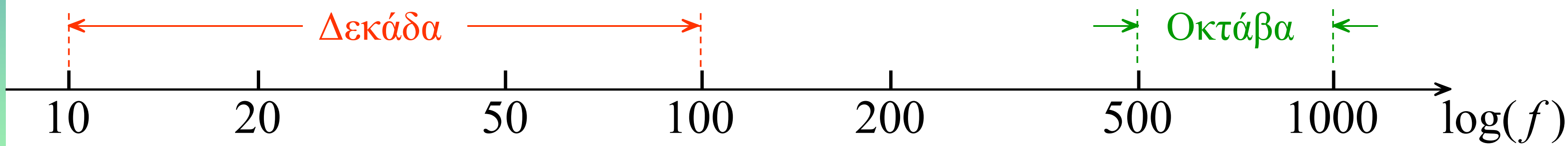
$$H(j\omega) = \frac{b}{j\omega+a} = \frac{k}{1+j\frac{\omega}{\omega_c}}$$



Απόκριση πλάτους βαθυπερατού συστήματος πρώτης τάξης

Διαγράμματα Bode

Επειδή ο λογάριθμος εκτείνει την κλίμακα, η χρησιμοποίηση λογαριθμικής κλίμακας εξασφαλίζει καλύτερη ευκρίνεια όταν το εύρος των συχνοτήτων που μας ενδιαφέρει είναι μεγάλο ή περιορίζεται σε μικρές τιμές κοντά στο μηδέν.



Η ***δεκάδα*** είναι το εύρος ζώνης συχνοτήτων για την οποία ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη συχνότητα είναι ίσο με 10

Η ***οκτάβα*** είναι το εύρος ζώνης συχνοτήτων για την οποία ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη συχνότητα είναι ίσο με 2

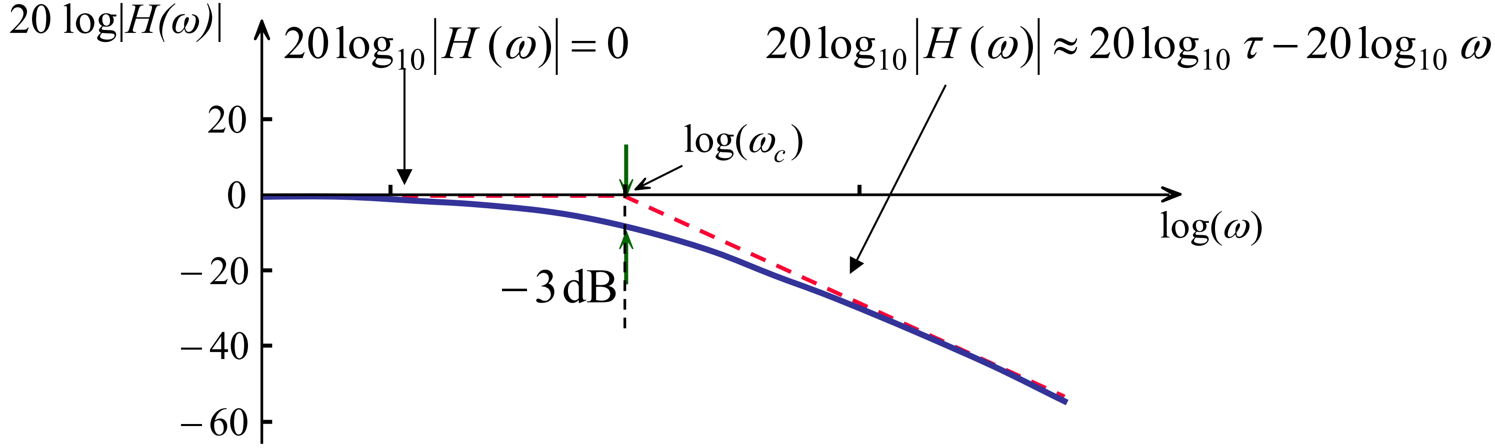
Στην γραφική παράσταση της απόκρισης πλάτους (απόκρισης κέρδους) και της απόκρισης φάσης συνήθως χρησιμοποιείται λογαριθμική κλίμακα για την συχνότητα.

Διαγράμματα που απεικονίζουν την απόκριση πλάτους ή την απόκριση φάσης ενός φίλτρου σε dB, σε συνάρτηση με τη συχνότητα, ονομάζονται ***διαγράμματα Bode***.

Διαγράμματα Bode βαθυπερατού συστήματος πρώτης τάξης.

Χρησιμοποιούμε λογαριθμική κλίμακα για τη συχνότητα, και ως μονάδα μέτρου το ***decibel*** (dB). Η κλίμακα των dB βασίζεται στην αντιστοιχία

$$\text{dB} = 20\log_{10}\left|H(\omega)\right|$$



Απόκριση πλάτους βαθυπερατού συστήματος πρώτης τάξης

Υψιπερατά συστήματα πρώτης τάξης.

Τα υψιπερατά ΓΧΑ σύστημα πρώτης τάξης περιγράφονται από τη διαφορική εξίσωση

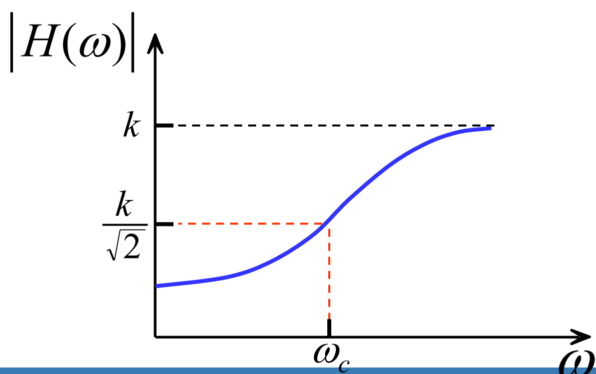
$$\frac{d\,y(t)}{dt} + a\,y(t) = b\,\frac{d\,x(t)}{dt}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς των υψιπερατών ΓΧΑ συστημάτων πρώτης τάξης έχει τη μορφή

$$H(s) = \frac{bs}{s+a} = \frac{ks}{s+\omega_c}$$

Η απόκριση συχνότητας των υψιπερατών ΓΧΑ συστημάτων πρώτης τάξης έχει τη μορφή

$$H(j\omega) = \frac{b\,s}{j\omega + a} = \frac{k}{1 - j\,\dfrac{\omega_c}{\omega}}$$

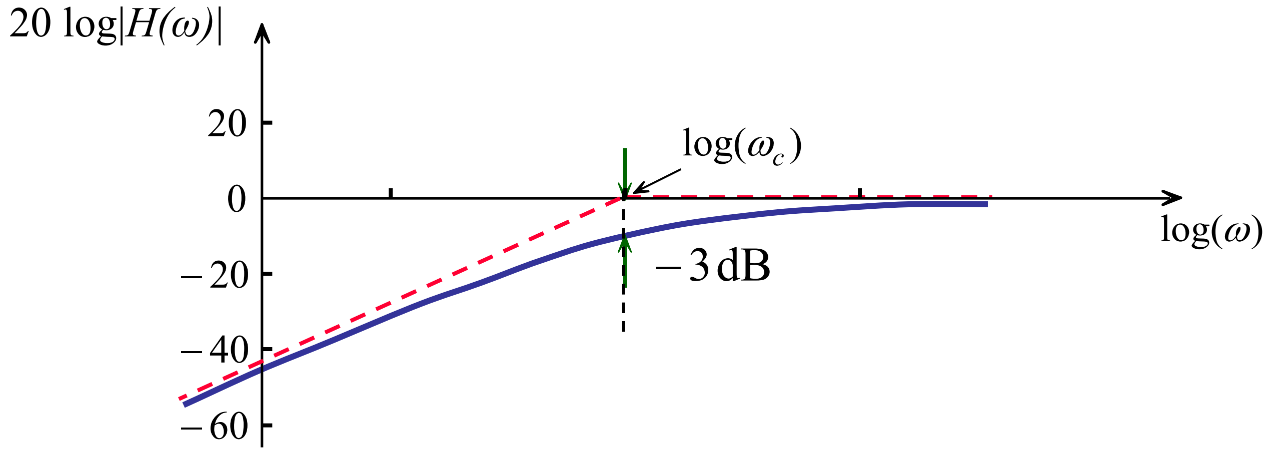


Απόκριση πλάτους υψιπερατού συστήματος πρώτης τάξης

Διαγράμματα Bode υψιπερατού συστήματος πρώτης τάξης.

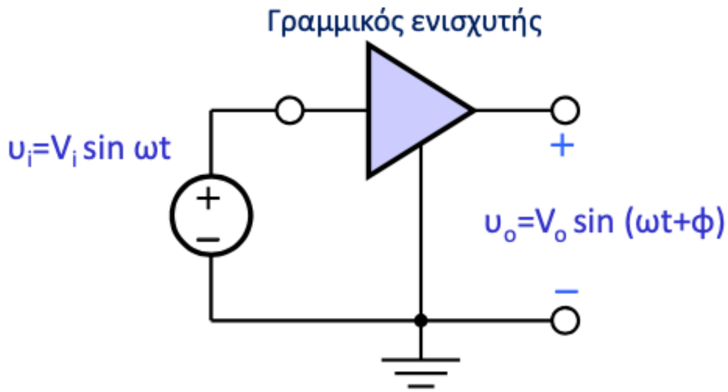
Χρησιμοποιούμε λογαριθμική κλίμακα για τη συχνότητα, και ως μονάδα μέτρου το ***decibel*** (dB). Η κλίμακα των dB βασίζεται στην αντιστοιχία

$$\mathrm{dB} = 20\log_{10}\left|H(\omega)\right|$$



Απόκριση πλάτους υψιπερατού συστήματος πρώτης τάξης

Πρακτική προσέγγιση – Απόκριση Συχνότητας Ενισχυτή

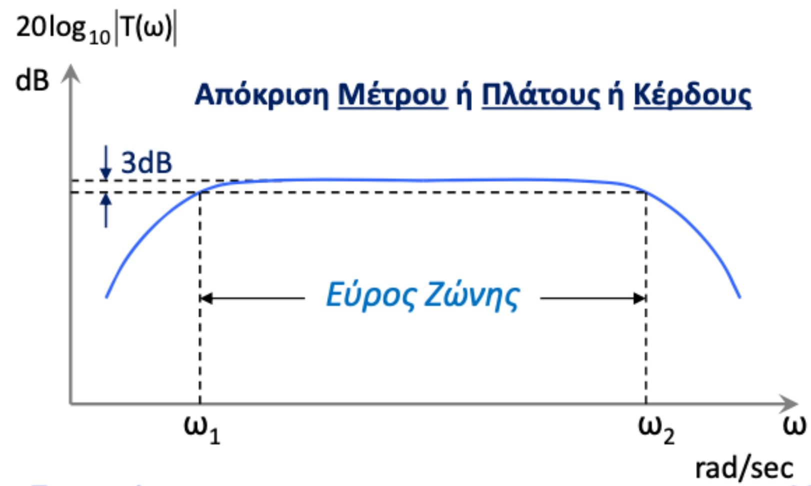


Συνάρτηση Μεταφοράς T(ω)

$$|T(\omega)| = \left|\frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)}\right|$$ κέρδος

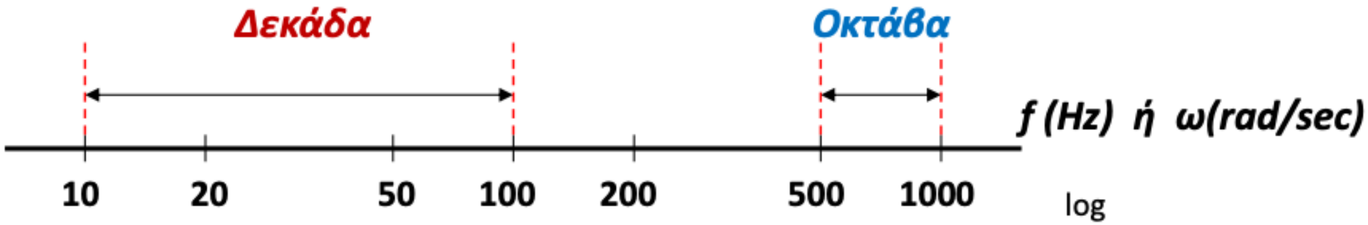
$$\angle T(\omega) = \phi$$ φάση

Το εύρος των συχνοτήτων, για το οποίο το κέρδος του ενισχυτή είναι περίπου σταθερό (με διακύμανση μέχρι 3dB), ονομάζεται: **Εύρος Ζώνης**



Λογαριθμικές Κλίμακες Συχνότητας

Στην αναπαράσταση της απόκρισης του κέρδους και της φάσης χρησιμοποιούμε λογαριθμική κλίμακα για τη συχνότητα. Μια τέτοια λογαριθμική κλίμακα δίδεται στο σχήμα που ακολουθεί.



- Μία *δεκάδα* είναι ένα εύρος συχνοτήτων για τις οποίες ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη είναι 10. Π.χ. το εύρος συχνοτήτων από 2Hz σε 20Hz είναι μία δεκάδα ενώ το εύρος συχνοτήτων από 50Hz σε 5000Hz είναι δύο δεκάδες.
- Μία *οκτάβα* είναι ένα εύρος συχνοτήτων για τις οποίες ο λόγος της μέγιστης προς την ελάχιστη είναι 2. Π.χ. το εύρος συχνοτήτων από 10Hz σε 20Hz είναι μία οκτάβα ενώ το εύρος συχνοτήτων από 2KHz σε 16KHz είναι τρεις οκτάβες.

Δίκτυα Μονής Σταθεράς Χρόνου

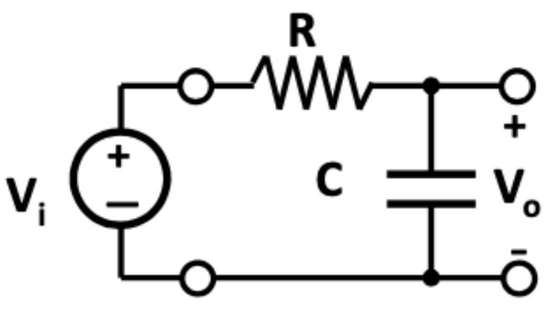
Ένα δίκτυο μονής σταθεράς χρόνου – ΜΣΧ συνίσταται (ή μπορεί να εκφυλιστεί σε ένα δικτύωμα που απαρτίζεται) από ένα παθητικό στοιχείο, *πηνίο* ή *πυκνωτή*, και μία *ωμική αντίσταση*.

Δίκτυο Πυκνωτή C – Αντίστασης R

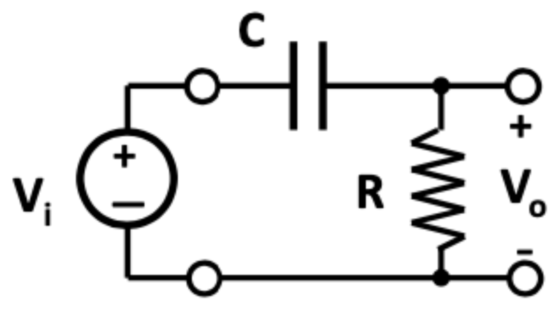
Δίκτυο Πηνίου L – Αντίστασης R

$\tau = CR$ ⟵ **Σταθερά Χρόνου** ⟶ $\tau = \dfrac{L}{R}$

Δίκτυα Μονής Σταθεράς Χρόνου Πυκνωτή – Αντίστασης



Βαθυπερατό

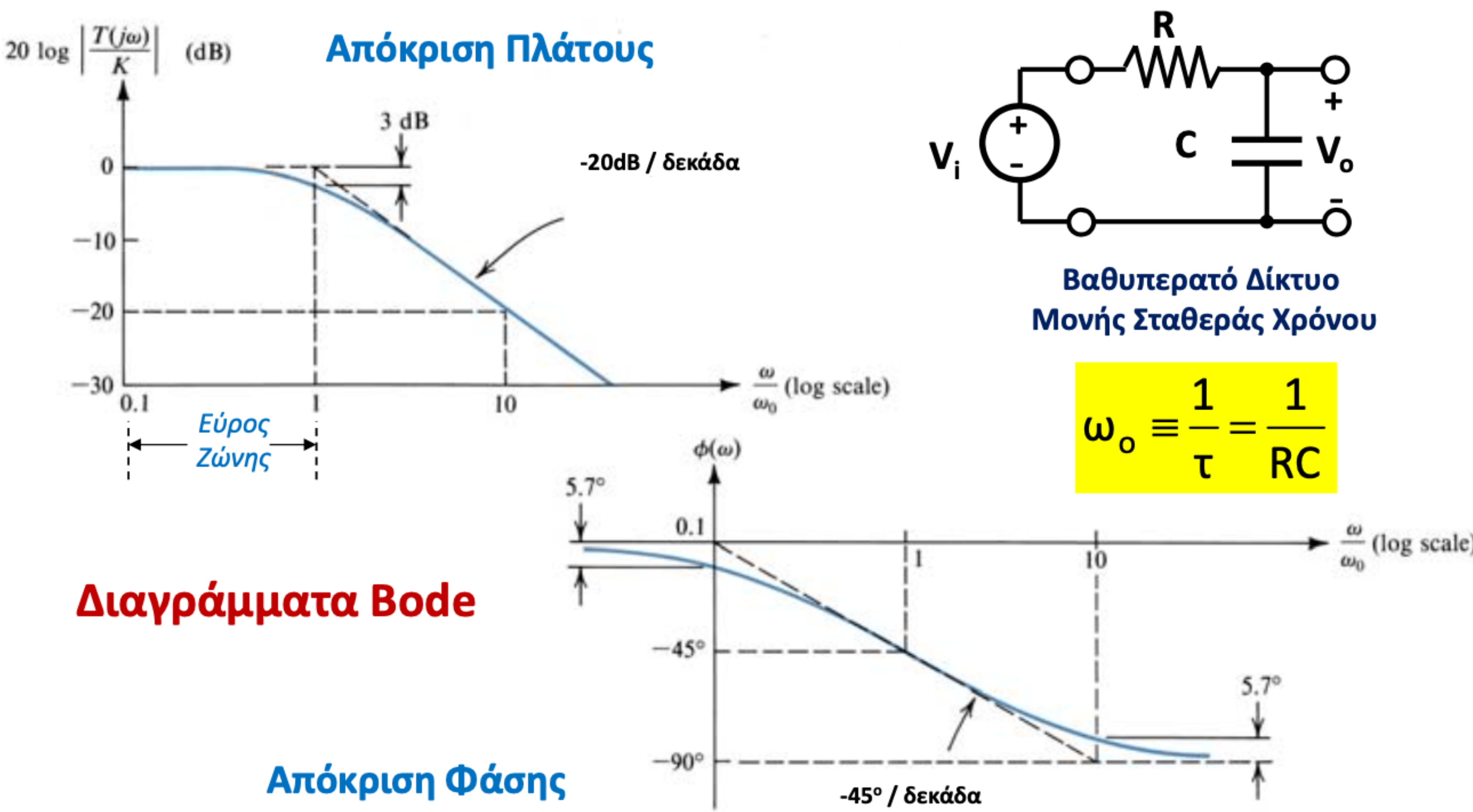


Υψιπερατό

Απόκριση Συχνότητας Δικτύων Μονής Σταθεράς Χρόνου

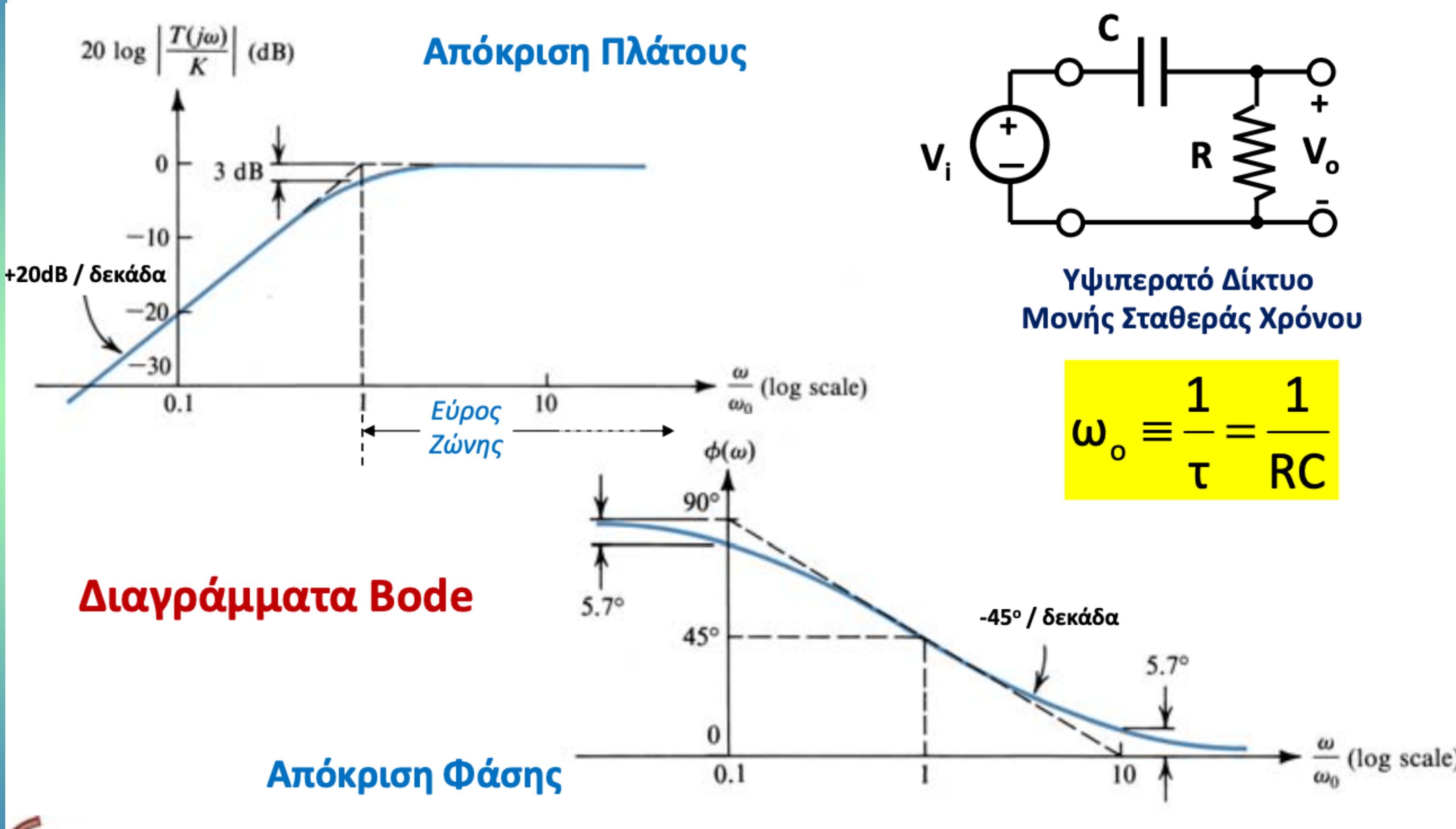
	Βαθυπερατό (LP)	Υψιπερατό (HP)
Συνάρτηση Μεταφοράς $T(s)$	$\frac{K}{1+(s/\omega_0)}$	$\frac{K\,s}{s+\omega_0}$
Συνάρτηση Μεταφοράς (για φυσικές συχνότητες) $T(j\omega)$	$\frac{K}{1+j\,(\omega/\omega_0)}$	$\frac{K}{1-j\,(\omega_0/\omega)}$
Απόκριση Πλάτους $\lvert T(j\omega)\rvert$	$\frac{\lvert K\rvert}{\sqrt{1+(\omega/\omega_0)^2}}$	$\frac{\lvert K\rvert}{\sqrt{1+(\omega_0/\omega)^2}}$
Απόκριση Φάσης $\angle T(j\omega)$	$-\tan^{-1}(\omega/\omega_0)$	$\tan^{-1}(\omega_0/\omega)$
Διέλευση για $\omega=0$ (dc)	K	0
Διέλευση για $\omega=\infty$	0	K
Συχνότητα 3-db	$\omega_0 = 1/\tau$ (τ σταθερά χρόνου) $\tau = CR$ ή L/R	

Απόκριση Βαθυπερατών Δικτύων Μονής Συχνότητας

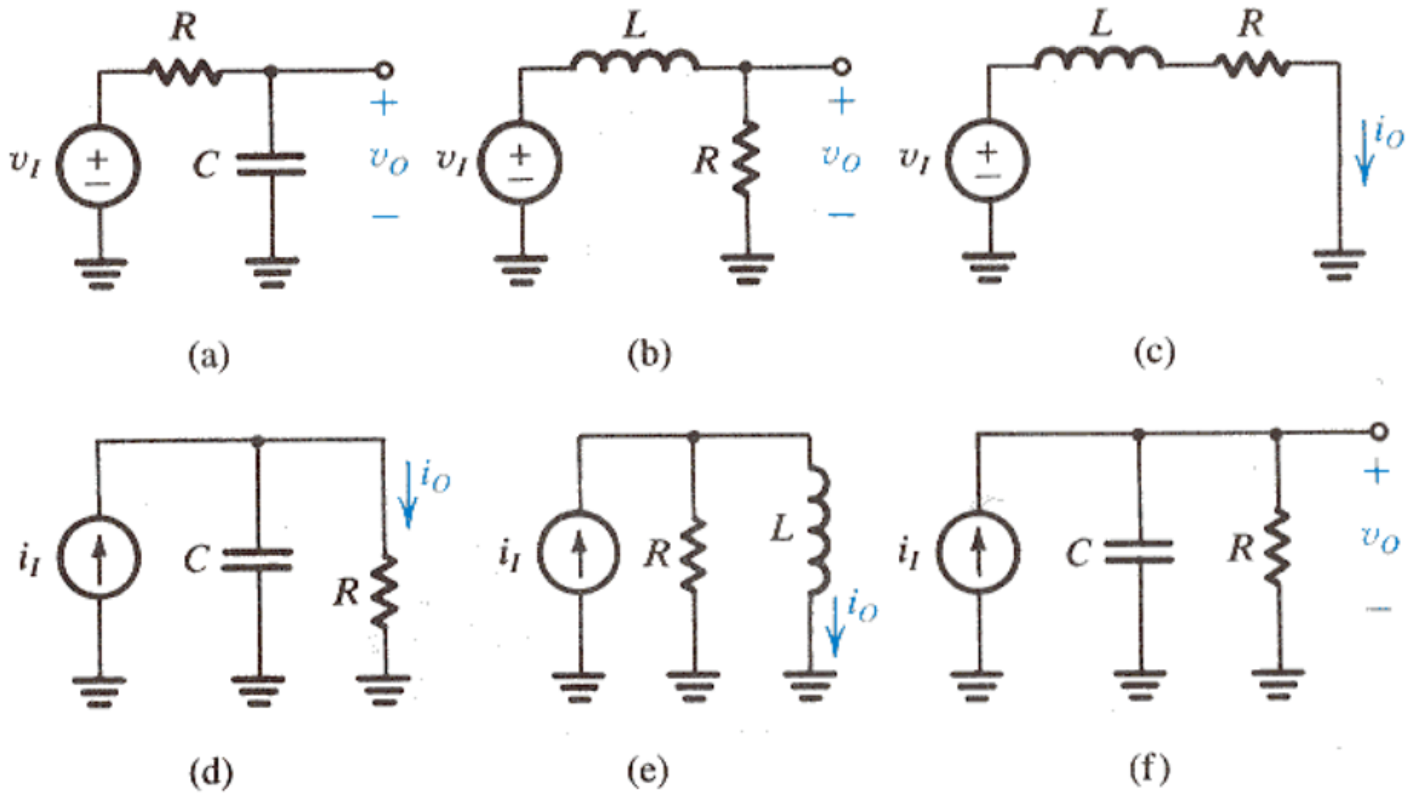


$$\omega_o \equiv \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$

Απόκριση Υψιπερατών Δικτύων Μονής Συχνότητας

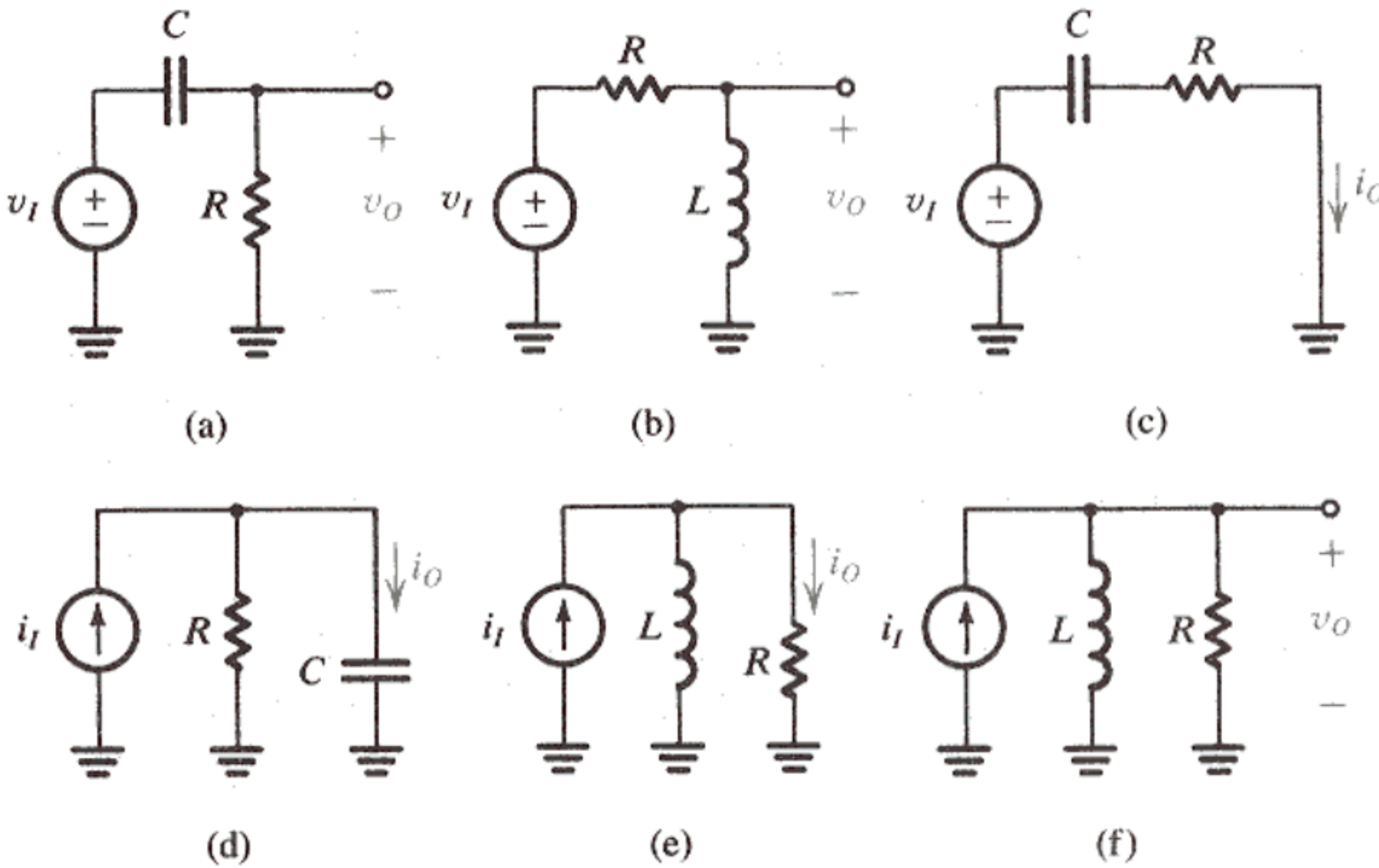


Βαθυπερατά Δίκτυα Μονής Συχνότητας



$\omega \to 0 \;\Rightarrow\; Z_C = 1/(j\omega C) \to \infty$ και $Z_L = j\omega L \to 0$

Υψιπερατά Δίκτυα Μονής Συχνότητας



$\omega \to \infty \Rightarrow Z_C = 1/(j\omega C) \to 0$ και $Z_L = j\omega L \to \infty$

Χρονικά Εξαρτώμενες πηγές

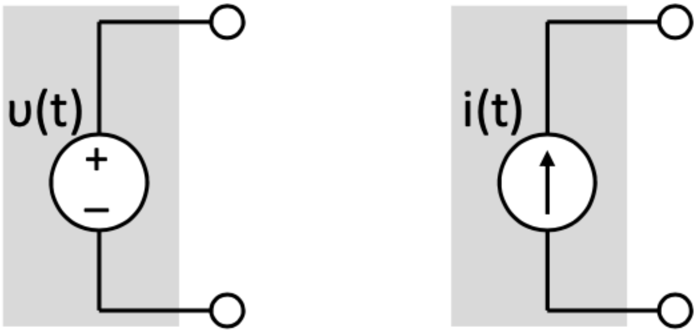
$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

f = φυσική συχνότητα = 1/T σε Hertz (Hz)

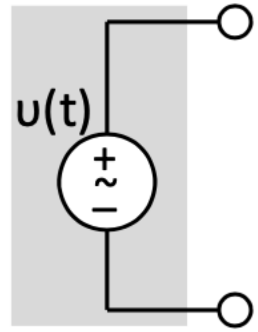
ω = κυκλική συχνότητα = 2πf σε rad/sec

ϕ = φάση =2π Δt/T σε rad

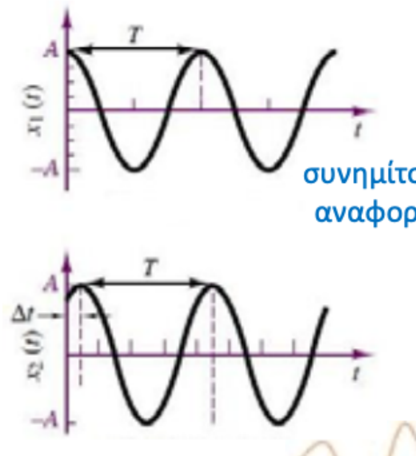
ϕ = 360 Δt/T σε deg



Σύμβολα Χρονικά Εξαρτημένων Πηγών



Ημιτονοειδής Πηγή



- Μέση ή DC τιμή (average value)

$$\langle x(t) \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$$

  - Η μέση τιμή ημιτονικού σήματος x(t)=Acos(ωt) είναι **μηδέν**.

- Τετραγωνική ρίζα της μέσης τιμής του τετραγώνου (root mean square – RMS value)

$$x_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}$$

  - Η RMS τιμή ημιτονικού σήματος x(t)=Acos(ωt) είναι **A/√2=0,707A**.

Η RMS ή ***ενεργός τιμή*** μιας χρονικά εξαρτώμενης (AC) πηγής είναι η σταθερή (DC) τιμή που προκαλεί την ίδια μέση κατανάλωση ισχύος σε μια αντίσταση με αυτή που προκαλεί η AC πηγή.

Χρησιμοποιούμε την *αναπαράσταση* των ημιτονοειδών σημάτων με *μιγαδικούς αριθμούς*, ώστε στην ανάλυση κυκλωμάτων με πυκνωτές και πηνία να μην απαιτείται η επίλυση διαφορικών εξισώσεων!

$$A\cos(\omega t+\theta)=\mathrm{Re}\left(Ae^{j(\omega t+\theta)}\right)=\mathrm{Re}\left(Ae^{j\omega t}e^{j\theta}\right)$$

καθώς ισχύει: $\mathrm{Re}\left(Ae^{j(\omega t+\theta)}\right)=\mathrm{Re}\left(A\cos(\omega t+\theta)+jA\sin(\omega t+\theta)\right)=A\cos(\omega t+\theta)$

Ο *μιγαδικός φάσορας* (*complex phasor*) που αντιστοιχεί στο ημιτονοειδές σήμα ορίζεται ως ο μιγαδικός αριθμός $e^{j\theta}$, δηλ.:

$$Ae^{j\theta}=A\cos(\omega t+\theta)=A\angle\theta$$

Συνεπώς, ένα ημιτονοειδές σήμα παριστάνεται με δύο τρόπους:

- στη μορφή της αναπαράστασης χρόνου (time domain form)

π.χ. $\upsilon(t)=A\cos(\omega t+\theta)=\mathrm{Re}\left(Ae^{j(\omega t+\theta)}\right)=\mathrm{Re}\left(Ae^{j\omega t}e^{j\theta}\right)$

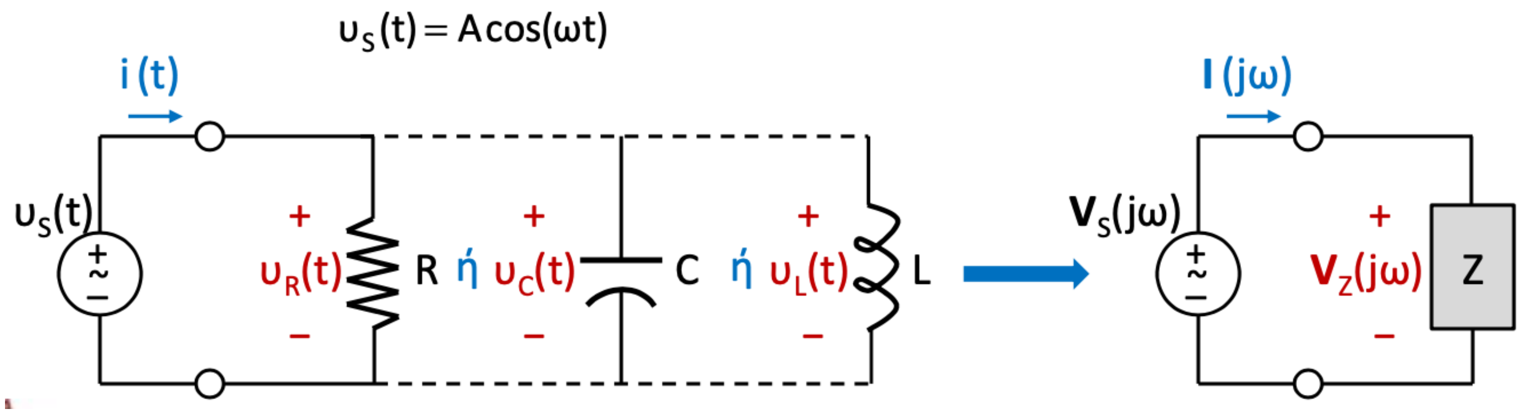
- στη μορφή της περιοχής συχνοτήτων (frequency domain)

π.χ. $V(j\omega)=Ae^{j\theta}=A\angle\theta$

Σύνθετη Αντίσταση

Οι αντιστάσεις, οι πυκνωτές και τα πηνία στα AC κυκλώματα μπορούν να περιγραφούν κάτω από το πρίσμα των φασόρων ως μια *μιγαδική αντίσταση* που ονομάζεται *σύνθετη αντίσταση* ή *εμπέδηση* (*impedance*) *Z*.

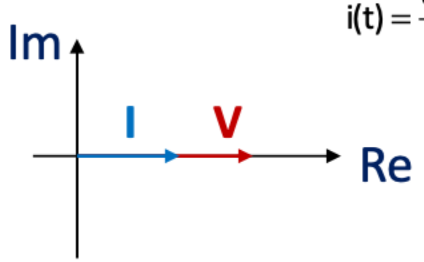
Η έννοια της σύνθετης αντίστασης δηλώνει τη συμπεριφορά των πυκνωτών και των πηνίων ως αντιστάσεις των οποίων η τιμή εξαρτάται από τη συχνότητα της ημιτονοειδούς διέγερσης. Η σύνθετη αντίσταση **δεν** είναι φάσορας είναι ένας απλός μιγαδικός αριθμός.



Σύνθετες Αντιστάσεις Βασικών Δομικών Στοιχείων

Αντίσταση

$$i(t) = \frac{\upsilon_S(t)}{R} = \frac{A}{R}\cos(\omega t)$$



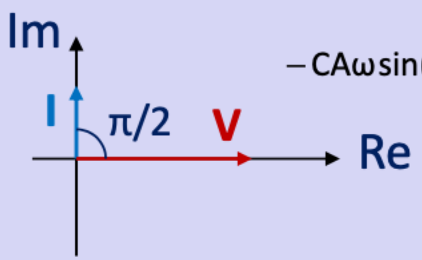
$$\left.\begin{aligned} V_Z(j\omega) &= A\angle 0 \\ I(j\omega) &= \frac{A}{R}\angle 0 \end{aligned}\right\} Z_R(j\omega) = \frac{V_Z(j\omega)}{I(j\omega)} = R$$

Σύνθετη Αντίσταση Ωμικής Αντίστασης

Πυκνωτής

$$i_C(t) = C\frac{d\upsilon_S(t)}{dt} = C\frac{d}{dt}A\cos(\omega t) =$$

$$-CA\omega\sin(\omega t) = CA\omega\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



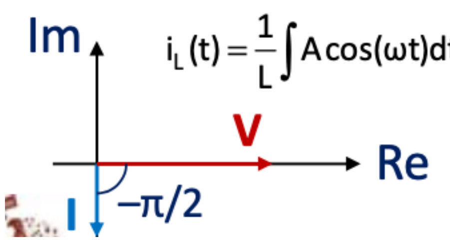
$$\left.\begin{aligned} V_Z(j\omega) &= A\angle 0 \\ I(j\omega) &= \omega CA\angle\frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} Z_C(j\omega) = \frac{V_Z(j\omega)}{I(j\omega)} = \frac{1}{j\omega C}$$

Σύνθετη Αντίσταση Πυκνωτή

Πηνίο

$$\upsilon_L(t) = L\frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L}\int \upsilon_L(t)dt =$$

$$i_L(t) = \frac{1}{L}\int A\cos(\omega t)dt = \frac{A}{\omega L}\sin(\omega t) = \frac{A}{\omega L}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

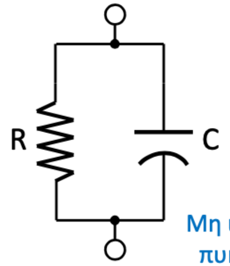


$$\left.\begin{aligned} V_Z(j\omega) &= A\angle 0 \\ I(j\omega) &= \frac{A}{\omega L}\angle -\frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} Z_L(j\omega) = \frac{V_Z(j\omega)}{I(j\omega)} = j\omega L$$

Σύνθετη Αντίσταση Πηνίου

Παραδείγματα

Σύνθετες Αντιστάσεις Πραγματικού Πυκνωτή και Πηνίου



Μη ιδανικός πυκνωτής

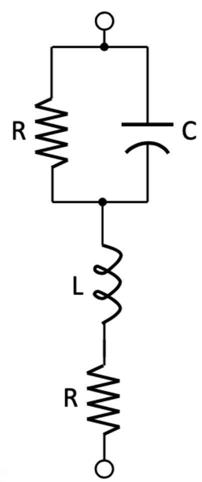
$$Z_{CR}(j\omega) = R // \frac{1}{j\omega C} = \frac{R\left(1/j\omega C\right)}{R + 1/j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega CR}$$

Μη ιδανικό πηνίο

$$Z_{LR}(j\omega) = R + j\omega L$$

Σύνθετη αντίσταση κυκλώματος

$\omega = 10^4$ rad/s, $R = 100\Omega$, $C = 10\mu F$ και $L = 10mH$



$j^2 = -1$

$$Z_{CR}(j\omega) = R // \frac{1}{j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega CR} = \frac{R(1 - j\omega CR)}{(1 + j\omega CR)\cdot(1 - j\omega CR)} = \frac{R(1 - j\omega CR)}{1 + (\omega CR)^2}$$

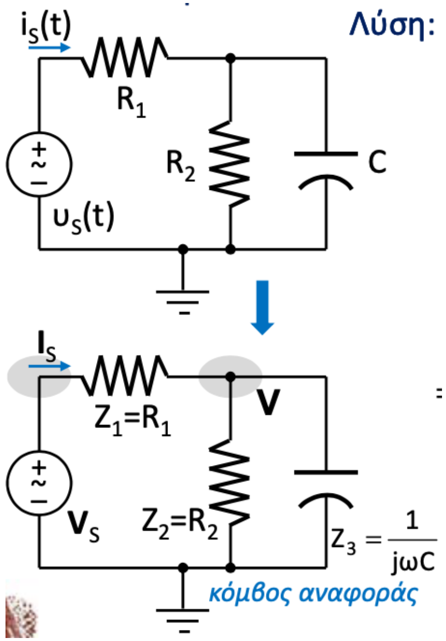
$$Z_{o\lambda}(j\omega) = R + j\omega L + Z_{CR}(j\omega) = R + j\omega L + \frac{R(1 - j\omega CR)}{1 + (\omega CR)^2} \Rightarrow$$

$$Z_{o\lambda}(j\omega) = 101.92 + j\cdot 90.38$$

Επαγωγική σύνθετη αντίσταση

Ανάλυση κυκλωμάτων AC

Υπολογισμός του ρεύματος συναρτήσει της συχνότητας αν γνωρίζουμε την τάση και τις τιμές των στοιχείων του κυκλώματος



Λύση:

$$\frac{V_S-V}{Z_1}=\frac{V}{Z_2//Z_3}\Leftrightarrow\frac{V_S}{Z_1}=\left(\frac{1}{Z_2//Z_3}+\frac{1}{Z_1}\right)V=$$

$$=\left(\frac{1}{\dfrac{R_2\cdot(1/j\omega C)}{R_2+(1/j\omega C)}}+\frac{1}{R_1}\right)V=\left(\frac{R_2+(1/j\omega C)}{R_2\cdot(1/j\omega C)}+\frac{1}{R_1}\right)V\Rightarrow$$

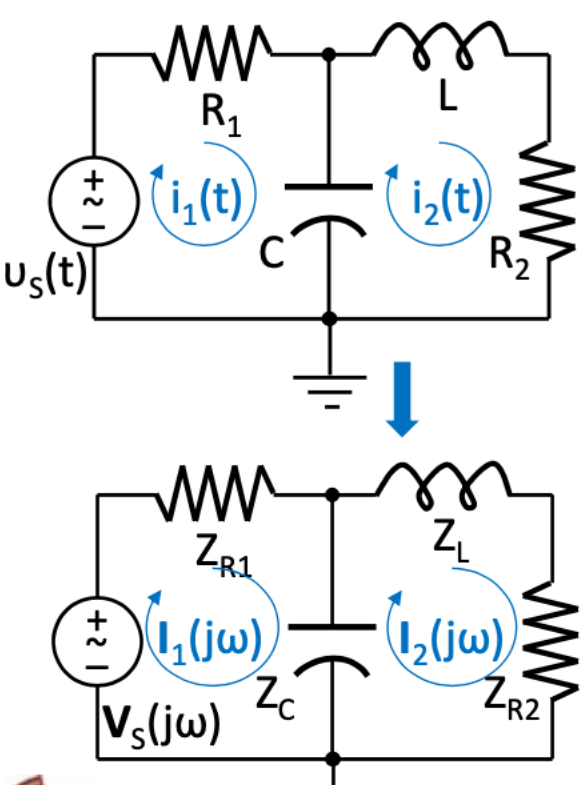
$$\Rightarrow\frac{V_S}{R_1}=\left(\frac{j\omega CR_2+1}{R_2}+\frac{1}{R_1}\right)V=\left(\frac{(j\omega CR_1R_2+R_1)+R_2}{R_1R_2}\right)V\Rightarrow$$

$$\Rightarrow V=\left(\frac{R_1R_2}{j\omega CR_1R_2+R_1+R_2}\right)\frac{V_S}{R_1}=\left(\frac{R_2}{(R_1+R_2)+j\omega CR_1R_2}\right)V_S=$$

$$=\left(\frac{R_2((R_1+R_2)-j\omega CR_1R_2)}{(R_1+R_2)^2+(\omega CR_1R_2)^2}\right)V_S=\left(\frac{R_2(R_1+R_2)-j\omega CR_1R_2^2}{(R_1+R_2)^2+(\omega CR_1R_2)^2}\right)V_S$$

$$I_S(j\omega)=\frac{V_S-V}{R_1}=\left[1-\left(\frac{R_2(R_1+R_2)-j\omega CR_1R_2^2}{(R_1+R_2)^2+(\omega CR_1R_2)^2}\right)\right]\frac{V_S(j\omega)}{R_1}$$

Παράδειγμα ανάλυσης απλών βρόγχων : Εκφραση των ρευμάτων I1 και I2 στο παρακάτω κύκλωμα συναρτήσει της συχνότητας αν γνωρίζουμε την τάση της πηγής και τις τιμές των παθητικών στοιχείων



$$\left.\begin{aligned} &\text{βρόχος 1} \quad V_S(j\omega) - Z_{R1}I_1(j\omega) - Z_C\left[I_1(j\omega) - I_2(j\omega)\right] = 0 \\ &\text{βρόχος 2} \quad -Z_C\left[I_2(j\omega) - I_1(j\omega)\right] - Z_L I_2(j\omega) - Z_{R2}I_2(j\omega) = 0 \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} Z_{R1}+Z_C & -Z_C \\ -Z_C & Z_C+Z_L+Z_{R2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1(j\omega) \\ I_2(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_S(j\omega) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Μέθοδος Cramer

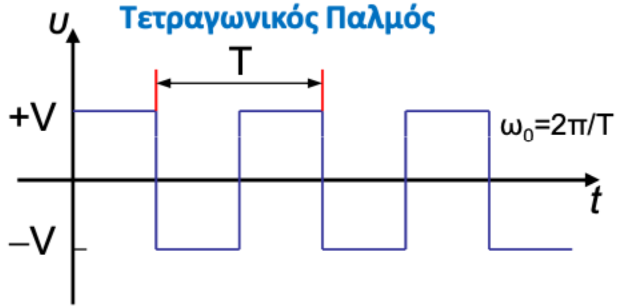
$$I_1(j\omega) = \frac{\begin{vmatrix} V_S(j\omega) & -Z_C \\ 0 & Z_C+Z_L+Z_{R2} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{R1}+Z_C & -Z_C \\ -Z_C & Z_C+Z_L+Z_{R2} \end{vmatrix}} = \frac{Z_C+Z_L+Z_{R2}}{(Z_{R1}+Z_C)(Z_C+Z_L+Z_{R2})-Z_C^2} V_S(j\omega)$$

$$I_2(j\omega) = \frac{\begin{vmatrix} Z_{R1}+Z_C & V_S(j\omega) \\ -Z_C & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} Z_{R1}+Z_C & -Z_C \\ -Z_C & Z_C+Z_L+Z_{R2} \end{vmatrix}} = \frac{Z_C}{(Z_{R1}+Z_C)(Z_C+Z_L+Z_{R2})-Z_C^2} V_S(j\omega)$$

$$I_1(j\omega) = \frac{1/j\omega C + j\omega L + R_2}{(R_1 + 1/j\omega C)(1/j\omega C + j\omega L + R_2) - (1/j\omega C)^2} V_S(j\omega)$$

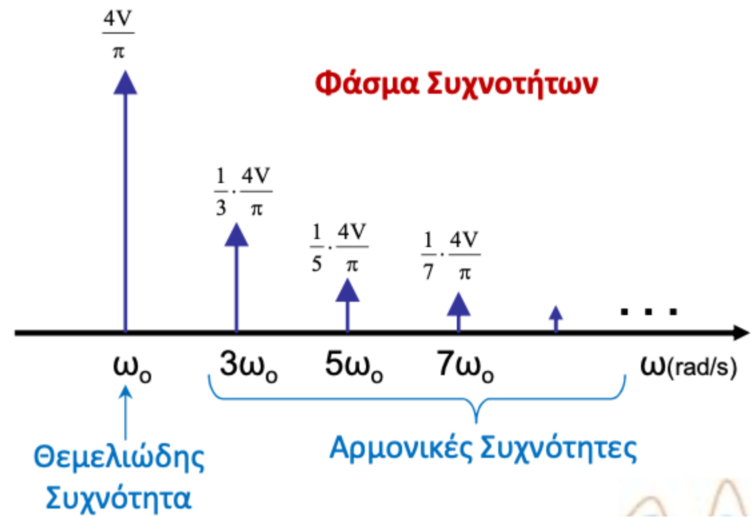
$$I_2(j\omega) = \frac{1/j\omega C}{(R_1 + 1/j\omega C)(1/j\omega C + j\omega L + R_2) - (1/j\omega C)^2} V_S(j\omega)$$

Φάσμα Συχνοτήτων – Πεδίο μιγαδικής συχνότητας



$$\upsilon(t) = \frac{4V}{\pi}\left(\sin\omega_0 t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_0 t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_0 t + \ldots\right)$$

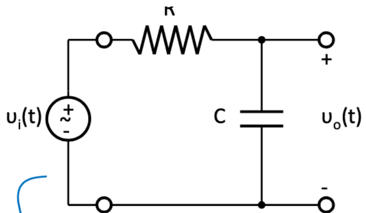
Σειρά Fourier



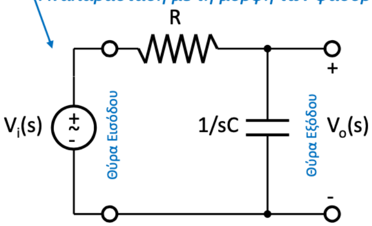
Ζητούμενο : Εύρεση ενίσχυσης τάσης / ρεύματος ενός κυκλώματος και της διαφοράς φάσης εισόδου /εξόδου συναρτήσει της μιγαδικής συχνότητας s=jω
Ετσι, η χωρητικότητα C αντικαθίσταται με την σύνθετη αντίσταση 1/sC και η επαγωγή με την σύνθετη αντίσταση sL.

Παραδείγματα

Διαιρέτης Τάσης



Αναπαράσταση με τη μορφή των φασόρων.

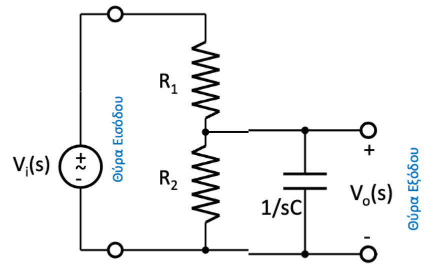


Δίθυρο Δικτύωμα

$$V_o(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} V_i(s) \Rightarrow$$

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC}$$

Δίθυρο Δικτύωμα



$$\frac{V_o(s)}{\left(R_2 // (1/sC)\right)} = \frac{V_i(s)}{R_1 + \left(R_2 // (1/sC)\right)} \Rightarrow$$

$$T(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\dfrac{R_2/sC}{R_2 + 1/sC}}{R_1 + \left(\dfrac{R_2/sC}{R_2 + 1/sC}\right)} =$$

$$= \frac{R_2/sC}{R_1(R_2 + 1/sC) + R_2/sC} = \frac{R_2/sC}{R_1R_2 + (R_1 + R_2)/sC} = \frac{1/sCR_1}{1 + (R_1 + R_2)/sCR_1R_2} =$$

$$= \frac{1/CR_1}{s + (R_1 + R_2)/CR_1R_2}$$

Συνάρτηση Μεταφοράς κυκλώματος

$$T(s)=\frac{\alpha_m s^m+\alpha_{m-1}s^{m-1}+\ldots+\alpha_0}{s^n+b_{n-1}s^{n-1}+\ldots+b_0} \qquad (m\leq n) \qquad T(s)=\alpha_m\frac{(s-Z_1)\cdot(s-Z_2)\cdots(s-Z_m)}{(s-P_1)\cdot(s-P_2)\cdots(s-P_n)}$$

Το μέτρο της δίνει το κέρδος του κυκλώματος και η γωνία την απόκριση φάσης (υπενθυμίζεται s=jω). $Z_1,..Z_m$ είναι τα σημεία μηδενισμού, και $P_1,\ldots P_n$ οι πόλοι / φυσικές συχνότητες του συστήματος. Τα α, b είναι πραγματικοί αριθμοί ενώ οι πόλοι και τα μηδενικά πραγματικοί ή μιγαδικοί

Αντικαθιστώντας στη συνάρτηση μεταφοράς T(s) το *s* με *jω* παίρνουμε την T(jω) η οποία μπορεί να γραφεί στο συμβολισμό των φασόρων ως ακολούθως:

$$T(j\omega)=|T(j\omega)|\cdot e^{j\angle T(j\omega)}$$

όπου |T(jω)| το κέρδος (μέτρο) και ∠T(jω) η φάση (γωνία) της T(jω).

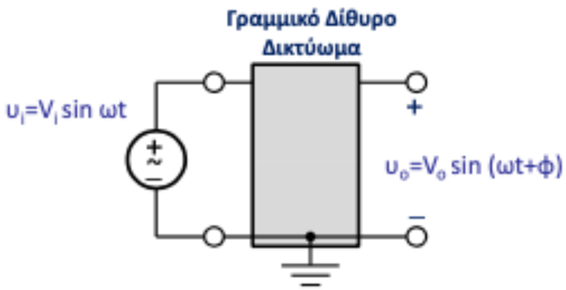
Το **κέρδος** δίδεται από την ακόλουθη σχέση:

$$|T(j\omega)|=|\alpha_m|\frac{|(j\omega-Z_1)|\cdot|(j\omega-Z_2)|\cdots|(j\omega-Z_m)|}{|(j\omega-P_1)|\cdot|(j\omega-P_2)|\cdots|(j\omega-P_n)|}=|\alpha_m|\frac{\sqrt{\omega^2+Z_1^2}\cdot\sqrt{\omega^2+Z_2^2}\cdots\sqrt{\omega^2+Z_m^2}}{\sqrt{\omega^2+P_1^2}\cdot\sqrt{\omega^2+P_2^2}\cdots\sqrt{\omega^2+P_n^2}}$$

Η **φάση** δίδεται από την ακόλουθη σχέση :

$$\angle T(j\omega)=\sum_{i=1}^{m}\left(\tan^{-1}\frac{\omega}{-Z_i}\right)-\sum_{i=1}^{n}\left(\tan^{-1}\frac{\omega}{-P_i}\right)$$

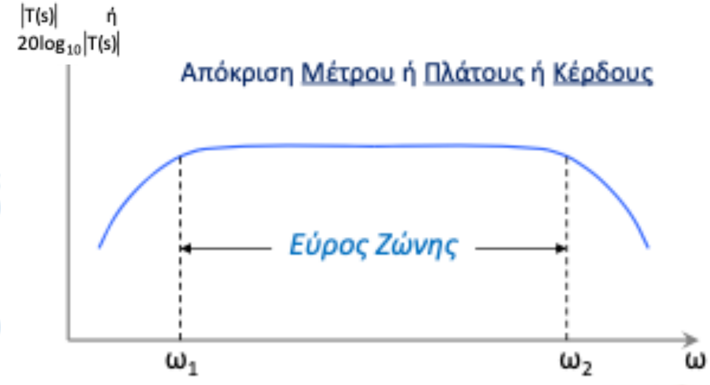
Απόκριση Συχνότητας Κυκλωμάτων



Συνάρτηση Μεταφοράς T(s)

$$|T(s)| = \left|\frac{V_o(s)}{V_i(s)}\right|$$ Κέρδος (μέτρο)

$$\angle T(s) = \phi$$ Φάση (γωνία)



Συχνά οι συναρτήσεις μεταφοράς έχουν πραγματικούς πόλους και μηδενικά και γράφονται σαν γινόμενο συναρτήσεων πρώτης τάξης :
Όπου $-\omega_o$ ο πραγματικός πόλος και ω_o η συχνότητα πόλου (αντίστροφο της σταθεράς χρόνου)

$$T(s) = \frac{\alpha_1 s + \alpha_0}{s + \omega_0}$$

Οι σταθερές α_0 και α_1 καθορίζουν τον τύπο του δικτύου μονής σταθεράς χρόνου.

Βαθυπερατό δίκτυο πρώτης τάξης: $T(s) = \dfrac{\alpha_0}{s + \omega_0}$ Κέρδος DC α_0/ω_0 και ω_0 συχνότητα γονάτου ή 3dB
Μηδενικό στο $s=\infty$

Υψιπερατό δίκτυο πρώτης τάξης: $T(s) = \dfrac{\alpha_1 s}{s + \omega_0}$ Μηδενικό στο $s=0$

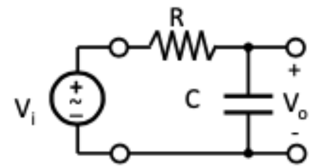
Δίκτυα μονής σταθεράς χρόνου

Ένα δίκτυο μονής σταθεράς χρόνου – ΜΣΧ συνίσταται (ή μπορεί να εκφυλιστεί σε ένα τέτοιο) από ένα παθητικό στοιχείο (πηνίο ή πυκνωτή) και μία ωμική αντίσταση.

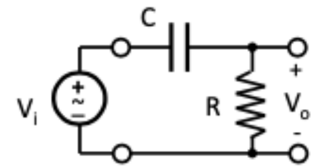
Δίκτυο Πυκνωτή C – Αντίστασης R *Δίκτυο Πηνίου L – Αντίστασης R*

$\tau = CR$ ⟵ **Σταθερά Χρόνου** ⟶ $\tau = \dfrac{L}{R}$

Δίκτυα Μονής Σταθεράς Χρόνου Πυκνωτή – Αντίστασης

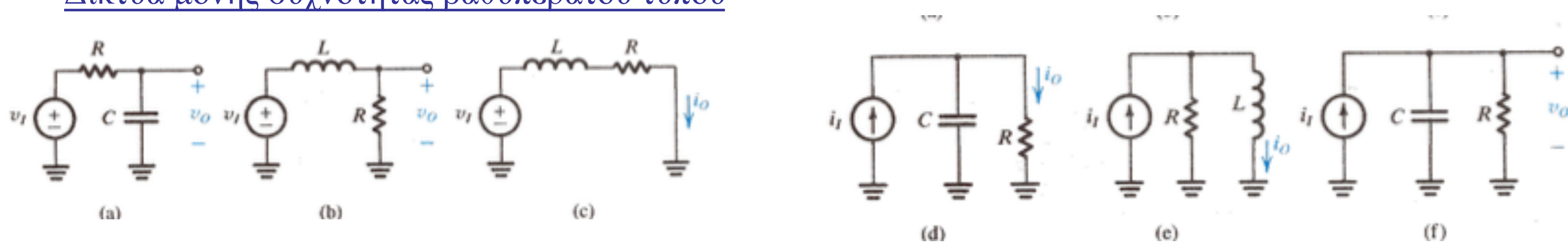


Βαθυπερατό



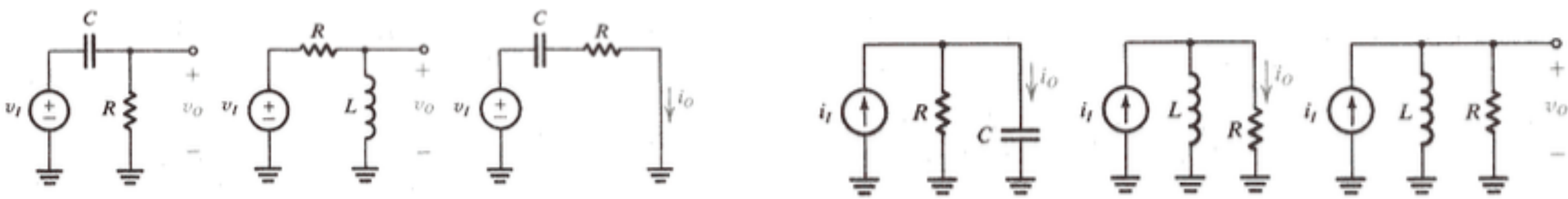
Υψιπερατό

Δίκτυα μονής συχνότητας βαθυπερατού τύπου



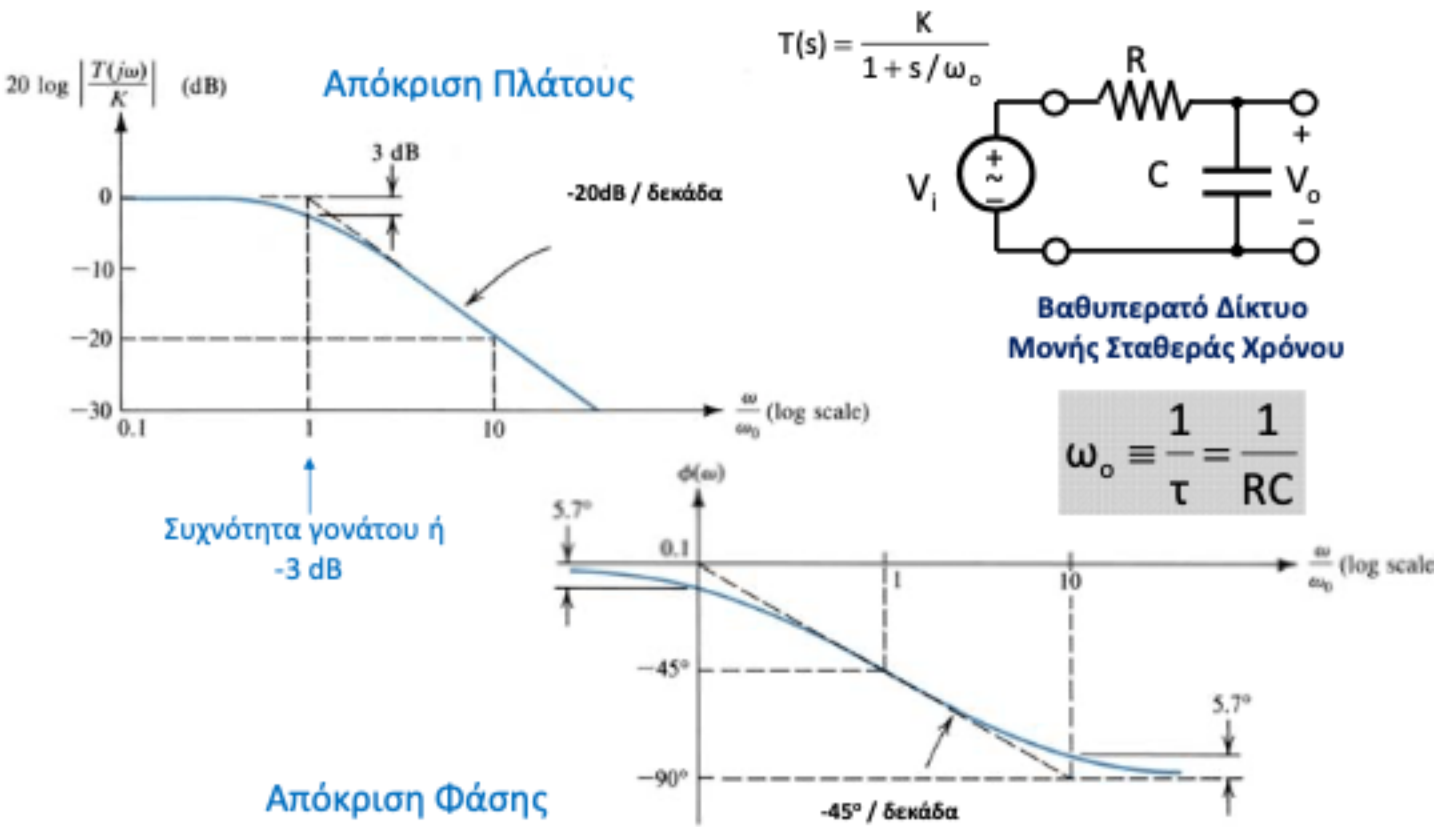
$$\omega \rightarrow 0 \Rightarrow Z_C = 1/(j\omega C) \rightarrow \infty \quad \text{και} \quad Z_L = j\omega L \rightarrow 0$$

Δίκτυα μονής συχνότητας υψιπερατού τύπου

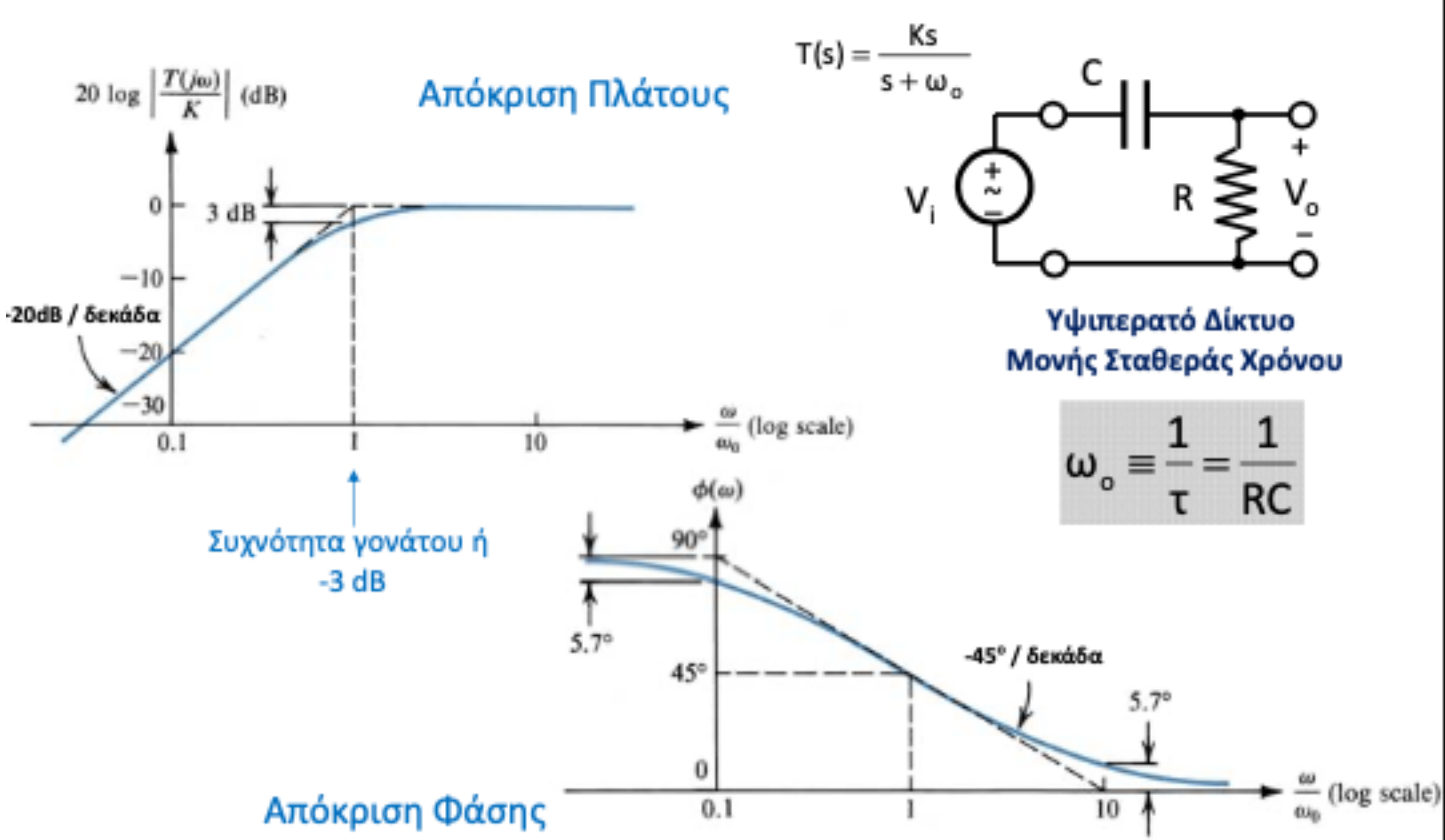


$$\omega \rightarrow \infty \Rightarrow Z_C = 1/(j\omega C) \rightarrow 0 \quad \text{και} \quad Z_L = j\omega L \rightarrow \infty$$

Απόκριση βαθυπερατών φίλτρων



Απόκριση υψιπερατών φίλτρων



$$T(s) = \frac{Ks}{s + \omega_o}$$

$$\omega_o \equiv \frac{1}{\tau} = \frac{1}{RC}$$