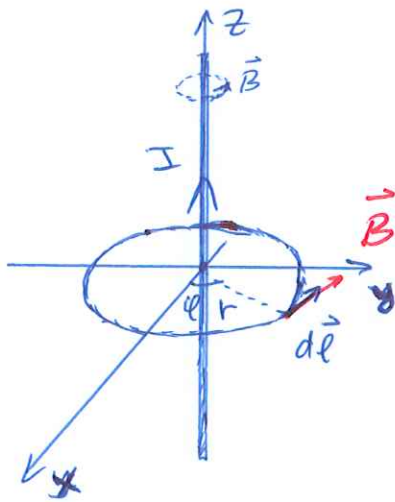


Ο νόμος του Ampère

Προτού μιλήσουμε για τον νόμο του Ampère ας δούμε δύο ασκήσεις που θα μας βοηθήσουν να τον κατανοήσουμε.

Άσκηση 1: Να υπολογίσουμε την κυκλοφορία του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$, αν κύκλο του σχήματος, το οποίο δημιουργείται από ρεύμα εδίδραμμένου αγωγού απείρου μήκους.



Η κυκλοφορία ορίζεται όπως το έργο: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$

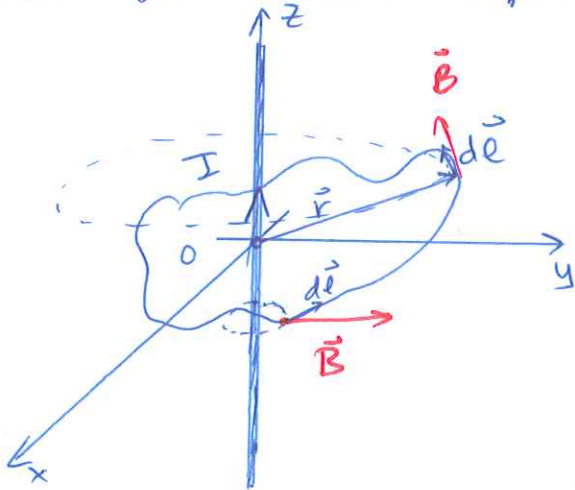
Εδώ έχουμε: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \hat{\varphi}$ (Από Νόμο Biot-Savart)

$$d\vec{l} = r d\varphi \hat{\varphi}$$

$$\Rightarrow \vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \times d\varphi \quad (\hat{\varphi} \cdot \hat{\varphi} = 1)$$

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi = \mu_0 I \quad \Rightarrow \quad \boxed{\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I}$$

Άσκηση 2: Επαναλάβετε τον υπολογισμό της κυκλοφορίας, αλλά για τυχαία καμπύλη.



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = ?$$

Προφανώς από νόμο Biot-Savart: $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \hat{\varphi}$

Γράφουμε το διάνυσμα στοιχειώδους μετατόμισης σε κυλινδρικές:

$$d\vec{l} = r d\varphi \hat{\varphi} + dr \hat{r} + dz \hat{z}$$

$$\vec{B} \cdot d\vec{l} = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \hat{\varphi} \cdot (r d\varphi \hat{\varphi} + dr \hat{r} + dz \hat{z}) \quad , \quad \begin{aligned} \hat{\varphi} \cdot \hat{\varphi} &= 1 \\ \hat{\varphi} \cdot \hat{r} &= 0 \\ \hat{\varphi} \cdot \hat{z} &= 0 \end{aligned}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} r d\varphi$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi$$

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_0^{2\pi} \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\varphi = \mu_0 I.$$

Ξαναβγίκε ότι $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I.$

» Σχόλιο: Αν είχατε πιο πολλά εσωτερικά (πιο πολλούς αγώνες) ρεύματα

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_1 + \mu_0 I_2 + \dots$$

Νόμος Ampère

-3-

Μαγειρεύουμε τις υπολογισμούς από τις προηγούμενες ασκήσεις και δείχνουμε τον νόμο Ampère:

$$\oint_{\ell(S)} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{εγκλ.}}$$

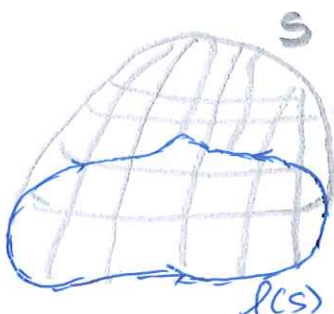
$\ell(S)$ = κατεύθυνση η οποία περιβάλλει τον $\vec{B}$ στην επιφάνεια S ,

$I_{\text{εγκλ.}}$ = Ρεύμα που διαρρέει τον $\vec{B}$ στην επιφάνεια S του βρόχου.

► Το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα του μαγνητικού πεδίου $\vec{B}$ κατά μήκος οποιασδήποτε κλειστής διαδρομής $\ell(S)$ ισούται με $\mu_0 \cdot I_{\text{εγκλ.}}$, όπου $I_{\text{εγκλ.}}$ είναι το συνολικό εγκλωπισμένο ρεύμα που διέρχεται από οποιαδήποτε επιφάνεια S η οποία ορίζεται από τη κλειστή διαδρομή $\ell(S)$. και μ_0 μια φυσική σταθερά.

** Ο νόμος Ampère χρησιμοποιείται να να δείχνουμε το μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ από κατανομές ρευμάτων, όταν υπάρχει κάποια συμμετρία στο σύστημα **

→ Είναι το ανάλογο του νόμου του Gauss στο μαγνητικό.



Οποιαδήποτε επιφάνεια που απορρέει από τον κατεύθυνση.

Εφαρμογές νόμου Ampère

-4-

Για να χρησιμοποιήσουμε τον νόμο Ampère εφαρμόσαμε ως εξής:

Βήμα 1: Εντονίζουμε εάν υπάρχει κάποια σφαιρική συν κατανομή πεδίων και τε δάιν αυτή διατέμνουμε κατάλληλη διαδρομή (δρόμο Ampère).

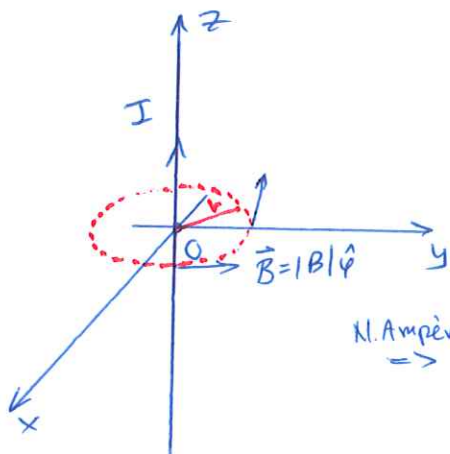
Βήμα 2: Από νόμο Ampère τε άγνωστο το $|\vec{B}|$ παίρνουμε:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = |\vec{B}| \cdot L = \mu_0 I$$

$\uparrow$ τήκος διαδρομής

Βήμα 3: Λύνουμε ως προς το μέγεθος $|\vec{B}| = \dots$ και αφού γνωρίζουμε την κατεύθυνση του $\vec{B}$ από τη σφαιρική συμμετρία.

Εφαρμογή 1: Άπειρος ευθύγραμμος ρευματοφόρος αγωγός. Να βρούμε το $\vec{B}$ σε όλο το χώρο.



$\mu_0 \text{ Ampère} \Rightarrow$

Λόγω κυλινδρικής συμμετρίας στο περίπλοκο: $\vec{B} = |\vec{B}| \hat{\phi}$

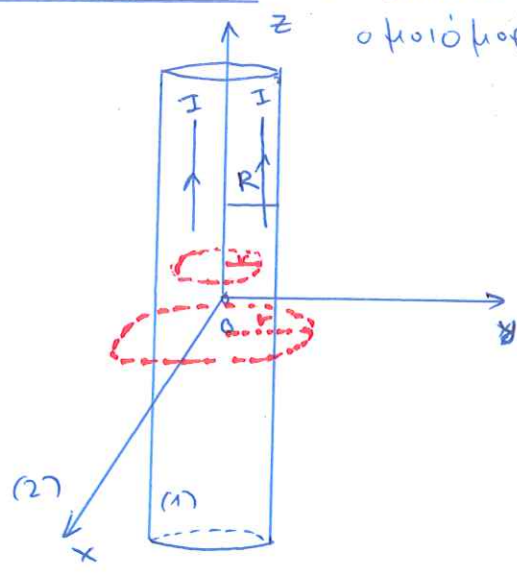
Λόγω αυτής της συμμετρίας διαλέγουμε ως δρόμο Ampère το κύκλο το χύτης

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = |\vec{B}| \cdot 2\pi r = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}}$$

Εφαρμογή 2: Μαγνητικό πεδίο αγωγού κυλίνδρου, που διαρρέεται από ομοιόμορφη κατανομή ρεύματος.



Από το σχήμα προκύπτει ότι έχουμε δύο περιοχές μέσα και έξω από τον αγωγό. Από συμμετρία και στις δύο περιοχές το μαγνητικό πεδίο θα είναι: $\vec{B} = |B| \hat{\varphi}$.

Περιοχή 2: Λόγω της κυλινδρικής συμμετρίας θα επιλέξουμε τον βρόχο Ampère κύκλο. Επιλέγουμε από ν. Ampère έχουμε:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

$$\Rightarrow |B| \cdot 2\pi r = \mu_0 I \quad ; \quad \text{Αφού } I_{\text{enc}} = I \quad (\text{όσο το ερώτημα})$$

$$\Rightarrow |B| = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\varphi} \quad , \quad r > R$$

Περιοχή 1: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}$

$$\Rightarrow |B| \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

* Το I_{enc} είναι το ρεύμα που διαρρέει την επιφάνεια του βρόχου.

Αφού δίνεται ότι η κατανομή ομοιόμορφη μέγιστη: $I = J \cdot \pi R^2 \Rightarrow J = \frac{I}{\pi R^2} \left(\frac{A}{m^2} \right)$

Ενοτήτως κατανοή πείλως αίρω: $J = \frac{I}{\pi R^2} \left(\frac{\text{εξίτα}}{\text{επίφανεια}} \text{ ή } \frac{A}{m^2} \right)$ -6-

Οπότε η επίφανεια κύκλου r θα έλως πείτα $I_{\text{εξ.}} = J \cdot \pi r^2$

$$\Rightarrow I_{\text{εξ.}} = \frac{I}{\pi R^2} \cdot \pi r^2 = \frac{I}{R^2} r^2$$

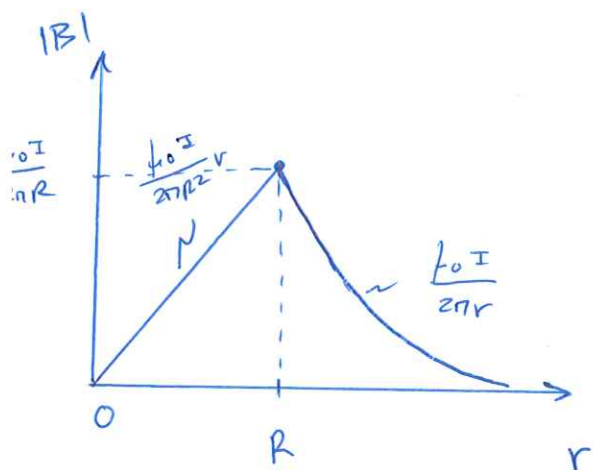
Οπότε έλως: $|B| \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I}{R^2} r^2$

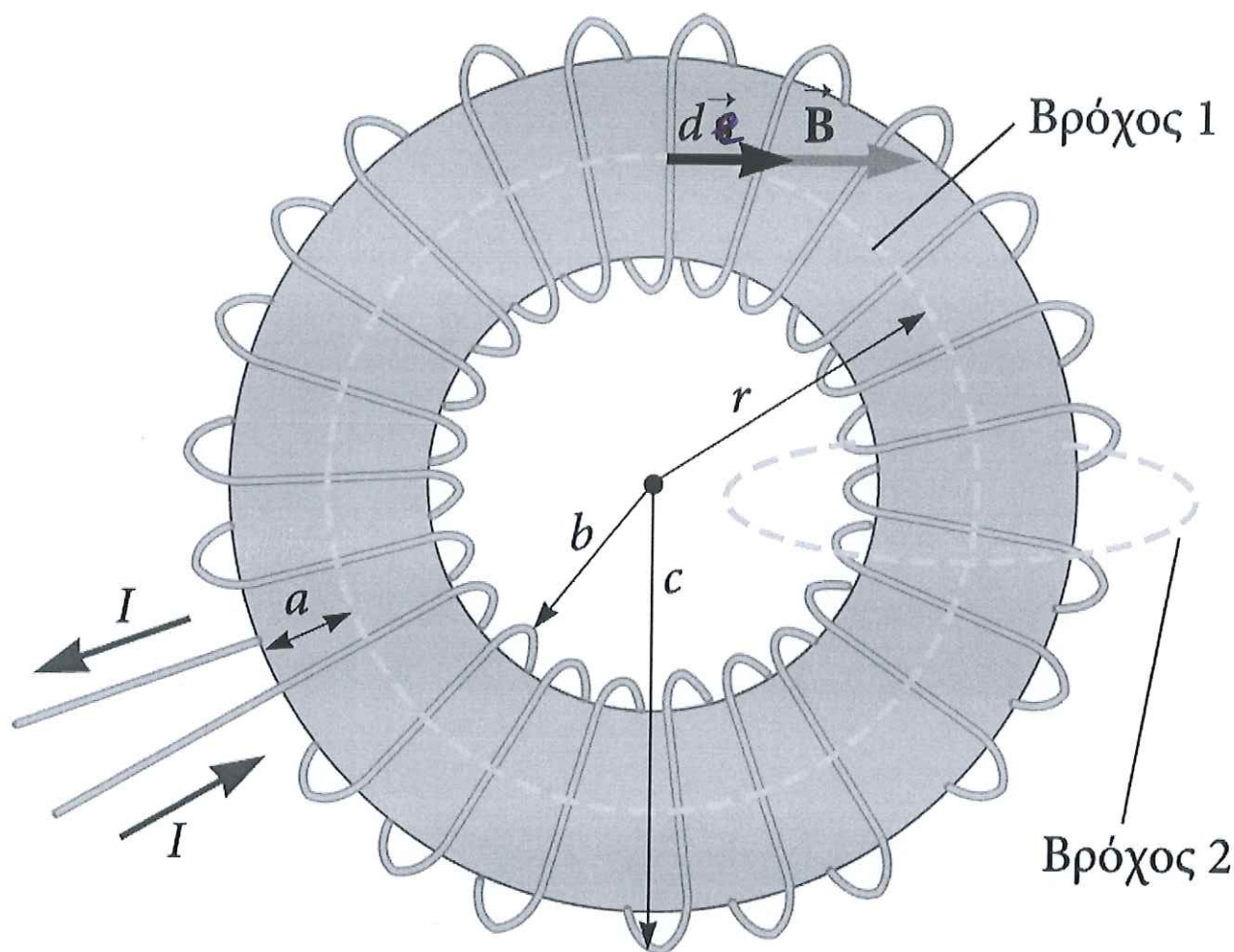
$$\Rightarrow |B| = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \hat{\varphi}, \quad 0 \leq r < R$$

Συνώς έλως:

$$\vec{B} = \begin{cases} \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r \hat{\varphi}, & 0 \leq r < R \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\varphi}, & r \geq R. \end{cases}$$





- Στο σχήμα φαίνεται ένα δακτυλιοειδές ηνίο με N περιελίξεις.
- Εάν οπτηθούμε το αποτέλεσμα για το βρόχο που διαρρέεται από ρεύμα $I \rightarrow \vec{B}$ το $\vec{B}$ είχε φορά στο κέντρο του κάθε αν επιφάνεια που ορίει ο βρόχος. Από τη κυλινδρική στήλη του σχήματος και εδώ θα έχουμε: $\vec{B} = |\vec{B}|(\hat{\varphi}) = |\vec{B}|(-\hat{\varphi})$

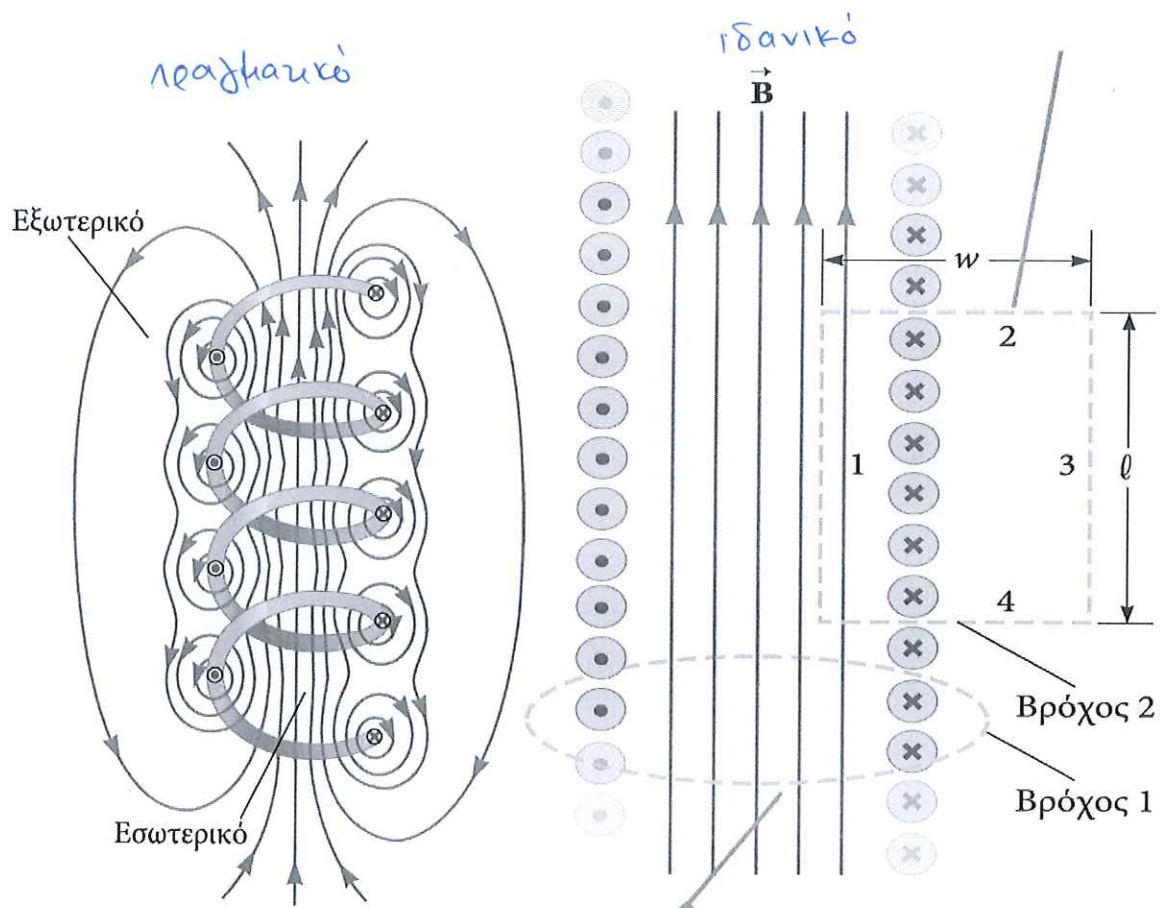
- Επιλέγουμε ως βρόχο Ampère το κυκλικό φράγμα του σχήματος.

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enclosed}}$$

$$\Rightarrow |\vec{B}| \cdot 2\pi r = \mu_0 N \cdot I, \quad \text{κάθε σημείο διαρρέεται από ρεύμα } I \text{ και έχουν } N \text{ σημεία}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{B} = -\frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \hat{\varphi}, & b < r < c \\ \vec{B} = 0, & \text{αλλού αφού } I_{\text{enclosed}} = 0 \text{ για } r < b \text{ και } r > c. \end{cases}$$

Εφαρμογή 4: Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς (ιδανικού) - 8 -



► Στο εσωτερικό του σωληνοειδούς οι γραμμές του πεδίου είναι:

- Σχεδόν παράλληλες μεταξύ τους
- Κατανομή ομοιομορφία
- Σε κονινή απόσταση μεταξύ τους

} $\Rightarrow$ Ομογενές πεδίο (περίπου)

► Ιδανικό σωληνοειδές = πυκνές σπείρες, μήκος πολύ μεγαλύτερο από των άξονα.

► Θεωρούμε ομογενές $\vec{B} = |B| \hat{z}$

► Επιλέγουμε ως βρόχο Ampère το ορθογώνιο του σχήματος.

$$\Rightarrow \oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enc}}.$$

Προσεγγιστικά $\vec{B}_{\text{εξω}} \approx 0$: οπότε ήσια $\vec{B} = |B| \hat{z}$.

- Στις διαδρομές 1: $B \cdot \ell$

- Στις διαδρομές 2, 4: $\vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 0$, αφού κάθετα ήσια και εξω $\vec{B} \approx 0$

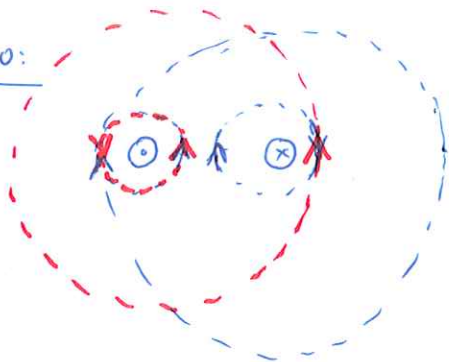
- Στις διαδρομές 3: $B \cdot \ell = 0$, αφού $\vec{B} \approx 0$

$$\Rightarrow |\vec{B}| \cdot \ell = \mu_0 N \cdot I$$

$$\Rightarrow |\vec{B}| = \mu_0 \frac{N}{\ell} I, \text{ ορίζουμε } n = \frac{N}{\ell} \text{ (σπείρες ανά μήκος)}$$

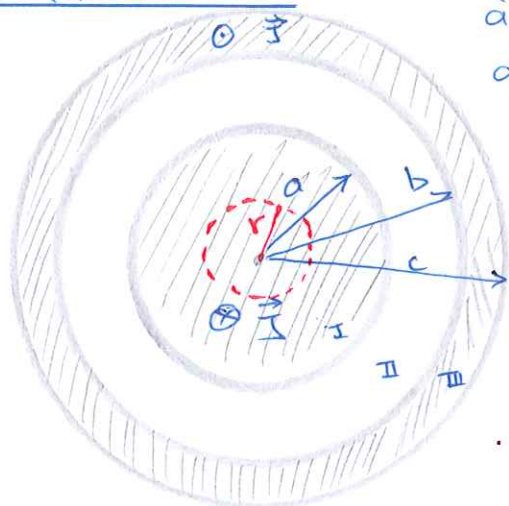
$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{B} = \mu_0 n I \hat{z}, & \text{έξω} \\ \vec{B} \approx 0, & \text{έξω} \end{cases}$$

Σχόλιο:



Μέσα τα μαγνητικά πεδία είναι ομοόμοια $\uparrow\uparrow$, ενώ έξω είναι αντιστροφή $\downarrow\uparrow$ αριστερά και $\downarrow\uparrow$ δεξιά. Τις απόδειξη $\vec{B} \approx 0$ έξω.

Εφαρμογή 5:



Να βρεθεί το $\vec{B}$ σε όλο το χώρο, ενός άπειρου ευθύγραμμου αγωγού κυκλικής διατομής ακτίνας a που διαρρέεται από ρεύμα I_0 προς τα αριστερά. Το ίδιο ρεύμα επιστρέφει σε ομοκεντρικό δακτυλιοειδή αγωγό ακτίνων b, c . Το ρεύμα κατανέμεται ομοιόμορφα στη διατομή και των δύο αγωγών.

Απάντηση: Αφού έχουμε ομοιόμορφη κατανομή παρτωί θα

ισχύει: $J_{\text{I}} = \frac{I_0}{\pi a^2}$ ή $I_0 = J_{\text{I}} \cdot \pi a^2$ (από $I = \int \vec{J} \cdot d\vec{a}$)

και από $I_0 = \pi (c^2 - b^2) \cdot J_{\text{III}} \Rightarrow J_{\text{III}} = \frac{I_0}{\pi (c^2 - b^2)}$

-10-

Εφαρμόστηκε νόμος Ampère στα κυκλικά δέσους αχρίνας
 r , έναν $\forall$ περιοχή του προβλήματος. Ομορφότερα παντού $\vec{B} = |\vec{B}|(-\hat{\varphi})$.

Περιοχή I: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{εμπ.}}$, ερω $\vec{B} = |\vec{B}|(-\hat{\varphi})$
 (κανόνας δεξιάς χείρας)

$$\Rightarrow |\vec{B}| \cdot 2\pi r = \mu_0 I_I \pi r^2$$

$$\Rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_I}{2\pi r} \cdot \pi r^2 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r \cdot \pi a^2} \cdot \pi r^2 = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi a^2} r$$

$$\Rightarrow \vec{B} = - \frac{\mu_0 I}{2\pi a^2} r \hat{\varphi}, \quad 0 \leq r \leq a$$

Περιοχή II: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{εμπ.}}$ ερω $\vec{B} = |\vec{B}|(-\hat{\varphi})$

$$\Rightarrow |\vec{B}| \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{\text{εμπ.}}$$

$$\Rightarrow |\vec{B}| = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r}$$

$$\Rightarrow \vec{B} = - \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\varphi}, \quad a \leq r \leq b$$

Περιοχή III: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{εμπ.}}$

$$\Rightarrow |\vec{B}| \cdot 2\pi r = \mu_0 I_{\text{εμπ.}}$$

$$\Rightarrow |\vec{B}| \cdot 2\pi r = \mu_0 I_0 + \mu_0 I_{\text{III}} \pi(r^2 - b^2)$$

$$\Rightarrow |\vec{B}| \cdot 2\pi r = \mu_0 I_0 + \mu_0 \frac{I_0}{\pi(c^2 - b^2)} \pi(r^2 - b^2)$$

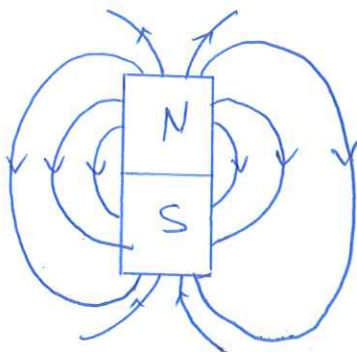
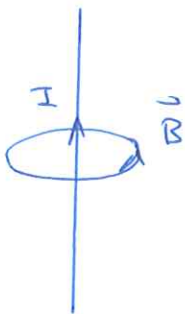
$$\Rightarrow \vec{B} = - \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \hat{\varphi} + \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r (c^2 - b^2)} (r^2 - b^2) \hat{\varphi}, \quad b \leq r \leq c.$$

Περιοχή IV: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{εμπ.}}^0 \Rightarrow \vec{B} = 0, \quad r > c$
 (όσο αχρίνα έχουμε άχρις)

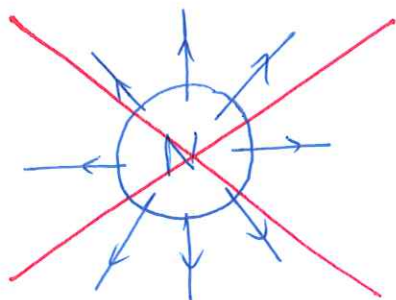
Ο νόμος του Gauss για το μαγνητικό.

-11-

- Όπως έχουμε δει σε όλα τα πειράματα μέχρι τώρα οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι κλειστές.



- Δεν υπάρχουν ενοπείνις απειρακίς ηηές μαγνηκί πεδίον, μαγνηκά μονόπολα.

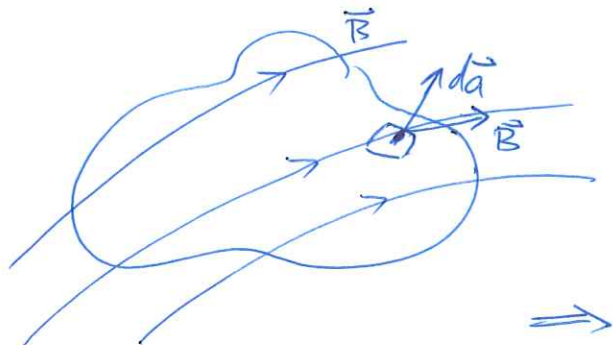


ΟΧΙ ΕΣ ΤΟΡΑ
ΤΕΤΟΙΟ $\vec{B}$.

- Ενοπείνις εάν ζωγραφίσουμε μια οποιαδήποτε νοητή κλειστή επιφάνεια (όπως κείναι στο νόμο Gauss), όλες γραμμές μπαίνουν, τόσες δε βγαίνουν. Η ποσ όνις και σινι η ηλεκτροστατικί θα είναι:

$$\Phi_B = \oint_{\text{scv}} \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

Απόι όλες μπαίνων βγαίνων: $\oint \vec{B} = 0$



$\Rightarrow$

$$\oint_{\text{scv}} \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$$