

Σημειώσεις για τη Διαχείριση Έργων

Κεφάλαιο C:

Δικτυακή ανάλυση - Διαγράμματα CPM



Τι είναι τα Διαγράμματα CPM;

Δικτυακή Ανάλυση Έργων

Μέθοδος Κρίσιμης Διαδρομής

CPM

Critical

Path

Method

Αναπτύχθηκε το 1956 στις ΗΠΑ από μηχανικούς που εργάστηκαν για την Dupont Corporation και την Remington Rand. Δοκιμάστηκε με επιτυχία στην κατασκευή χημικού εργοστασίου στην Louisville, ΗΠΑ. Χρησιμοποιήθηκε επίσης με εξαιρετική επιτυχία για την πραγματοποίηση της επισκευής μιας μονάδας σε ένα χημικό εργοστάσιο, με αποτέλεσμα σχεδόν 30% μείωση του χρόνου απενεργοποίησης.

Δίνει απαντήσεις στα:

• Ποιός είναι ο χρόνος ολοκλήρωσης του έργου;

• Εάν υπάρχει καθυστέρηση σε μία δραστηριότητα, θα καθυστερήσει ολόκληρο το έργο; Εάν ναι, πόσο;

Γεγονός

• Εκφράζει αρχή ή τέλος μια δραστηριότητας ή ομάδας δραστηριοτήτων

• Δεν καταναλώνει πόρους

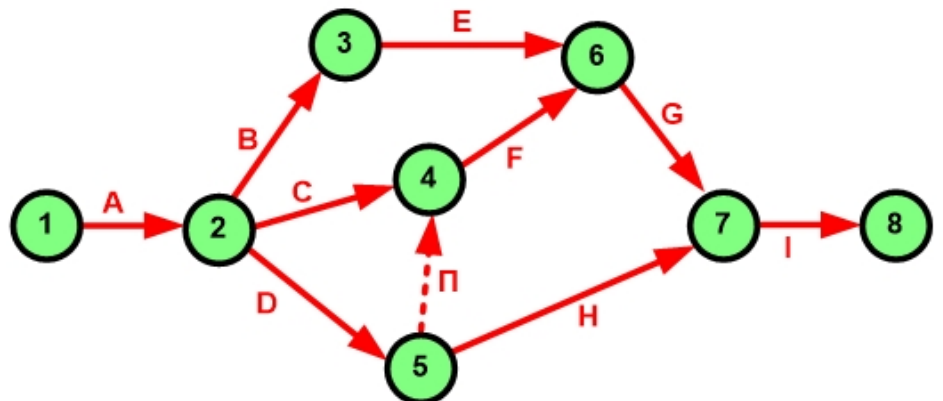
• Συμβολίζεται με έναν κόμβο στο δίκτυο

• Οι κόμβοι αριθμούνται συνήθως με διαδοχικούς φυσικούς αριθμούς για τον προσδιορισμό των γεγονότων κατά σειρά διαδοχής τους

Τοξωτό δίκτυο

activity-on-arrow

Η δραστηριότητα απεικονίζεται με τόξο



Δραστηριότητα

• Κάθε εργασία ενός έργου που απαιτεί χρόνο και πόρους και συνεπάγεται κόστος

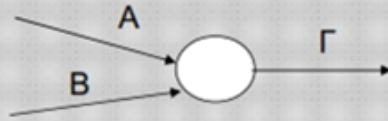
• Έχει μια αρχή και ένα τέλος

• Έχει πεπερασμένη χρονική διάρκεια

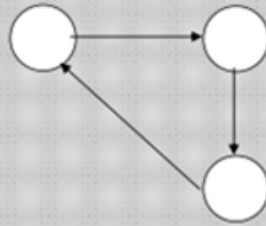
• Συμβολίζεται στο δίκτυο με ένα τόξο (το μήκος του τόξου δεν έχει καμία φυσική σημασία)

• Αναγνωρίζονται συνήθως από τα γεγονότα αρχής και τέλους

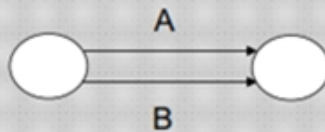
- Μια δραστηριότητα ξεκινά μόνο όταν τελειώσουν όλες οι δραστηριότητες που προηγούνται



- Το μήκος του βέλους δεν αντιστοιχεί σε κανένα φυσικό μέγεθος
- Δεν επιτρέπονται **κλειστοί βρόχοι**



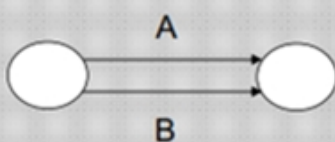
- Μεταξύ δυο γεγονότων υπάρχει μόνο μια δραστηριότητα



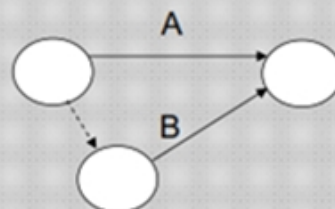
ΛΑΘΟΣ

- Σε κάθε δίκτυο υπάρχει μόνο ένα γεγονός αρχής (χωρίς προηγούμενο) και ένα γεγονός τέλους (χωρίς επόμενο)
- Οι συμβολισμοί των γεγονότων και των δραστηριοτήτων πρέπει να είναι μοναδικοί
- Δεν επιτρέπονται ανεξάρτητα γεγονότα ή δραστηριότητες (εκτός αυτών της αρχής και του τέλους)
- Επιτρέπεται η χρήση **πλασματικών** δραστηριοτήτων

Πλασματικές Δραστηριότητες → Μηδενική Διάρκεια, πόροι, κόστος

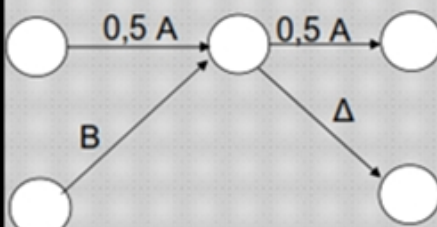


ΛΑΘΟΣ



ΣΩΣΤΟ

- Έστω Δ έπεται των $0,5A, B$



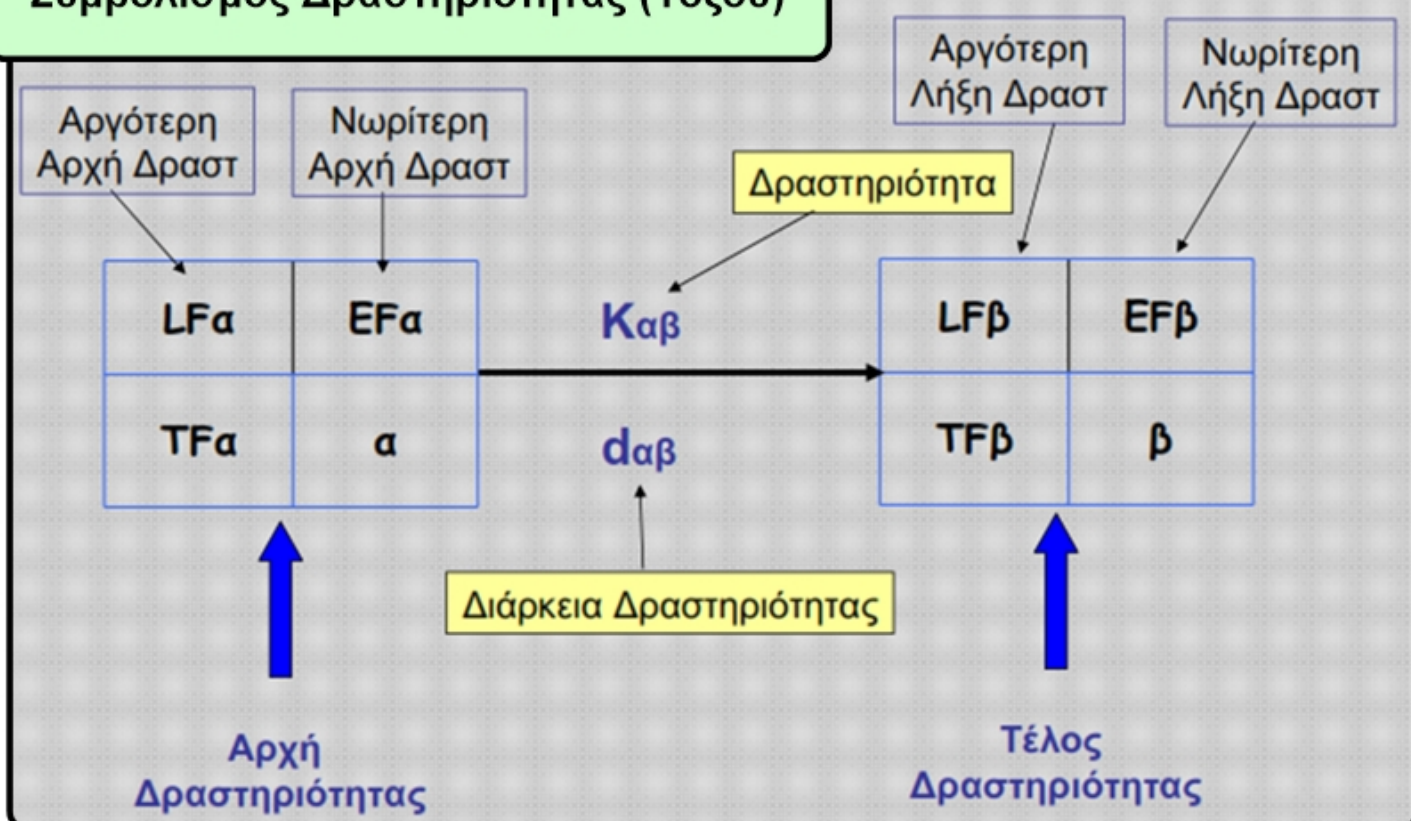
ΛΑΘΟΣ
Γιατί η $0,5A$ να περιμένει τη B ?



Συμβολισμός Γεγονότος (Κόμβου)

Αργότερη Λήξη Γεγονότος (LF)	Νωρίτερη Λήξη Γεγονότος (EF)
Ολικό Περιθώριο Γεγονότος (TF)	A/A Γεγονότος

Συμβολισμός Δραστηριότητας (Τόξου)



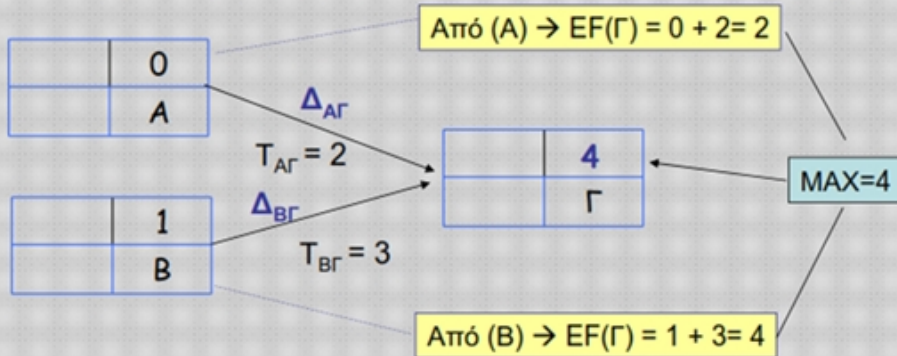
- Ολικό περιθώριο γεγονότος: $LF_i - EF_i$
-Μέγιστο καθυστέρησης γεγονότος χωρίς να καθυστερήσει το έργο
- Ολικό περιθώριο δραστηριότητας K_{ij} : $LF_j - (EF_i + T_{ij})$
-Μέγιστο καθυστέρησης δραστηριότητας χωρίς να καθυστερήσει το έργο

Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

1. Ομόρροπος υπολογισμός: από αριστερά προς δεξιά

- Υπολογίζουμε τους νωρίτερους χρόνους (EF) των κόμβων
- $EF(αρχ) = 0$
- $EF(K) = \max (EF(J)+T_{JK})$ για κάθε J-προηγούμενο κόμβο

Ομόρροπος υπολογισμός

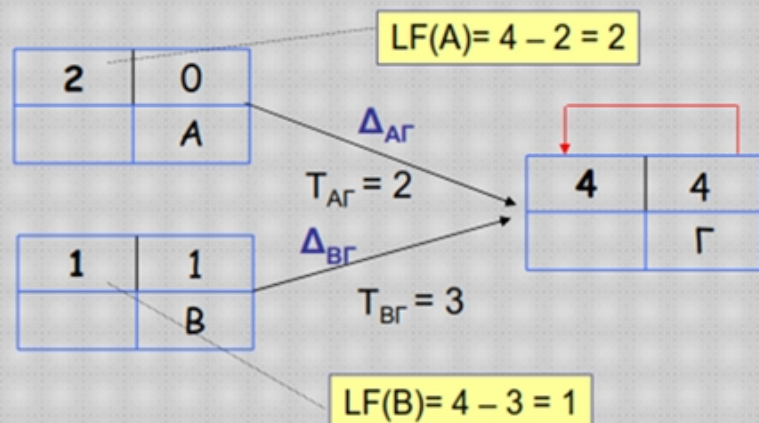


Επίλυση Τοξωτού Δικτύου

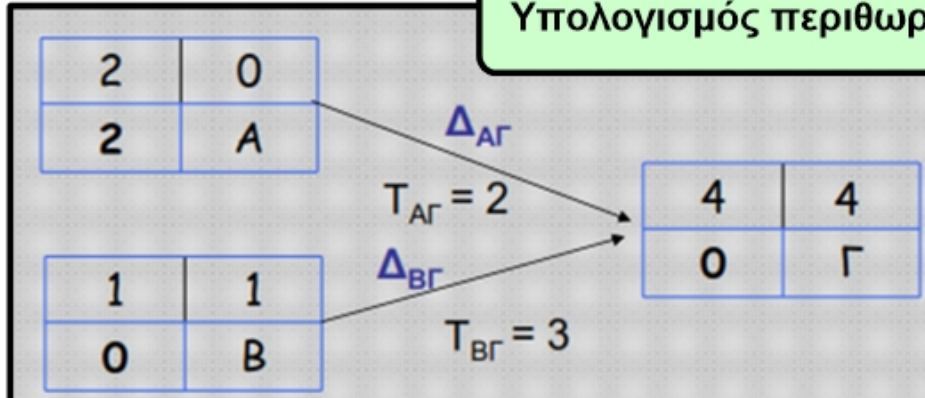
2. Αντίρροπος υπολογισμός: από δεξιά προς αριστερά

- Υπολογίζουμε τους αργότερους χρόνους (LF) των κόμβων
- $LF(τελ) = EF(τελ)$
- $LF(K) = \min (EF(J)-T_{KJ})$ για κάθε J-προηγούμενο κόμβο

Αντίρροπος υπολογισμός



Υπολογισμός περιθωρίων



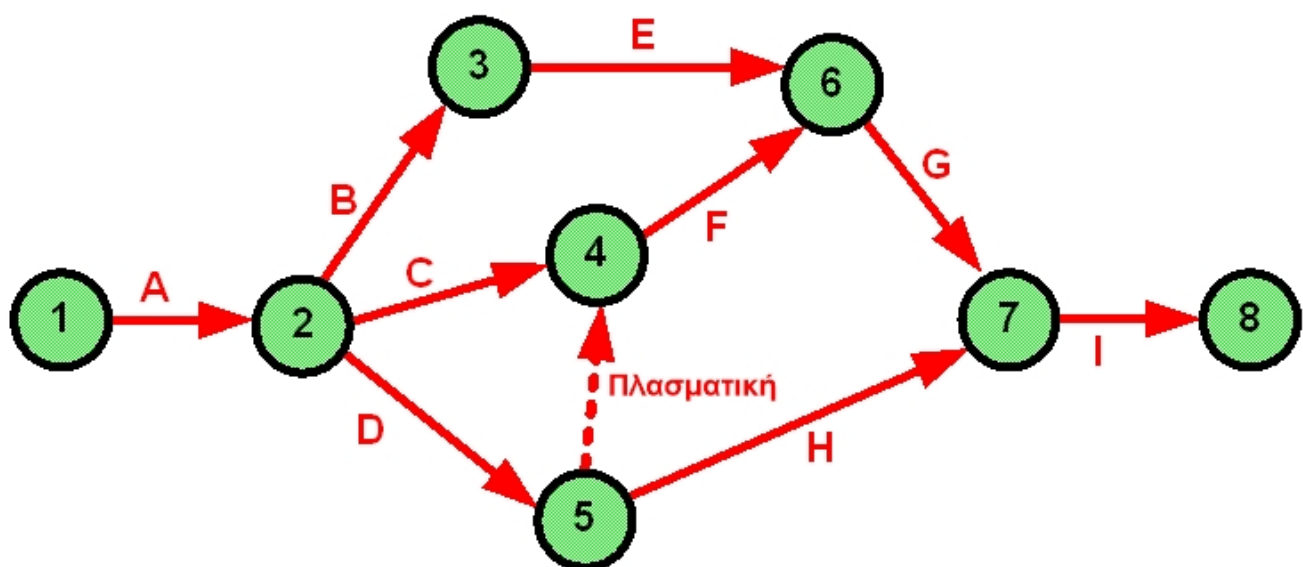
Στον παρακάτω πίνακα δίνονται οι δραστηριότητες ενός έργου, η διάρκεια τους καθώς και οι σχέσεις αλληλουχίας που υπάρχουν. Σχεδιάστε το αντίστοιχο δίκτυο με τη μέθοδο των κατά βέλη προσανατολισμένων γραφημάτων, υπολογίστε όλα τα σχετικά στοιχεία χρόνων (ενωρίτεροι/βραδύτεροι χρόνοι, συνολικά περιθώρια) του δικτύου και αναγράψτε τις κρίσιμες διαδρομές.

Δραστηριότητα	Αμέσως Προηγούμενη	Διάρκεια (εβδομάδες)
A	-	1
B	A	4
C	A	3
D	A	7
E	B	6
F	C,D	2
G	E,F	7
H	D	9
I	G,H	4

1. Σχεδιασμός Δικτύου

Εδώ μας δίνει τις αμέσως προηγούμενες για κάθε δραστηριότητα άρα εκείνη που δεν έχει προηγούμενη, στην περίπτωση μας η Α, θα είναι η πρώτη δραστηριότητα, αριστερά στο διάγραμμα. Οι δραστηριότητες Β, C και D έχουν ως προηγούμενη τους την Α, άρα θα ξεκινούν από αυτή. Η δραστηριότητα Ε ξεκινάει μόλις τελειώσει η Β. Η F ξεκινά εφόσον ολοκληρωθούν οι C και D. Επειδή όμως δεν μπορώ να έχω παράλληλες δραστηριότητες που να ξεκινούν και να τελειώνουν μαζί, θα βάλω την F να ξεκινά κατευθείαν από την C και από την D μέσω μιας πλασματικής δραστηριότητας να ξεκινά η F. Η G ξεκινά όταν τελειώσουν οι F και E, άρα θα τις βάλω να καταλήγουν στον ίδιο κόμβο και από εκεί θα ξεκινά η G. Η H θα ξεκινά εκεί που τελειώνει η D, ενώ θα τη φέρω να τελειώνει στον ίδιο κόμβο με την G, καθώς από τον κόμβο εκείνο θα ξεκινά η I, η οποία θα καταλήγει στον κόμβο τέλους.

Άρα το δίκτυο θα είναι το εξής:



2. Επίλυση Δικτύου

Εφόσον σχεδιάσαμε το δίκτυο τώρα μπορούμε να το επιλύσουμε.

LF _a	EF _a
ΔT_{oa}	a

Αργότερη Λήξη Γεγονότος (LF)	Νωρίτερη Λήξη Γεγονότος (EF)
Ολικό Περιθώριο Γεγονότος (TF)	A/A Γεγονότος

όπου:

EF_a : το νωρίτερο πέρας του γεγονότος α

LF_a : το αργότερο πέρας του γεγονότος α

ΔT_{oa} : το ολικό χρονικό περιθώριο του γεγονότος α

A : είναι η ονομασία του γεγονότος

- ⇒ Πρώτα συμπληρώνω τα κάτω δεξιά κουτάκια για να ονομάσω τα γεγονότα. Δεν υπάρχει σωστός ή λάθος τρόπος αρίθμησης, αρκεί ο πρώτος κόμβος στα αριστερά να είναι το νούμερο 1 και ο τελευταίος κόσμος στα δεξιά να είναι το τελευταίο – μεγαλύτερο νούμερο, στην περίπτωση μας το 8.
- ⇒ Έπειτα ακολουθώ τον ομόρροπο υπολογισμό για να συμπληρώσω τα πάνω δεξιά κουτάκια (EF_a). Το EF_a στο κουτάκι αρχής είναι πάντα μηδέν. Στους κόμβους που καταλήγει ένα βέλος (μια δραστηριότητα) το EF προκύπτει προσθέτοντας το EF αρχής (από εκεί που ξεκινά το βέλος) με τη διάρκεια της δραστηριότητας. Στους κόμβους που καταλήγουν 2 ή περισσότερα βέλη, επιλέγω για το EF το μεγαλύτερο αποτέλεσμα εφόσον προσθέσω το EF αρχής με τη διάρκεια της δραστηριότητας. Αναλυτικά:

Κόμβος	EF _a
1	Είναι κόμβος αρχής άρα EF=0
2	Σε αυτόν καταλήγει μόνο η A άρα EF=0+1=1
3	Σε αυτόν καταλήγει μόνο η B άρα EF=1+4=5
4	Σε αυτόν καταλήγει η C και η D μέσω της πλασματικής Π άρα θα πρέπει πρώτα να έχω υπολογίσει το EF στον κόμβο 5
5	Σε αυτόν καταλήγει η D άρα EF=1+7=8. ΤΩΡΑ ΕΠΙΣΤΡΕΦΩ ΣΤΟΝ ΚΟΜΒΟ 4: στον 4 η C καταλήγει με 1+3=4 και η D μέσω της Π με 8+0=8. Εμείς κρατάμε το μεγαλύτερο αποτέλεσμα άρα στον κόμβο 4 EF=8
6	Στον κόμβο 6 πηγαίνουν οι E και F. Η E πηγαίνει με 5+6=11 και η F με 8+2=10 ΑΡΑ επιλέγω το μεγαλύτερο αποτέλεσμα, δηλαδή το EF είναι 11.
7	Στον κόμβο 7 καταλήγουν οι G και H. Η G πηγαίνει με 11+7=18 και η H με 8+9=17, άρα επιλέγω το μεγαλύτερο αποτέλεσμα το 18
8	Στον τελευταίο κόμβο καταλήγει μόνο η I, με 18+4=22 άρα EF=22

⇒ Στη συνέχεια ακολουθώ τον αντίρροπο υπολογισμό για τα πάνω αριστερά κουτάκια, δηλαδή για το LFα. Τώρα ξεκινάω από τον τελευταίο κόμβο για να φτάσω στην αρχή.

Κόμβος	LFα
8	Στον κόμβο τέλους πάντα LF=EF άρα εδώ LF=22
7	Στον κόμβο 7 υπάρχει μια αρχή βέλους άρα το LF προκύπτει αφαιρώντας το LF τέλους μείον τη διάρκεια της δραστηριότητας I, δηλαδή $22-4=18$
6	Στον κόμβο 6 πηγαίνει μόνο η αρχή βέλους της G άρα LF=18-7=11
5	Στον κόμβο 5 υπάρχουν δύο αρχές βέλους: από την H και την πλασματική Π. Από την H προκύπτει $18-9=9$ και για να βρω τι προκύπτει από την Π θα πρέπει πρώτα να υπολογίσω το αποτέλεσμα για το LF του κόμβου 4
4	Στον κόμβο 4 υπάρχει μόνο η αρχή του βέλους της F άρα LF=11-2=9. ΤΩΡΑ ΕΠΑΝΕΡΧΟΜΑΙ ΣΤΟΝ ΚΟΜΒΟ 5: Η Π έρχεται σε αυτόν με $9-0=9$, ενώ και η H με 9 άρα στον 5 ^ο κόμβο LF=9. ΑΝ ΔΕΝ ΗΤΑΝ ΙΔΙΑ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ ΘΑ ΔΙΑΛΕΓΑ ΤΟ ΜΙΚΡΟΤΕΡΟ
3	Στον κόμβο 3 καταλήγει μόνο η E άρα LF=11-6=5
2	Στον κόμβο 2 καταλήγει η αρχή από τρία βέλη. Η B έρχεται με $5-4=1$, η C με $9-3=6$ και η D με $9-7=2$. Επιλέγω το μικρότερο αποτέλεσμα άρα LF=1
1	Στον κόμβο 1 καταλήγει η δραστηριότητα A άρα LF=1-1=0. ΕΞΑΛΛΟΥ ΠΑΝΤΑ ΣΤΟΝ ΚΟΜΒΟ ΑΡΧΗΣ LF=EF=0

⇒ Τελευταίο συμπληρώνω το κάτω αριστερά κουτάκι δηλαδή το ολικό περιθώριο του γεγονότος, αφαιρώντας LF-EF, δηλαδή το πάνω αριστερά κουτάκι μείον το πάνω δεξιά. Άρα:

Κόμβος	ΔT_{ca}
1	0-0=0
2	1-1=0
3	5-5=0
4	9-8=1
5	9-8=1
6	11-11=0
7	18-18=0
8	22-22=0

3. Δημιουργία Πίνακα Χρονικών Στοιχείων

Ο πίνακας χρονικών στοιχείων περιλαμβάνει τις εξής στήλες:

Δραστ.	Γεγονότα		Διάρκεια	Νωρίτεροι Χρ.		Αργότεροι Χρ.		Περιθώρια	
	Αρχής	Τέλους		EF _i	EF _j	LF _i	LF _j	Ολικό ΔΤ _{0ij}	Ελεύθερο ΔΤ _{Fij}

Δραστηριότητες: οι δραστηριότητες μου π.χ. Α, Β, C κλπ. από τον πίνακα με τα δεδομένα

Γεγονότα:

- Αρχής: βλέπω το κάτω δεξιά κουτάκι από το οποίο ξεκινά η δραστηριότητα π.χ. η Α ξεκινά στο 1
- Τέλους: βλέπω το κάτω δεξιά κουτάκι στο οποίο καταλήγει η δραστηριότητα π.χ. η Α καταλήγει στο 2

Διάρκεια: η διάρκεια από τα δεδομένα του πίνακα

Νωρίτεροι χρόνοι:

- EF_i : βλέπω το πάνω δεξιά κουτάκι από το οποίο ξεκινά η δραστηριότητα π.χ. η Α έχει EF_i = 0
- EF_j : βλέπω το πάνω δεξιά κουτάκι στο οποίο τελειώνει η δραστηριότητα π.χ. η Α έχει EF_j = 1

Αργότεροι χρόνοι:

- LF_i : βλέπω το πάνω αριστερά κουτάκι από το οποίο ξεκινά η δραστηριότητα π.χ. η Α έχει LF_i=0
- LF_j : βλέπω το πάνω αριστερά κουτάκι στο οποίο καταλήγει η δραστηριότητα π.χ. η Α έχει LF_j=1

Περιθώρια:

- Ολικό ΔΤ_{0ij} : υπολογίζεται από τον τύπο $\Delta T_{0ij} = LF_j - (EF_i + T_{ij})$ όπου T_{ij} η διάρκεια
- Ελεύθερο ΔΤ_{Fij} : υπολογίζεται από τον τύπο $\Delta T_{Fij} = EF_j - (EF_i + T_{ij})$

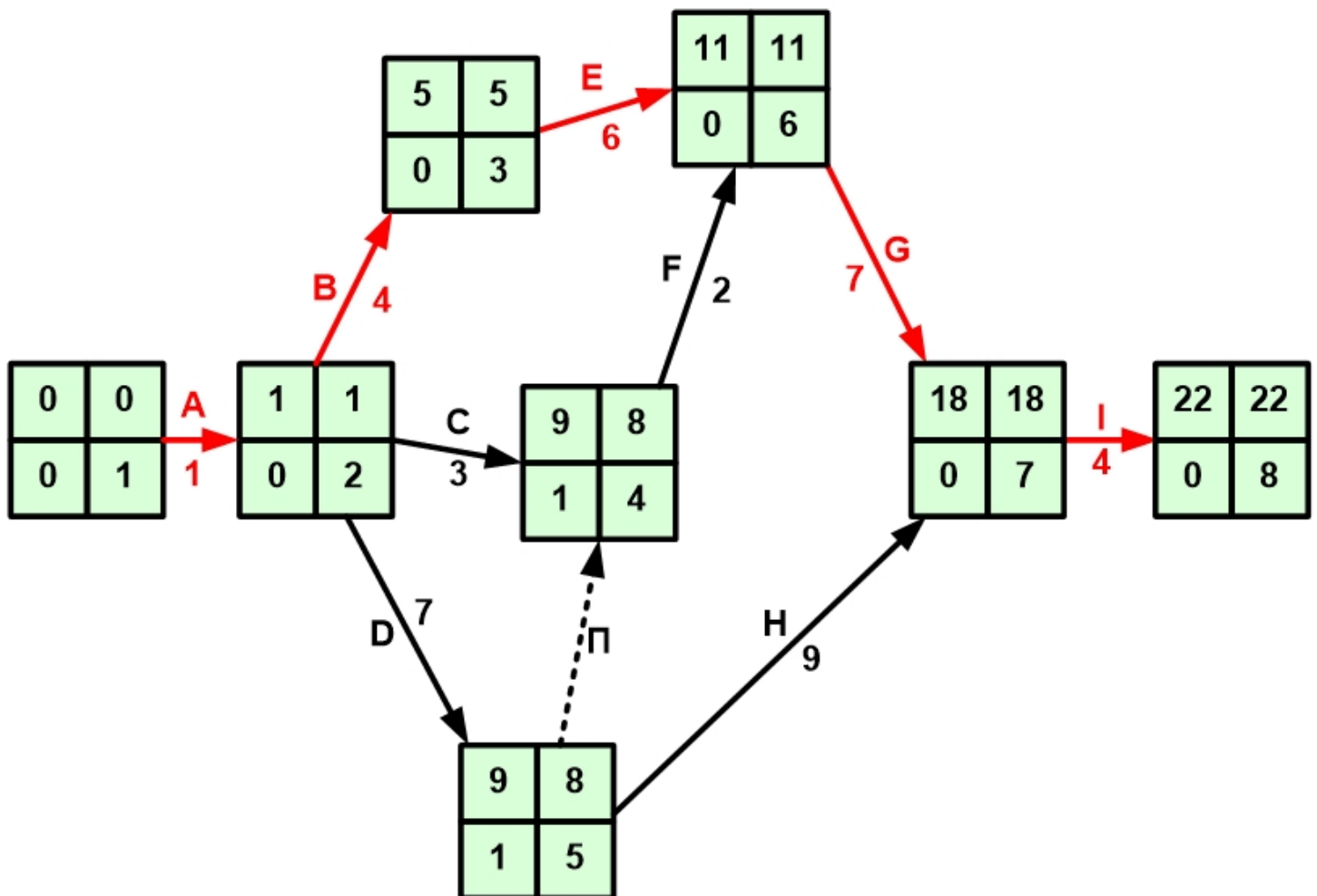
Άρα ο πίνακας στην άσκηση μας είναι ο εξής:

Δραστ.	Γεγονότα		Διάρκεια	Νωρίτεροι Χρ.		Αργότεροι Χρ.		Περιθώρια	
	Αρχής	Τέλους		EF _i	EF _j	LF _i	LF _j	Ολικό ΔΤ _{0ij}	Ελεύθερο ΔΤ _{Fij}
A	1	2	1	0	1	0	1	$1 - (0 + 1) = 0$	$1 - (0 + 1) = 0$
B	2	3	4	1	5	1	5	$5 - (1 + 4) = 0$	$5 - (1 + 4) = 0$
C	2	4	3	1	8	1	9	$9 - (1 + 3) = 5$	$8 - (1 + 3) = 4$
D	2	5	7	1	8	1	9	$9 - (1 + 7) = 1$	$8 - (1 + 7) = 0$
E	3	6	6	5	11	5	11	$11 - (5 + 6) = 0$	$11 - (5 + 6) = 0$
F	4	6	2	8	11	9	11	$11 - (8 + 2) = 1$	$11 - (8 + 2) = 1$
G	6	7	7	11	18	11	18	$18 - (11 + 7) = 0$	$18 - (11 + 7) = 0$
H	5	7	9	8	18	9	18	$18 - (8 + 9) = 1$	$18 - (8 + 9) = 1$
I	7	8	4	18	22	18	22	$22 - (18 + 4) = 0$	$22 - (18 + 4) = 0$

4. Κρίσιμες Διαδρομές, Κρίσιμες Δραστηριότητες, Διάρκεια Έργου

Οι κρίσιμες δραστηριότητες είναι εκείνες που έχουν ΔΤ_{0ij} = 0 άρα Α, Β, Ε, Γ, Ι. Οι δραστηριότητες αυτές συνθέτουν την κρίσιμη διαδρομή: Α → Β → Ε → Γ → Ι με διάρκεια 1+4+6+7+4=22. Από το διάγραμμα αντίστοιχα βλέπω ποια γεγονότα (κόμβοι) έχουν 0 στο κάτω αριστερά κουτάκι, άρα αυτοί θα ενώνουν τις δραστηριότητες στην κρίσιμη διαδρομή. Εδώ οι κόμβοι είναι 1, 2, 3, 6, 7, 8 που ενώνουν αντίστοιχα τις δραστηριότητες Α → Β → Ε → Γ → Ι και η διάρκεια του έργου είναι εκείνη που εμφανίζεται στα πάνω κουτάκια του κόμβου τέλους.

Κρίσιμη διαδρομή: **A → B → E → G → I**



Εργασία Γ

Διαμορφώστε μια άσκηση Δικτυακής Ανάλυσης με τη χρήση Διαγράμματος CPM ενός έργου, το οποίο εντάσσεται έμμεσα ή άμεσα στο περιβάλλον της αγροτικής ανάπτυξης, της αγροδιατροφής ή της διαχείρισης φυσικών πόρων.

Εκφώνηση της άσκησης

Λύση της άσκησης

Παρουσίαση εκφώνησης και λύσης της άσκησης