

Ηλεκτρομαγνητική Ακτινοβολία

Είδαμε ότι μια λύση των εξισώσεων Maxwell σε περιοχή
 μακριά από φορτία και ρεύματα μπορεί να έχει τη μορφή:

$$\vec{E} = E_z(y, t) \hat{z} \quad \text{και} \quad \vec{B} = B_x(y, t) \hat{x} . \quad \text{Όπου τα } E_z(y, t) \text{ και}$$

$B_x(y, t)$ ικανοποιούν τις κυματικές εξισώσεις:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} \quad \text{και} \quad \frac{\partial^2 B_x}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 B_x}{\partial y^2} , \quad \text{με } c^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0}$$

Η πιο απλή λύση της κυματικής εξίσωσης είναι αυτή του
 αθροισκού κύματος που είδαμε στη ταλαντώση χορδής. Έτσι
 ισχύει ότι μια λύση για τα $E_z(y, t), B_x(y, t)$ είναι η:

$$\vec{E} = E_0 \sin(ky - \omega t) \hat{z} \quad \text{με} \quad \frac{\omega}{k} = c .$$

$$\vec{B} = B_0 \sin(ky - \omega t) \hat{x}$$

Από τις εξισώσεις Maxwell όπου βρήκαμε ότι πρέπει να
 ισχύει:

$$-\frac{\partial B_x}{\partial y} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}$$

Οπότε:

$$-\frac{\partial}{\partial y} (B_0 \sin(ky - \omega t)) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (E_0 \sin(ky - \omega t))$$

$$\Rightarrow -B_0 k \cos(ky - \omega t) = \frac{1}{c^2} E_0 (-\omega) \cos(ky - \omega t)$$

$$\Rightarrow -B_0 k = -\frac{1}{c^2} E_0 \omega$$

$$\Rightarrow B_0 = \frac{E_0}{c^2} \cdot \frac{\omega}{k}$$

$$\Rightarrow B_0 = \frac{E_0}{c^2} \cdot c$$

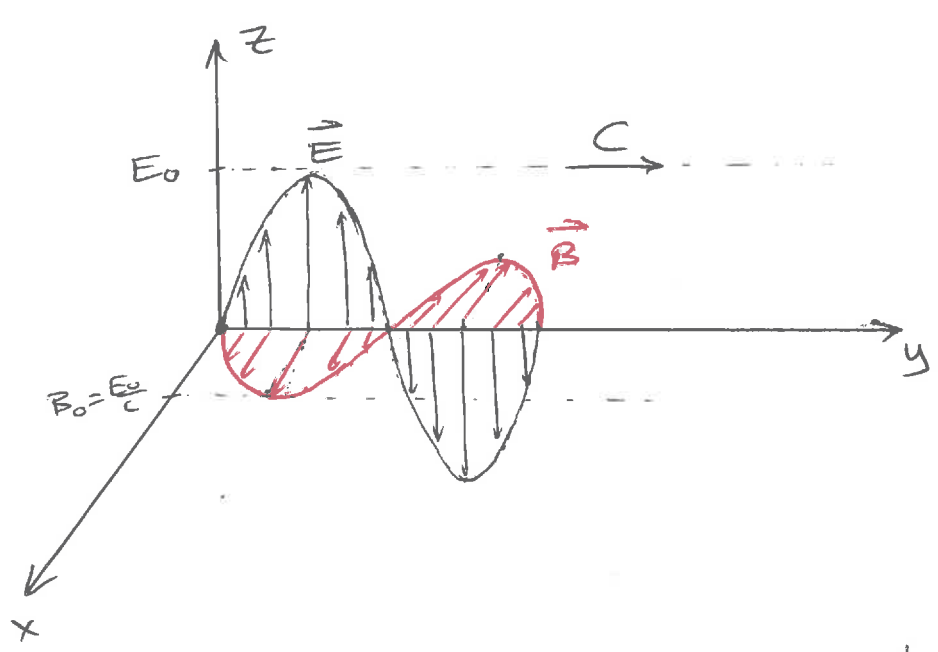
\Rightarrow $B_0 = \frac{E_0}{c}$ ✓ Υποχρεωτική συνθήκη για να είναι ένας Η/Μ κύματος.

Οπότε τελικά έχουμε:

$$\vec{E} = E_0 \sin(ky - \omega t) \hat{z}$$

$$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \sin(ky - \omega t) \hat{x}$$

ΜΕ: $\omega = kc$; $c = \text{ταχύτητα φωτός}$
 και $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$



ΗΜ κύμα που κινείται δεξιά με ταχύτητα c.

► Το \vec{E} και το \vec{B} είναι κάθετα μεταξύ τους και κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης.

► Ισχύει ότι: $\frac{E_{\max}}{B_{\max}} = c$; όπου $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$

► Η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $\frac{\omega}{k} = c$.

► Η ενέργεια του κύματος μοιράζεται εξίσου σε ηλεκτρική ενέργεια και μαγνητική ενέργεια.

Άσκηση: Εξετάστε ποιές από τις παρακάτω διανυσματικές συναρτήσεις μπορεί να είναι εκφράσεις για ηλεκτρομαγνητικό κύμα:

a) $\vec{E} = -E_0 \cos(kx + \omega t) \hat{x}$

b) $\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t + \phi_0) \hat{y}$

γ) $\vec{E} = E_0 \sin(ky + \omega t) \hat{z}$

και βρείτε το αντιστοιχικό μαγνητικό πεδίο \vec{B} , όπου υπάρχει ΗΜ κύμα.

Απάντηση:

a) $\vec{E} = -E_0 \cos(kx + \omega t) \hat{x}$

ΟΧΙ Η/Μ κύμα, αφού το κύμα διαδίδεται με διεύθυνση του άξονα x ($\cos(kx + \omega t)$) και το διάνυσμα του πεδίου είναι από ίδια διεύθυνση (\hat{x}).

e) $\vec{E} = E_0 \sin(kx - \omega t + \varphi_0) \hat{y}$

ΝΑΙ Η/Μ κύμα, το οποίο διαδίδεται από άξονα x και το \vec{E} ταλαντώνεται από άξονα y (\hat{y}).
Οπότε:

$\vec{B} = \frac{E_0}{c} \sin(kx - \omega t + \varphi_0) \hat{z}$

δ) $\vec{E} = E_0 \sin(ky + \omega t) \hat{z}$

ΝΑΙ Η/Μ κύμα και $\vec{B} = \frac{E_0}{c} \sin(ky + \omega t) \hat{x}$

Ροή Ενέργειας - Διάδοση Poynting

-5-

- Ας δομηθούμε την έκφραση για την πυκνότητα ενέργειας εντός του ηλεκτρικού πεδίου πυκνότητας.

$$u_E = \frac{\epsilon_0 |E|^2}{2}$$

Σχόλιο: Παρότι η έκφραση αυτή προέκυψε από τον πυκνωτή το μόνο που λαμβάνει υπόψη είναι η ένταση $|E|^2$ του πεδίου. Επομένως ισχύει όπου υπάρχει πεδίο \vec{E} , ανεξαρτήτως της προέλευσής του.

- Ομοίως βρίσκουμε ότι η έκφραση για την πυκνότητα ενέργειας εντός μαγνητικού πεδίου σφαιρικού είναι:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} |B|^2$$

- Σε μια περιοχή του χώρου όπου διαδίδεται Η/Μ κύμα θα έχουμε μια πυκνότητα ενέργειας:

$$u_E = \frac{\epsilon_0 |E|^2}{2} = \frac{\epsilon_0}{2} E_0^2 \sin^2(ky - \omega t)$$

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} |B|^2 = \frac{1}{2\mu_0} \left(\frac{E_0}{c} \right)^2 \sin^2(ky - \omega t) = \frac{1}{2\mu_0} \frac{E_0^2}{c^2} \sin^2(ky - \omega t)$$

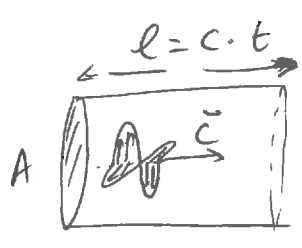
$\frac{c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}{2} \frac{\epsilon_0}{2} E_0^2 \sin^2(ky - \omega t)$

- Η πυκνότητα είναι ισοφορηαστική στα πεδία!

$$\Rightarrow U_{tot} = U_E + U_B = \epsilon_0 E_0^2 \sin^2(ky - \omega t) \quad (J/m^3)$$

Ένταση (I) του κύματος:

Είναι ομαδικά το ίδιο επίπεδο διαπερνά μια επιφάνεια εμβαδού $A = 1m^2$ κάθε δευτερόλεπτο.



Σε t second θα περάσει ενέργεια:

$$E_{tot} = U_{tot} \cdot A \cdot l = U_{tot} \cdot A \cdot c \cdot t$$

και ορίζουμε:

$$I = \frac{E_{tot}}{A \cdot t} = U_{tot} \cdot c \quad \left(\frac{Watt}{m^2} \right)$$

\Rightarrow Η ένταση είναι λοιπόν: $I = U_{tot} \cdot c$

$$= \epsilon_0 E_0^2 c \sin^2(ky - \omega t)$$

$$= \epsilon_0 c E_0 \cdot E_0 \sin^2(ky - \omega t)$$

$$= \epsilon_0 c \cdot E_0 \cdot \underbrace{B_0 c}_{\downarrow} \sin^2(ky - \omega t)$$

$$= \frac{E_0 B_0}{\mu_0} \sin^2(ky - \omega t)$$

και η μέση τιμή της έντασης σε μια χρονική περίοδο ταράχων του Ηλεκτρισμού είναι: $\langle I \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\epsilon_0 B_0}{\mu_0} \sin^2(ky - \omega t) dt = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0}$

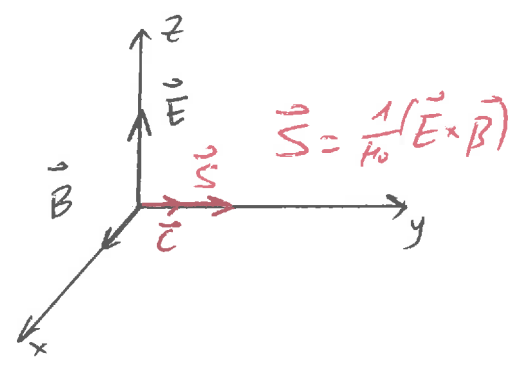
Το δίδυμο Poynting

Εάν αιώσουμε το δίδυμο $\vec{S} \equiv \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$, τότε για

$$\left. \begin{aligned} \vec{E} &= E_0 \sin(ky - \omega t) \hat{z} \\ \vec{B} &= \frac{E_0}{c} \sin(ky - \omega t) \hat{x} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{S} = \left(\frac{E_0 B_0}{2\mu_0} \right) \sin^2(ky - \omega t) \hat{y}$$

\parallel
 $\langle I \rangle = \text{κίση κλίση εντάσης}$

Επομένως το δίδυμο Poynting έχει την:



► Την ισχύ της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας ($|\vec{S}| = \frac{E_0 B_0}{2\mu_0} \sin^2(ky - \omega t)$)
Ομάδα, το ρυθμό μεταφοράς της ενέργειας.

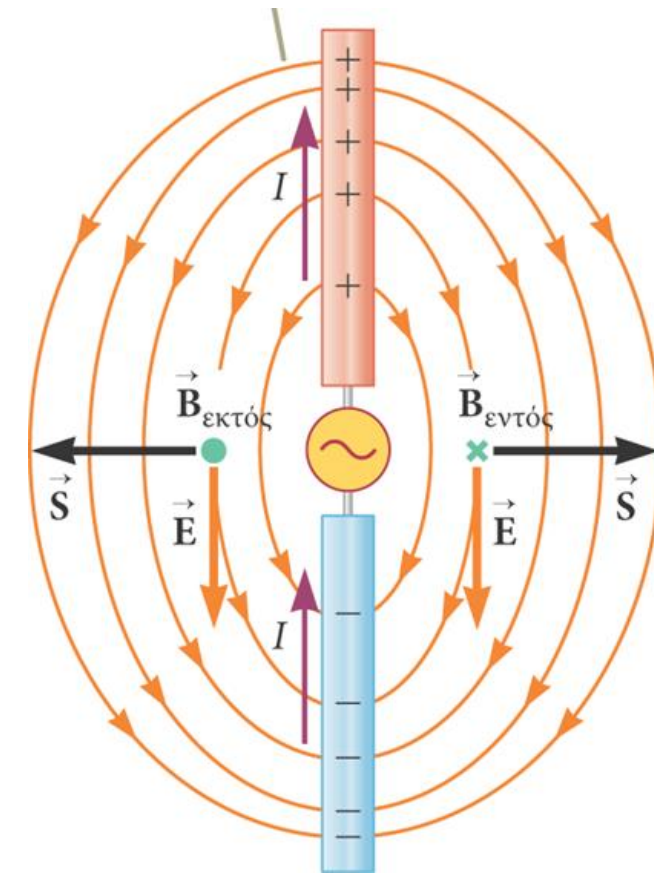
► Την κατεύθυνση της διάδοσης του Η/Μ κύματος.

► Το μέτρο \vec{S} εκφράζει το ρυθμό με τον οποίο η ενέργεια διέρχεται από μια μονάδα εμβαδού κάθετη στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος (W/m^2). ($|\vec{S}| = I$)

► Η τιμή αυτή που επικρατεί ως γρη. ροή το μέτρο είναι $\sim 1000 W/m^2$.

Παραγωγή ΗΜ κυμάτων από κεραίες

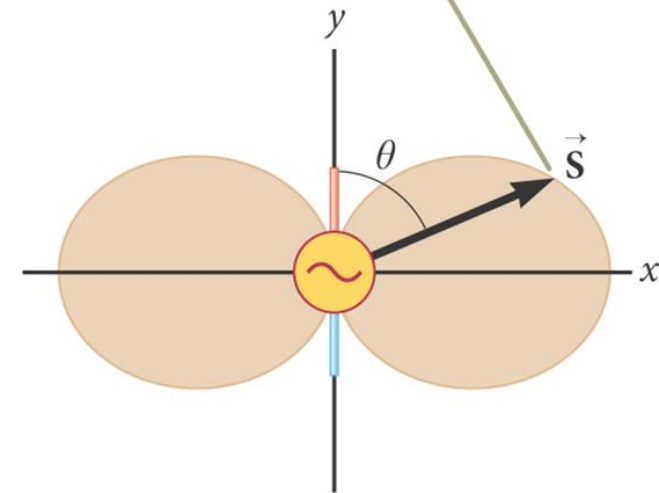
- Τα ακίνητα ηλεκτρικά φορτία και τα σταθερά ρεύματα δεν παράγουν ηλεκτρομαγνητικά κύματα.
- Ο θεμελιώδης μηχανισμός για την παραγωγή ΗΜ ακτινοβολίας είναι η επιτάχυνση των φορτισμένων σωματιδίων.
- Όποτε επιταχύνεται ένα φορτισμένο σωματίδιο, ακτινοβολεί ενέργεια.
- Η κεραία της εικόνας είναι μια κεραία μισού μήκους κύματος όπου δύο αγωγίμες ράβδοι συνδέονται με μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης με το μήκος κάθε ράβδου να ισούται με το ένα τέταρτο του μήκους κύματος της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας.



Κεραία $\lambda/2$

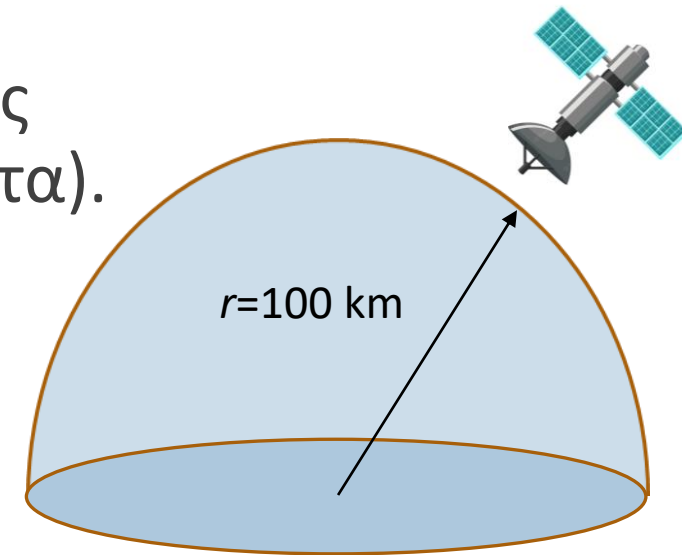
- Το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο του ΗΜ κύματος που παράγει η κεραία μακριά από αυτή είναι σε φάση μεταξύ τους και μεταβάλλονται σύμφωνα με τον παράγοντα $1/r$ όπου r η απόσταση από την κεραία.
- Το αποτέλεσμα είναι να υπάρχει πάντα ροή ενέργειας από την κεραία προς τα έξω με το διάνυσμα Poynting να έχει εξάρτηση της μορφής $\sim 1/r^2$.
- Η ισχύς της ακτινοβολίας δεν είναι ομοιόμορφη γύρω από την κεραία αλλά εξαρτάται από τη γωνία ϑ όπως στο σχήμα.

Η απόσταση από την αρχή των αξόνων σε ένα σημείο που βρίσκεται στο άκρο της σκιασμένης περιοχής είναι ανάλογη του μέτρου του διανύσματος Poynting και της έντασης της ακτινοβολίας σε αυτή την κατεύθυνση.



Άσκηση

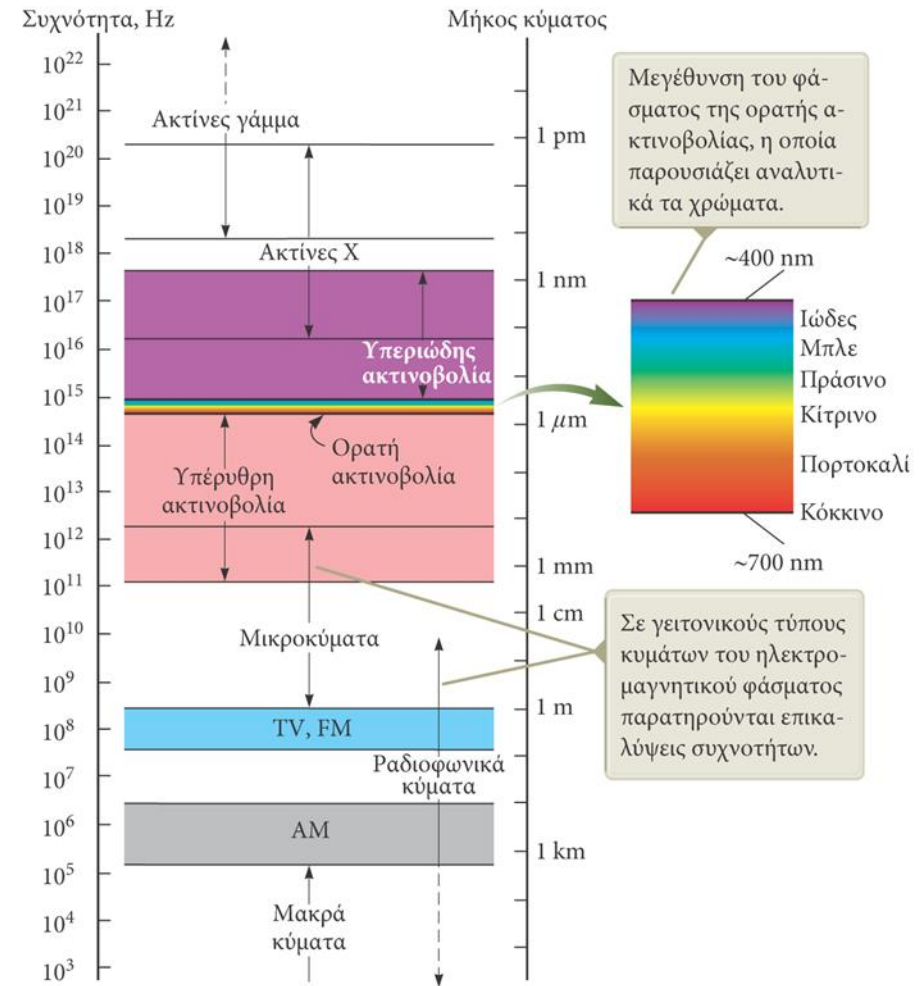
- Πομπός στην επιφάνεια της γης εκπέμπει ημιτονοειδές κύμα μέσης ισχύος 50 kW. Υποθέστε ότι ο πομπός ακτινοβολεί ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις πάνω από το έδαφος (μη εφικτό στην πραγματικότητα). Βρείτε τα πλάτη του \vec{E} και του \vec{B} που ανιχνεύει ένας δορυφόρος 100 km μακριά από την κεραία.
- Εμβαδόν επιφάνειας: $A=2\pi R^2=2\pi(10^5)^2=6,28\cdot 10^{10}$ m.
- Όλη η ακτινοβολούμενη ισχύς περνάει δια μέσω αυτής της επιφάνειας, επομένως $I=P/A=7,96\cdot 10^{-7}$ W/m².



$$I = S_{av} = \frac{E_{max}^2}{2\mu_0 c} \Rightarrow E_{max} = \sqrt{2\mu_0 c I} = 2,45 \cdot 10^{-2} \text{ V/m} \quad B_{max} = E_{max} / c = 8,17 \cdot 10^{-11} \text{ T}$$

Το φάσμα της ΗΜ ακτινοβολίας

- Ραδιοκύματα ($\lambda=10^4$ m έως 0.1 m)
 - Ραδιόφωνο, τηλεόραση
 - Τηλεπικοινωνίες, τηλεχειρισμοί
- Μικροκύματα ($\lambda=0.3$ m έως 10^{-4} m)
 - Κινητά τηλέφωνα 5G-6G, wifi
 - Φούρνοι μικροκυμάτων
 - Ραντάρ
- Υπέρυθρη ακτινοβολία
 - Παράγεται από θερμά σώματα
 - Τηλεχειριστήριο τηλεόρασης



Το φάσμα της ΗΜ ακτινοβολίας

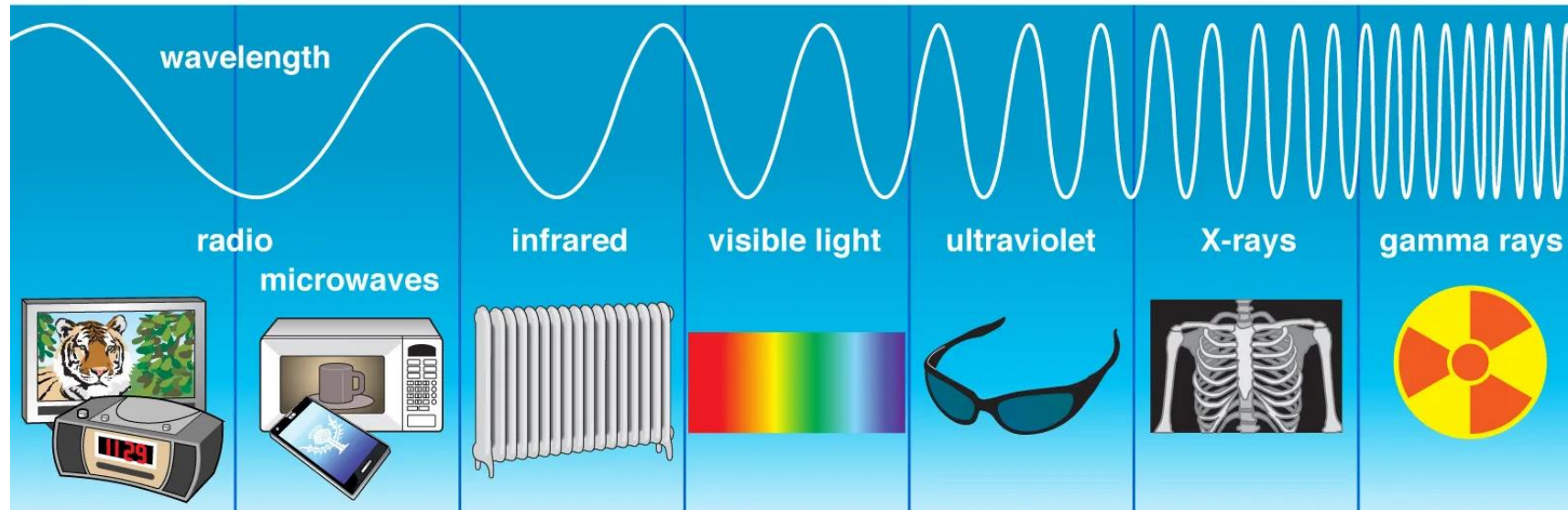
- Ορατή ακτινοβολία (φως)
 - Κάθε χρώμα αντιστοιχεί σε διαφορετική συχνότητα (μήκος κύματος) ακτινοβολίας.
 - $\lambda=700 \text{ nm}$ (κόκκινο) έως $\lambda=400 \text{ nm}$ (ιώδες).
- Υπεριώδες φως ($\lambda=4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ έως 10^{-10} m)
 - Ο Ήλιος είναι μια σημαντική πηγή υπεριώδους φωτός αλλά το μεγαλύτερο μέρος του υπεριώδους φωτός απορροφάται στη στρατόσφαιρα από το όζον.
- Ακτίνες Χ ($\lambda=10^{-8} \text{ m}$ έως 10^{-12} m)
 - Συνήθως παράγονται από επιταχυνόμενα ηλεκτρόνια υψηλής ενέργειας, τα οποία προσπίπτουν σε έναν μεταλλικό στόχο και χρησιμοποιούνται ως ιατρικό διαγνωστικό μέσο.

Προσεγγιστική αντιστοιχία μηκών κύματος του ορατού φάσματος και των χρωμάτων

Μήκος κύματος Εύρος (nm)	Χρώμα Περιγραφή
400–430	Ιώδες
430–485	Κυανό
485–560	Πράσινο
560–590	Κίτρινο
590–625	Πορτοκαλί
625–700	Κόκκινο

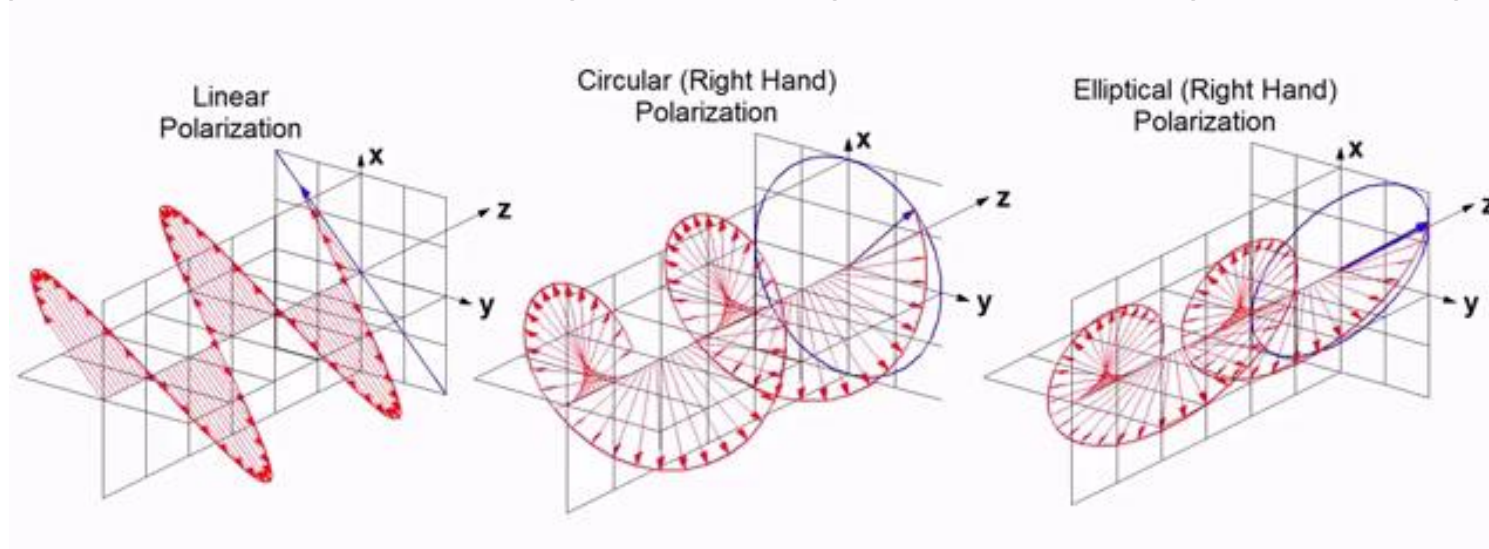
Το φάσμα της ΗΜ ακτινοβολίας

- Ακτίνες γάμμα ($\lambda=10^{-10}$ m έως 10^{-14} m)
 - Εκπέμπονται από ραδιενεργούς πυρήνες.
 - Είναι εξαιρετικά διεισδυτικές και προκαλούν σοβαρές βλάβες όταν απορροφώνται από τους ιστούς έμβιων οργανισμών.



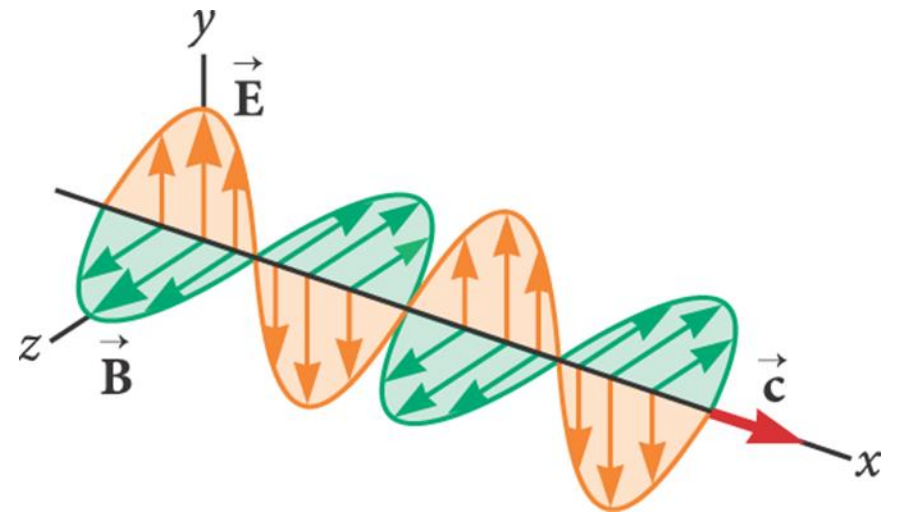
Πόλωση στα ΗΜ κύματα/φως

- Όταν το διάνυσμα του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου ενός ΗΜ κύματος ταλαντώνει μόνο κατά μέτρο και δεν αλλάζει η διεύθυνση (αλλά μόνο η φορά του) τότε έχουμε γραμμική πόλωση του κύματος.
- Άλλες περιπτώσεις: κυκλική πόλωση, ελλειπτική πόλωση.



Πόλωση στα ΗΜ κύματα/φως

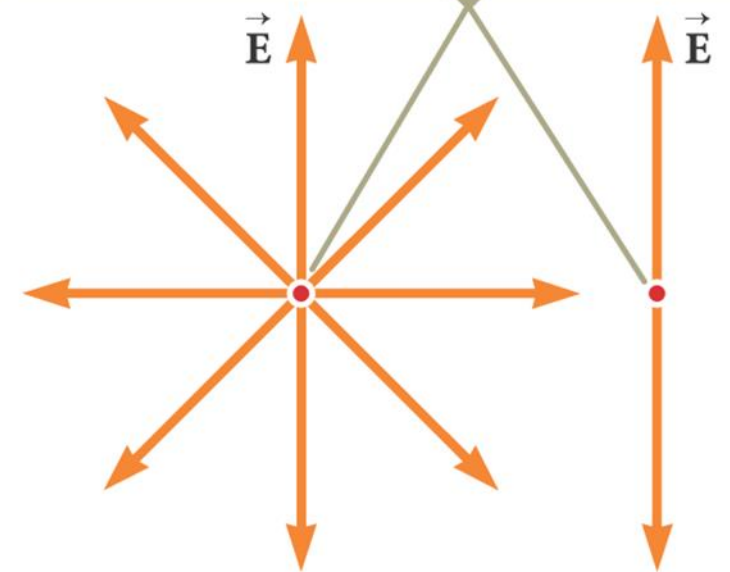
- Η διεύθυνση της πόλωσης ενός ΗΜ κύματος με γραμμική πόλωση ορίζεται ως η διεύθυνση στην οποία ταλαντώνεται το ηλεκτρικό πεδίο.
- Στο παράδειγμα της εικόνας, η διεύθυνση της πόλωσης συμπίπτει με τον άξονα y .
- Για ένα ΗΜ κύμα που διαδίδεται κατά τη διεύθυνση x το διάνυσμα του ηλεκτρικού πεδίου μπορεί να ταλαντώνει σε οποιαδήποτε διεύθυνση στο επίπεδο yz .



Πολωμένο και μη πολωμένο φως

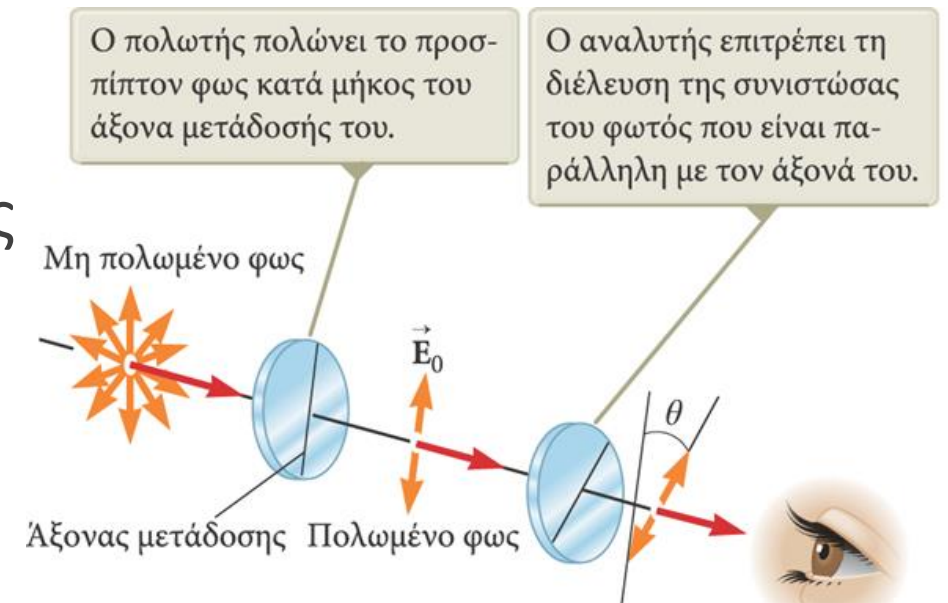
- Από κάθε κυματική πηγή μπορούν να προκύψουν όλες οι διευθύνσεις ταλάντωσης.
- Το συνιστάμενο ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι μια υπέρθεση κυμάτων που ταλαντώνονται σε πολλές διαφορετικές διευθύνσεις.
- Το αριστερό κύμα της εικόνας είναι ένα μη πολωμένο κύμα γιατί περιλαμβάνει όλες τις διευθύνσεις ταλάντωσης, ενώ το δεξιό είναι ένα πολωμένο ΗΜ κύμα.
- Το επίπεδο που ορίζεται από το πεδίο και από τη διεύθυνση διάδοσης ονομάζεται επίπεδο πόλωσης του κύματος.

Η κόκκινη κουκκίδα δείχνει τη φορά του διανύσματος της ταχύτητας για το κύμα με κατεύθυνση «έξω» από τη σελίδα.



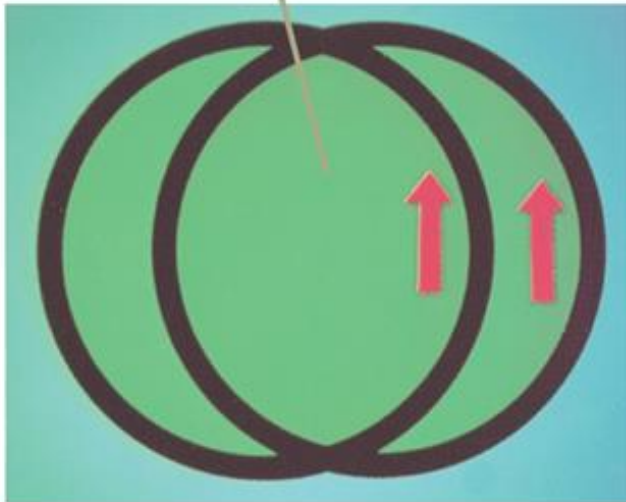
Δημιουργία πολωμένης δέσμης φωτός

- Έστω ένα υλικό μέσα στο οποίο μπορούν και διαδίδονται ΗΜ κύματα με διάνυσμα \vec{E} που ταλαντώνεται σε επίπεδο παράλληλο προς μία ορισμένη διεύθυνση, και απορροφώνται εκείνα με διάνυσμα \vec{E} που ταλαντώνεται σε όλες τις υπόλοιπες διευθύνσεις (υλικό πολωτής).
- Αν μια δέσμη μη πολωμένου φωτός προσπέσει στο υλικό, τότε αυτό θα φιλτράρει τις συνιστώσες του ΗΜ κύματος που έχουν πόλωση κάθετα στον άξονα μετάδοσής του. Αποτέλεσμα θα είναι μια πολωμένη δέσμη φωτός με πόλωση κατά τον άξονα μετάδοσης του πολωτή.

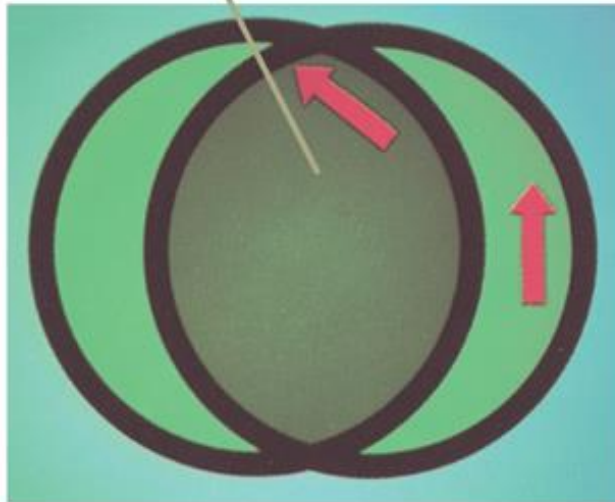


Ένταση του φωτός μέσα από δύο πολωτές

Το μεταδιδόμενο φως έχει μέγιστη ένταση όταν οι άξονες μετάδοσης είναι ευθυγραμμισμένοι μεταξύ τους.



Το μεταδιδόμενο φως έχει μικρότερη ένταση όταν η γωνία μεταξύ των αξόνων μετάδοσης είναι ίση με 45° .



Το μεταδιδόμενο φως έχει ελάχιστη ένταση όταν οι άξονες μετάδοσης είναι κάθετοι μεταξύ τους.

