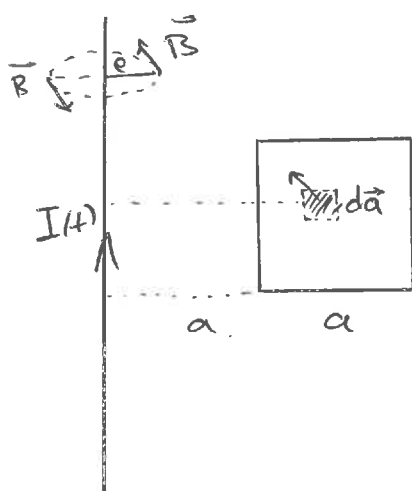


Άσκηση 4. Εξωγενής αμυγί αλκίρου μήκος διαρρέεται ρεύμα $I(t) = I_0 \sin(\omega t)$. Τετραγωνικός βρόχος ηλωρής α βρίσκεται σε απόσταση α από τον αγωγοί. Ο βρόχος έχει ολκή ανώσταση R, να ευρεθεί το ρεύμα ελ'ελαγωγής που διαρρέει το βρόχο.



Απάντηση:

Από νόμο Ampère: $\oint \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 I$ βρίσκουμε την ένταση:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi r} \hat{\phi}$$

Για να βρούμε το επαγόμενο ρεύμα $I_{en}(t)$ θα εφαρμόσουμε τον

$$\text{νόμο Ohm στο βρόχο} \Rightarrow I_{en}(t) = \frac{V_{en}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R}$$

Πρέπει να βρούμε ενοφένως την τάση ελ'ελαγωγής (των ΗΕΔ) στο βρόχο.

► Από το νόμο Faraday ισχύει: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$

Όπου η $\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{a}$ η μαγνητική ροή διατμήου του

αγωγού. Προφανώς: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I(t)}{2\pi\rho} \hat{\varphi}$ και $d\vec{a} = \rho d\rho dz \hat{\varphi}$

από το σχήμα

Συνεπώς η ροή μέσω του συγκεκριμένου επιφανείας θα είναι:

$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{a} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \rho d\rho dz$$

Για να βρούμε τη συνολική ροή απλώς ολοκληρώνουμε πάνω σε
όλο το αγωγό.

$$\begin{aligned} \Phi_B &= \int_a^{2a} \int_a^{2a} \frac{\mu_0 I}{2\pi\rho} \rho d\rho dz \\ &= \int_a^{2a} \frac{\mu_0 I}{2\pi} \left[\ln(\rho) \right]_a^{2a} dz \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(2) \cdot \int_a^{2a} dz \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln(2) \cdot a \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Phi_B(t) = \frac{\mu_0 I(t) a \ln(2)}{2\pi}$$

$$\text{Οπότε: } \mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{\mu_0 a \ln 2}{2\pi} \frac{dI(t)}{dt} = - \frac{\mu_0 a \ln 2}{2\pi} I_0 \cos(\omega t)$$

Επομένως:
$$I_{\text{ελ.}}(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} = - \frac{\mu_0 a \mu_2}{2\pi R} I_0 \cos(\omega t).$$

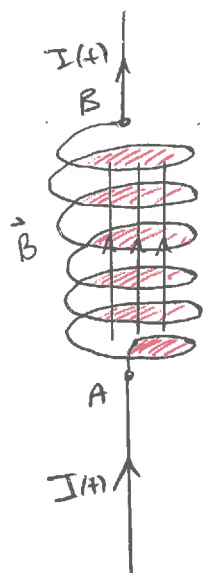
-3-

➤ Σχόλιο: Το πρόσημο εδώ δείχνει τη κατεύθυνση του ρεύματος.

SOS

Άσκηση 2: Σωληνοειδές πηνίο μήκους l , ^{και διατομής A} το οποίο έχει σωματικά N περιελίξεις διαρρέεται από ένα μεταβλλόμενο ρεύμα $I(t)$. Θεωρήστε ότι το πηνίο είναι ιδανικό (το μαγνητικό πεδίο στο εσωτερικό είναι $\vec{B} = \mu_0 n I(t) \hat{z}$, $n = \frac{N}{l}$).

Να βρείτε των $\mathcal{E} = V_{\text{ελ.}}$ στα άκρα του πηνίου.



Απάντηση:

Η τάση εξ'ηλεγχής δίνεται από το νόμο Faraday: $\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$

► Όπου Φ_B είναι η ΣΥΝΟΛΙΚΗ ροή που διαπερνάει την επιφάνεια των βρόχων. Εδώ ο βρόχος έχει περιελίξεις, κάθε μια από τις οποίες μπορεί να ορίσει μια επιφάνεια.

Φανταστείτε ότι τον βουκάτε σε σαλούνι. Όταν το δαχτύλιό του αννίο θα έχετε επιφάνεια από σαλούνι σε όλη την κύκλινα σφήλα που σχήματος.

► Για τη $\Phi_B = N \cdot B \cdot A$ (αφού το $\vec{B} \parallel d\vec{a}$) και έχουμε N επιφανείες όση οι μήνες.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \mathcal{E} &= - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{d}{dt} (N \cdot A \cdot B) = - \frac{d}{dt} (N \cdot A \cdot \mu_0 n I(t)) \\ &= - \frac{d}{dt} (N \cdot A \cdot \mu_0 \frac{N}{L} I(t)) \\ &= - \frac{N^2 \cdot A}{L} \mu_0 \frac{dI(t)}{dt} \\ &= - \frac{N^2 \cdot A}{L^2} \mu_0 L \frac{dI(t)}{dt} \end{aligned}$$

Ορίζουμε: $L \equiv \mu_0 n^2 V$, συντελεστής αυτεπαγωγής $= - \mu_0 n^2 V \frac{dI(t)}{dt}$, $V = A \cdot l$
↑
όγκος αννίου

$\Rightarrow \mathcal{E}_L = - L \frac{dI(t)}{dt}$ 5 ► Τότε εγείνηται να άκρα A, B.

► Σχόλιο: Ο συντελεστής αυτεπαγωγής εξαρτάται μόνο από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αννίου.

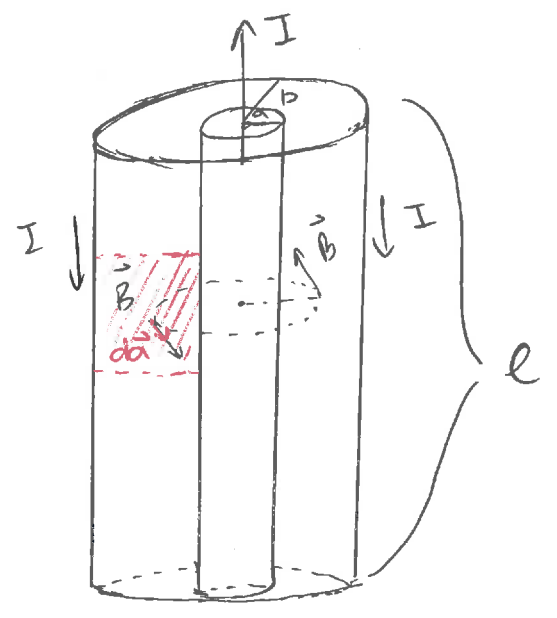
Σχόλιο: Προφανώς η $\mathcal{E}_L = V_{\text{em}} = \tau \dot{\alpha}\alpha\alpha$ εξ'ηραγεμής στα άκρα του πηνίου δεν είναι παρά το $\mathcal{E}_L = \oint_A \vec{E} \cdot d\vec{\ell}$, όπως περιγράφετε! Αλλά, εδώ θα το μελοδοητό χρησιμοποιήσουμε το νόμο Faraday για να λογαριάσουμε το $\mathcal{E}_L$.

$$\mathcal{E}_L = \oint \vec{E} \cdot d\vec{\ell} = - \frac{d}{dt} \oint \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

Σχόλιο: Γενικά ο συντελεστής αυτεπαγωγής κάποιου αγωγού βρίσκεται ως: $L = \frac{\Phi_B}{I}$

Άσκηση 3: Αυτεπαγωγή ομοαξονικού καλωδίου.

Έστω ομοαξονικό καλώδιο με ακτίνα του εσωτερικού αγωγού a και του εξωτερικού αγωγού b . Βρείτε τον συντελεστή αυτεπαγωγής του καλωδίου.

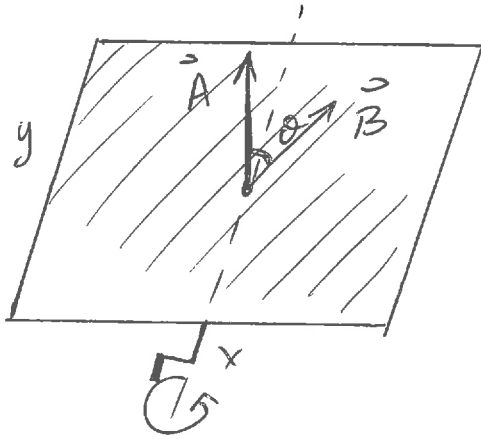


Ανάλυση: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$, $\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{a} = \int_0^l \int_a^b \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dp dz$

$\Rightarrow L = \frac{\Phi_B}{I} = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

$\Rightarrow \Phi_B = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

- Ας θεωρήσουμε ότι έχουμε ένα ορθογώνιο πλαίσιο εμβαδού A , το οποίο το περιστρέφουμε μηχανικά ενώ, μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ ομογενούς με γωνιακή ταχύτητα $\omega = \frac{2\pi}{T}$.



$$\theta = \omega t$$

- Η ροή είναι: $\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{a} = B \cdot A \cos \theta = BA \cos(\omega t)$

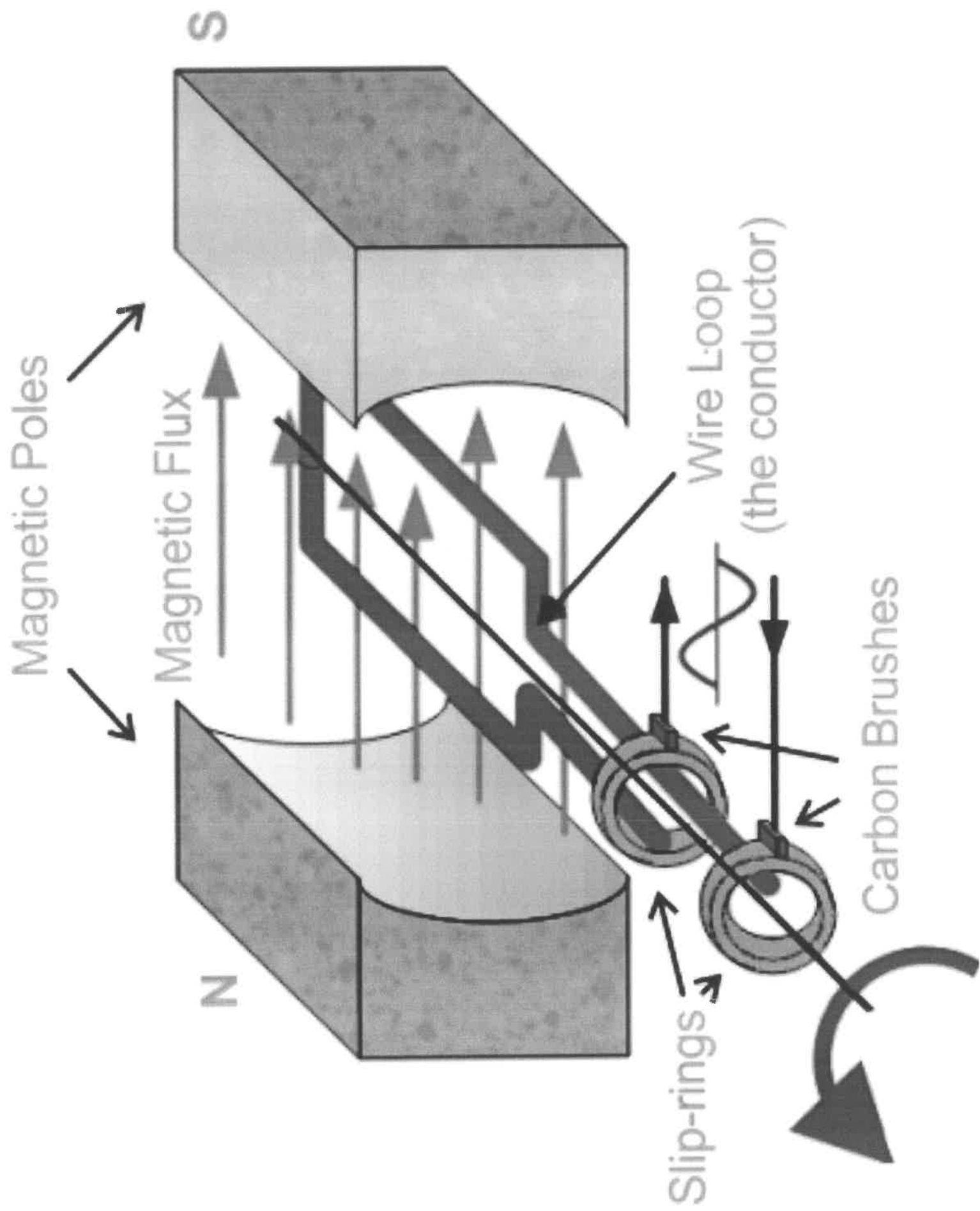
$$\text{Οπότε: } -\frac{d\Phi_B}{dt} = +AB\omega \sin \omega t = \mathcal{E}(t)$$

Οπότε τον ρεύμα θα τον διαρρέει ρεύμα: $I(t) = \frac{\mathcal{E}(t)}{R} = \frac{AB\omega}{R} \sin \omega t$.

Αυτή η τάση είναι εναλλασσόμενη ($\mathcal{E}(t) \sim \sin \omega t$) και το ρεύμα που παράγεται στο κύκλωμα καλείται εναλλασσόμενο ρεύμα ή A.C.

Από είναι το ρεύμα που λαμβάνουμε στο σπίτι. Συμβολίζεται $\sim$ των εναλλασσόμενων τάση.

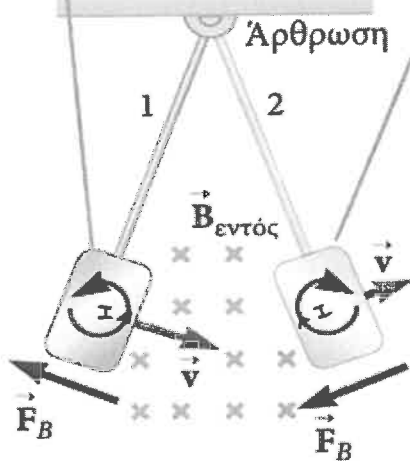
- Για να γυρίσει το πλαίσιο απαιτείται μηχανικό έργο (π.χ. καύσιμα, πυρηνική ενέργεια). και με τη σειρά του αυτό καθώς περιστρέφεται δημιουργεί ρεύμα $I(t)$.



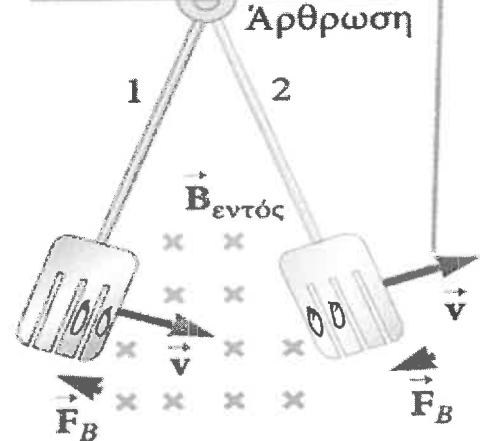
Όταν η αγώγιμη πλάκα εισέρχεται στο πεδίο, τα δινορεύματα έχουν αριστερόστροφη φορά.

Όταν η αγώγιμη πλάκα εξέρχεται από το πεδίο, τα δινορεύματα έχουν δεξιόστροφη φορά.

Αν δημιουργήσουμε σχισμές στην αγώγιμη πλάκα, τα δινορεύματα θα μειωθούν και η πλάκα θα ταλαντεύεται εντός και εκτός του πεδίου πιο ελεύθερα.



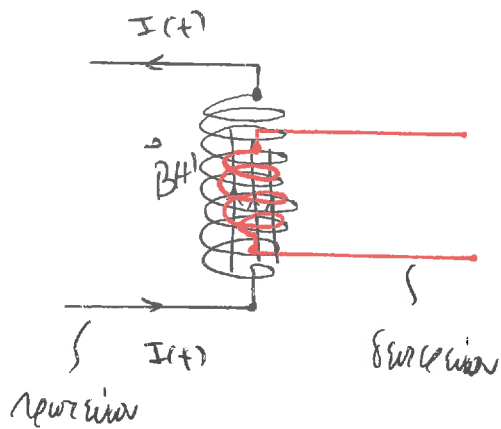
α



β

- Όταν έχουμε κίνηση σιδηρών αγωγών σε μαγνητικό πεδίο, ή αγωγή σωμάτων σε μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο, τότε δημιουργούνται εναγόμενα ρεύματα που αμυγνύς.
- Έτσι δουλεύουν οι ηλεκτρικές εστίες κυβίνος. Μεταβαλλόμενο $\vec{B}$, δημιουργεί ρεύμα το οποίο θερμαίνει μια αχτίδα.
- Αυτή η αρχή χρησιμοποιείται και σε μαγνητικές αντλίες σε αυτοκινητά.

- Ένα από τα μεγάλα πλεονεκτήματα του εναλλαλλόμενου ρεύματος AC έναντι του παθητικού DC, είναι ότι μπορούμε εύκολα να αυξομειώσουμε την τάση κατά τη διαδρομή.
- Ο τρόπος με τον οποίο πετυχαίνουμε την μείωση τάσης είναι ο εξής.



Φανταστείτε ότι έχουμε δύο πηνία το πρώτο αριστερά και το δεύτερο αριστερά.

• Θεωρούμε ότι η τάση στα άκρα του πηνίου είναι: $\mathcal{E}_1 = -N_1 \frac{d\Phi_B}{dt}$ (1)

όπου N_1 είναι οι σπείρες του και Φ_B η ροή από μια σπείρα.

- Η ροή όμως θα είναι ίδια και από μια σπείρα του δευτέρου (δεξιόστροφου πηνίου), θεωρώντας ίδια επιφάνεια. Όμως το δεύτερο έχει N_2 σπείρες. Άρα η τάση εξ'επαγωγής θα είναι.

$$\mathcal{E}_2 = -N_2 \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (2)$$

And (1), (2) $\Rightarrow$ $\frac{\mathcal{E}_1}{\mathcal{E}_2} = \frac{N_1}{N_2}$ ή με όρους τάσης $\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$

Αν π.χ. $V_1 = 220.000 \text{ Volt}$, $N_1 = 10.000$, $N_2 = 10$

$$\text{τότε } V_2 = \frac{N_2}{N_1} V_1 = \frac{10}{10.000} 220.000 = 220 \text{ V.}$$

► Αυτή η αρχή δίνει όλο το μετασχηματιστικό λόγο.