2024

Μ.Φιλιππάκης

Μη παραμετρικοί Έλεγχοι

- **Προσημικός έλεγχος (sign test)**
- Θεωρούμε ένα τυχαίο δείγμα από πληθυσμό που δεν γνωρίζουμε την κατανομή

$$H_0 : \mu = \mu_0 , H_\alpha : \mu \neq \mu_0$$

- Στην περίπτωση που ο πληθυσμός είναι συμμετρικός ως προς τη μέση τιμή μ_0 τότε ισχύει

$$P(X > \mu_0) = P(X < \mu_0) = 0.5$$

,

- Για να ελέγξω τις υποθέσεις αντικαθιστούμε κάθε παρατήρηση με **(+)** αν η παρατήρηση είναι μεγαλύτερη από την τιμή μ0 και με (-) αν είναι μικρότερη. Αν μία παρατήρηση είναι ίση με μ0 την παραλείπουμε. Όταν ισχύει η μηδενική υπόθεση οι παρατηρήσεις πρέπει να είναι ισοκατανεμημένες οπότε Χ το σύνολο των θετικών πρόσημων μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από τη $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$

$$\boxed{H_0 : \mu = \mu_0, H_\alpha : \mu \neq \mu_0}$$

$$\boxed{Z = \frac{X - \frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}}}$$

$$\boxed{H_0 : p = \frac{1}{2}, H_\alpha : p \neq \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{|Z| \geq z_{a/2}}$$

- Για να ελέγξω τις υποθέσεις αντικαθιστούμε κάθε παρατήρηση με (+) αν η παρατήρηση είναι μεγαλύτερη από την τιμή μ0 και με (-) αν είναι μικρότερη. Αν μία παρατήρηση είναι ίση με μ0 την παραλείπουμε. Όταν ισχύει η μηδενική υπόθεση οι παρατηρήσεις πρέπει να είναι ισοκατανεμημένες οπότε το σύνολο των θετικών πρόσημων μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από τη $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$

$$H_0 : \mu = \mu_0 , H_\alpha : \mu > \mu_0$$

$$\boxed{Z = \frac{X - \frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}}}$$

$$H_0 : p = \frac{1}{2} , H_\alpha : p > \frac{1}{2}$$

$$Z \geq z_a$$

- Για να ελέγξω τις υποθέσεις αντικαθιστούμε κάθε παρατήρηση με (+) αν η παρατήρηση είναι μεγαλύτερη από την τιμή μ0 και με (-) αν είναι μικρότερη. Αν μία παρατήρηση είναι ίση με μ0 την παραλείπουμε. Όταν ισχύει η μηδενική υπόθεση οι παρατηρήσεις πρέπει να είναι ισοκατανεμημένες οπότε το σύνολο των θετικών πρόσημων μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από τη $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$

$$H_0 : \mu = \mu_0 , H_\alpha : \mu < \mu_0$$

$$\boxed{Z = \frac{X - \frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}}}$$

$$H_0 : p = \frac{1}{2}, H_\alpha : p < \frac{1}{2}$$

$$Z \leq -z_a$$

Παράδειγμα Από μελέτες έχει βρεθεί ότι ο απαιτούμενος μέσος χρόνος για να αντιδράσει ένας ενήλικας σε 1 οπτικό ερέθισμα είναι 0,15 sec, a=5%

0,16 +	0,12 ---	0,19 +	0,16 +	0,17 +	0,18 +	0,15 0	0,20 +	0,16 +	0,18 +
0,13 -	0,17 +	0,18 +	0,21 +	0,18 +	0,17 +	0,19 +	0,11 -	0,16 +	0,16 +

$$\boxed{H_0 : \mu = 0,15, H_\alpha : \mu \neq 0,15}$$

$$\boxed{Z = \frac{X - \frac{n}{2}}{\frac{\sqrt{n}}{2}}, X = 16}$$

$$Z = \frac{16 - \frac{19}{2}}{\frac{\sqrt{19}}{2}} \simeq 2,98 > z_{a/2} = z_{0.05/2} = z_{0.025} = 1.96$$

Μη παραμετρικοί έλεγχοι για 2 ανεξάρτητα δείγματα

- Rank της τιμής X_i $\quad \#r_i : r_i \le x_i, i = 1, 2, \ldots, n$

$$r_i, r_2, \ldots . r_n$$

$$E(U_X) = mn/2$$

- Έλεγχος Mann-Whitney $\quad H_0 : \mu_1 = \mu_2$

$$V(U_X) = \frac{mn(m+n+1)}{12}$$

$$W = \sum^{n} r_i$$

$$Z = \frac{U_X - E(U_X)}{\sqrt{V(U_X)}} \sim N(0,1)$$

$$R_X \qquad U_X = R_X - m(m+1)/2$$

$$\boxed{|Z| \ge z_{a/2}}$$

Παράδειγμα 2 ανεξάρτητες ομάδες που η 1η αποτελείται από παιδιά υπερτασικών γονιών και η 2η από παιδιά με κανονικούς γονείς. α=10% η συστολική πίεση μετριέται και έχουμε τον πίνακα.

Ομάδα 1	**100**	**102**	**96**	**106**	**110**	**120**	**112**	**112**	**90**	**110**
Ομάδα 2	104	88	100	96	102	92	96	100	96	96

	88	**90**	**92**	**96**	**96**	**96**	**96**	**96**	**100**	**100**
	Y	X	Y	X	Y	Y	Y	Y	X	Y
r_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
τελικές r_i	1	**2**	3	**6**	6	6	6	6	**10**	10
	100	102	102	104	106	110	110	112	112	120
	Y	X	Y	Y	X	X	X	X	X	X
r_i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
τελικές r_i	10	**12,5**	12,5	14	**15**	**16,5**	**16,5**	**18,5**	**18,5**	**20**

- $R_X = 135.5$
- $U_X = R_X - m(m+1)/2 = 135.5 - \frac{10*11}{2} = 80.5$

$$E(U_X) = mn/2 = 10*10/2 = 50$$

$$V(U_X) = \frac{mn(m+n+1)}{12} = 10*10(10+10+1)/12 = 175$$

$$Z = \frac{U_X - E(U_X)}{\sqrt{V(U_X)}} = \frac{80.5-50}{\sqrt{175}} \simeq 2{,}31 > z_{a/2} = z_{0.05} = 1.645$$