

email: koutsokostasgeorgios@gmail.com

Τι πραγματώνεται το κείμενο?

Τα φαινόμενα που περιγράφονται μέσω της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας είναι παντού γύρω μας. Από τα φώτα, τους υπολογιστές, αυτοκίνητα, τηλεοράσεις ως το ορατό τμήμα, τους ανθρώπινους κύες και το κλατό.

Όλα τα παραπάνω και πολλά ακόμη φαινόμενα οφείλονται και περιγράφονται από τους νόμους του ηλεκτρομαγνητισμού.

Για να κερδίσει όποιος να γίνει σωστά η περιγραφή και η κατανόηση των φαινομένων ως δομούνται οι σπουδαίες φράσεις του Γαλιλαίου: "Το μεγάλο βιβλίο της φύσης είναι γραμμένο με μαθηματικά".

- Εβδομάδα 1 - 4: Ηλεκτροστατική. Νόμος Coulomb, ηλεκτρικό πεδίο $\vec{E}$, Ν. Gauss, δυναμικό V για συνεχείς και διακριτές κατανομές φορτίου.
- Εβδομάδα 5 - 6: Μαγνητοστατική. Νόμος Biot-Savart, μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$, νόμος του Ampère και υπολογισμός μαγνητικού πεδίου διαφόρων κατανομών ρεύματος.
- Εβδομάδα 7 - 9: Αυτεπαγωγή, κυκλώματα και ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία.
- Εβδομάδα 10 - 12: Οπτική, Νόμος Snell, διακρίσεις σκοτάδι ως οπτικές.
- Εβδομάδα 13: Επανάληψη

Βιβλιογραφία:

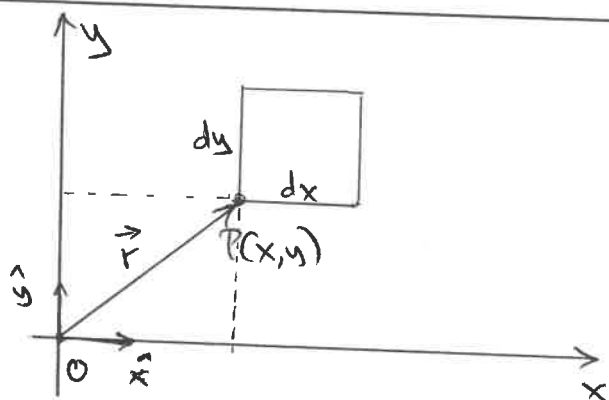
1. R. Serway, J.W. Jewett, Φυσική για επιστήμονες και μηχανικούς, ηλεκτροστατική και μαγνητισμός, οπτική και οηχητική, σύγχρονη φυσική. Εκδόσεις: Κλειδάριθμος
2. H.D. Young, R.A. Freedman, Πανεπιστημιακή φυσική με σύγχρονη φυσική, (δευτέρος τόμος) ηλεκτροστατική - οηχητική - σύγχρονη φυσική. Εκδόσεις: Παπαγιάσης, 2019.
3. J.P. Griffiths, Εισαγωγή στην ηλεκτροδυναμική
Εκδόσεις Κρύπτης

Σχόλιο: Δεν θα ακολουθούμε κάποιο σύγγραμμα πια, δι' αυτό θα πρέπει να κρατάτε καλές σημειώσεις στο μάθημα και να κάνετε τις ασκήσεις!

ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΩΝ

Για να μπορούμε να κείνουμε οποιαδήποτε μέγεθος φυσικών ποσοτήτων πρέπει να εισαγάγουμε κάποιο σύστημα συντεταγμένων ως προς το οποίο γίνονται οι μετρήσεις αυτές.

Τα πιο βασικά συστήματα συντεταγμένων είναι τα ακόλουθα:

ΚΑΡΤΕΣΙΑΝΕΣ ΣΥΝΤΕΤΑΓΜΕΝΕΣ (2D)

$$\text{Με: } -\infty < x < \infty \\ -\infty < y < \infty$$

Σημεία

Στο καρτεσιανό σύστημα συντεταγμένων τα σημεία του χώρου 2 διαστάσεων χαρακτηρίζονται από το ζεύγος (x, y) .

Έτσι σημείο $P = P(x, y)$.

Διάνυσμα θέσης

Μπορούμε να ορίσουμε για κάθε σημείο P ένα διάνυσμα $\vec{r}$ που καλείται διάνυσμα θέσης και γράφεται ως:

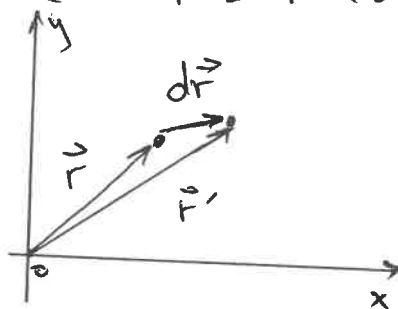
$$\vec{r} = x \hat{x} + y \hat{y}, \quad \text{όπου } \hat{x}, \hat{y} \text{ είναι μοναδιαία (ήξεο μονάδα) διανύσματα κάθετα μεταξύ τους.}$$

Διάνυσμα στοιχειώδους μετατόνισης

Εάν από τη θέση $\vec{r} = x \hat{x} + y \hat{y}$ μετακινηθούμε σε μια "κοντινή" θέση $\vec{r}' = (x+dx) \hat{x} + (y+dy) \hat{y}$, τότε μπορούμε να ορίσουμε το διάνυσμα αυτής της στοιχειώδους μετατόνισης ως:

$$d\vec{r} = \vec{r}' - \vec{r} \quad (\text{ή} \quad \vec{r}' = \vec{r} + d\vec{r})$$

$$\Rightarrow \boxed{d\vec{r} = dx \hat{x} + dy \hat{y}}$$



Ουσιαστικά μπορούμε να σκεφτούμε ότι το $d\vec{r}$ ψαχίνεται αντάξιος ξεκινώντας από ένα σημείο (x, y) και κάνοντας ανεξοχά μικρές μετατοπίσεις στις συντεταγμένες x, y του σημείου αυτού.

Στοιχειώδες εμβαδόν

$$da = dx dy \quad \text{ή} \quad (da = |dx \hat{x} \otimes dy \hat{y}| = dx dy)$$

Βαθμικές συναρτήσεις

Αν μας ενδιαφέρει να παράδειγμα η θερμοκρασία σε κάθε σημείο (x, y) των δύο διαστάσεων, μπορούμε να ορίσουμε μια συνάρτηση $T = T(x, y)$ όπου θα ο σημείο (x, y) έχουμε μια βαθμική τιμή T η τη θερμοκρασία.

Διανυσματικές Συναρτήσεις:

Θα μπορούσαμε επίσης σε δύο διαστάσεις να φανταστούμε ότι έχουμε την επιφάνεια ενός ρεοστού και εστιάζουμε σε κάθε σημείο να δούμε να κυμαίνεται την ταχύτητα του ρεοστού. Αφού η ταχύτητα είναι διάνυσμα σε δύο διαστάσεις, θα έχει δύο συνιστώσες v_x, v_y , κάθε μία από τις οποίες θα εξαρτάται από το σημείο (x, y) .

Έτσι φτιάχνουμε ένα διανυσματικό πεδίο ως:

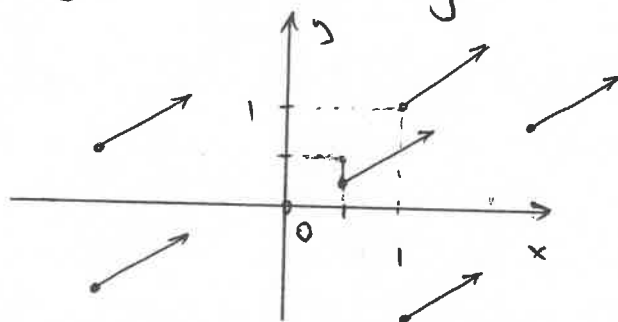
$$\vec{v}(x, y) = v_x(x, y) \hat{x} + v_y(x, y) \hat{y}$$

π.χ. 1

$$\vec{v}(x, y) = 2 \hat{x} + 2 \hat{y}$$

$$v_x(x, y) = 2$$

$$v_y(x, y) = 2$$



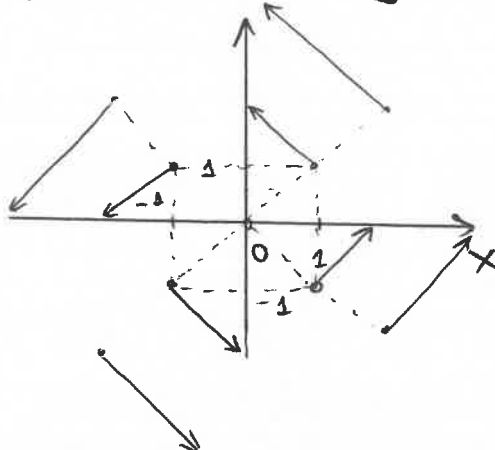
→ Ιδια $\forall (x, y)$.

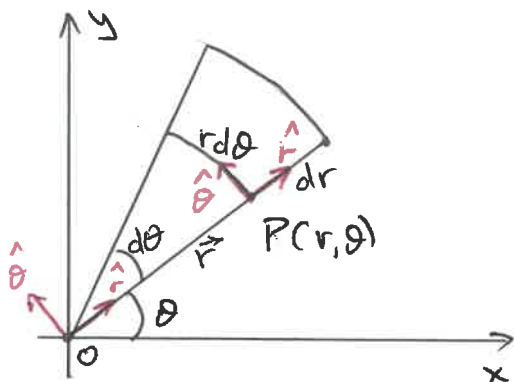
π.χ. 2

$$\vec{v}(x, y) = -y \hat{x} + x \hat{y}$$

$$v_x(x, y) = -y$$

$$v_y(x, y) = x$$





Με: $0 \leq r < \infty$

$0 \leq \theta < 2\pi$

Σημεία

Στις πολικές συντεταγμένες τα σημεία του χώρου 2-διαστάσεων χαρακτηρίζονται από ένα ζεύγος (r, θ) .

Έτσι το σημείο $P = P(r, \theta)$

Διάνυσμα θέσης

Μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα διάνυσμα από την αρχή των αξόνων ως κάποιο τυχαίο σημείο $P(r, \theta)$ και να το γράψουμε:

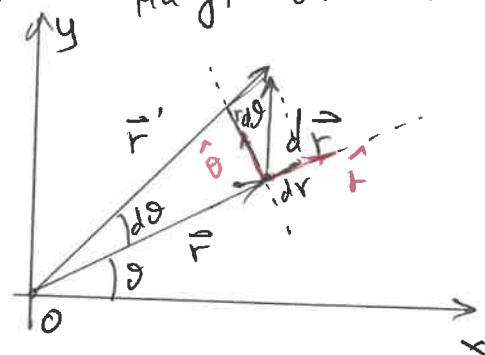
$$\vec{r} = r \hat{r}$$

Προσοχή: Κάθε σύστημα συντεταγμένων έχει και τα δικά του μοναδιαία ανύσματα, κάθετα μεταξύ τους. Εδώ είναι τα $\hat{r}$, $\hat{\theta}$ ΔΕΝ είναι σταθερά, αλλά εξαρτώνται από τη γωνία θ .

• Διάνυσμα στοιχειώδους μετατόμισης

Το διάνυσμα της στοιχειώδους μετατόμισης ασκείται με το να κινηθείτε ανεξάρτητα στις 2 ανεξάρτητες διαστάσεις (συντεταγμένες) r, θ . Έτσι τα αντίστοιχα διανύσματα μετατόμισης $dr \hat{r}$ και $r d\theta \hat{\theta}$ μαζί δίνουν:

$$d\vec{r} = \underbrace{dr}_{\text{μήκος}} \underbrace{\hat{r}}_{\text{κατεύθυνση}} + \underbrace{r d\theta}_{\text{μήκος (τόξου)}} \underbrace{\hat{\theta}}_{\text{κατεύθυνση}}$$



Όμοιος με τις καρτεσιανές συντεταγμένες το $d\vec{r}$ αρχικά ξεκινώντας από ένα σημείο (r, θ) του επιπέδου και κινώντας ανεξάρτητες μετατομίσεις κατά μήκος των συντεταγμένων r, θ .

• Στοιχειώδεις εμβαδόν

$$da = r d\theta dr$$

• Βαθμωτές συναρτήσεις

Όμοιος με τις καρτεσιανές για βαθμωτή συνάρτηση πρέπει να είναι η διεπιφάνεια σε κάθε σημείο (r, θ) . Έτσι σχετίζεται:

$$T = T(r, \theta)$$

Διανυσματικά Πεδία

Όπως και στις καρτεσιανές έτσι και στις πολικές συντεταγμένες μπορούμε να περιγράψουμε πχ. το πεδίο ταχύτητας ενός ρευστού με την παρακάτω μορφή:

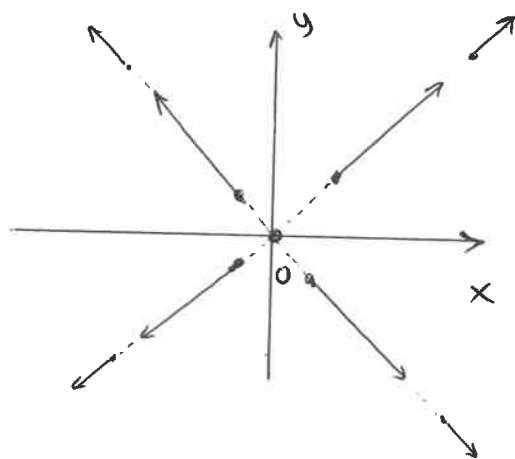
$$\vec{v}(r, \theta) = v_r(r, \theta) \hat{r} + v_\theta(r, \theta) \hat{\theta}$$

Όπου η συνάρτηση $v_r(r, \theta)$ μας δίνει ποιά είναι η ρηίως ακτινική συνιστώσα v_r ταχύτητας του ρευστού, ενώ η συνάρτηση $v_\theta(r, \theta)$ που περιγράφει την γωνιακή συνιστώσα.

1.χ.1 $\vec{v}(r, \theta) = \frac{1}{r^2} \hat{r}$

$$v_r(r, \theta) = \frac{1}{r^2}$$

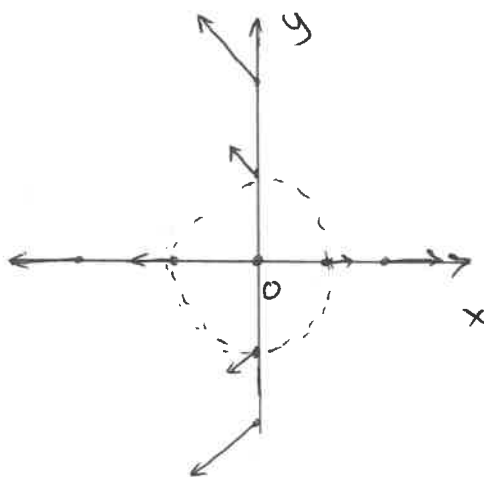
$$v_\theta(r, \theta) = 0$$

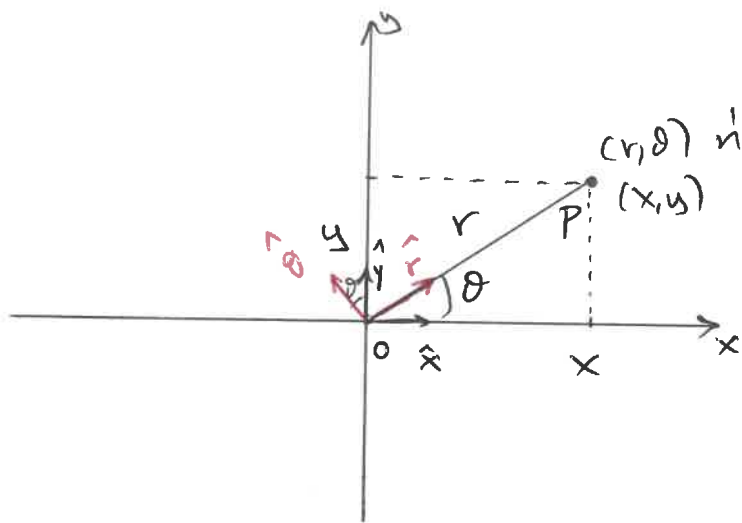


1.χ.2 $\vec{v}(r, \theta) = r \hat{r} + \sin \theta \hat{\theta}$

$$v_r(r, \theta) = r$$

$$v_\theta(r, \theta) = \sin \theta$$





Σημεία

Τα σημεία του επιπέδου μπορούν να περιγραφούν είτε με (x, y) είτε με (r, θ) . Τα ζεύγη μπορούν να συνδεθούν μεταξύ τους από τις σχέσεις ως εξής:

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Διανύσματα θέσης (Μοναδιαία ανύσματα)

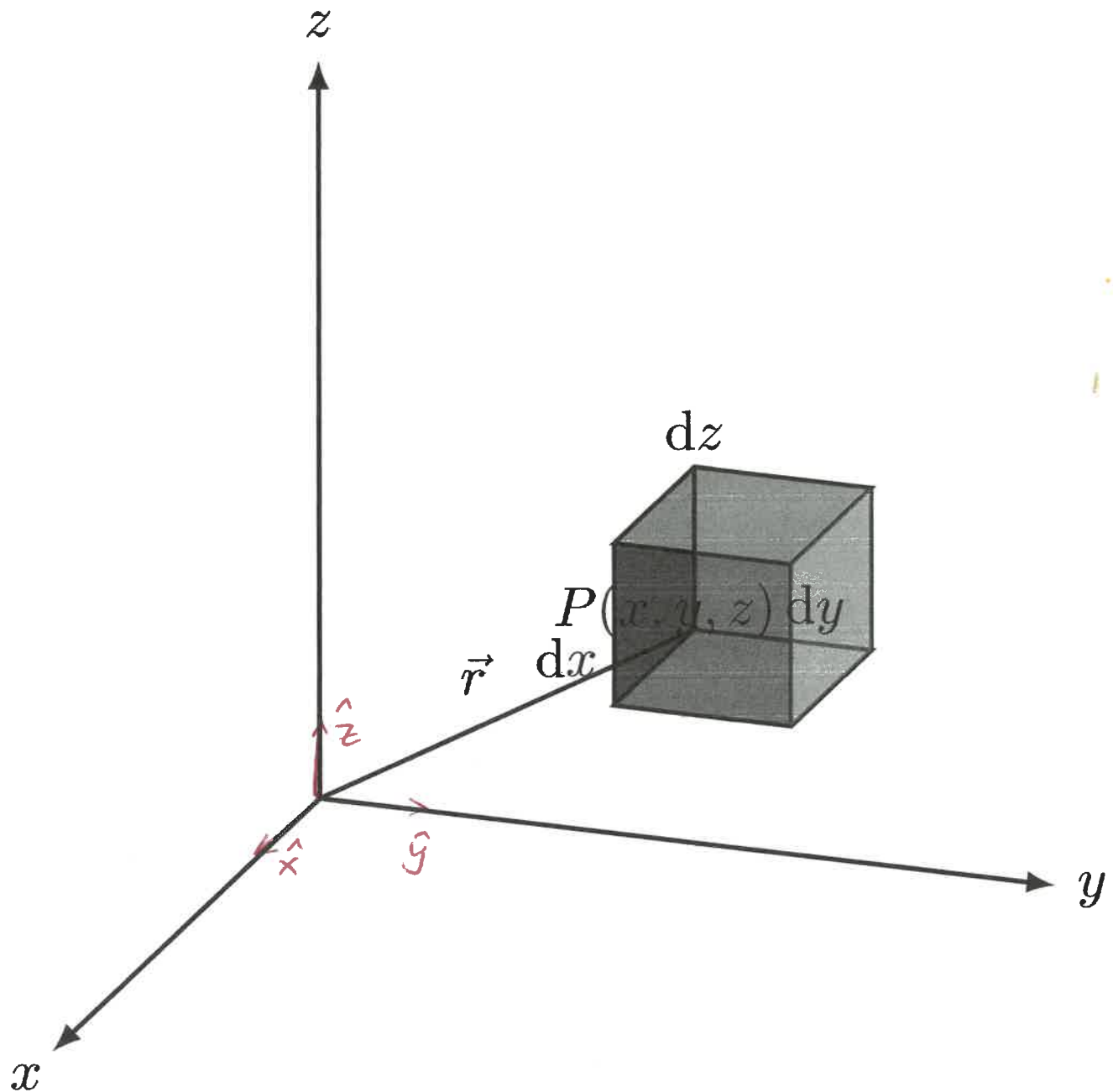
Το μοναδιαία ανύσματα που χαρακτηρίζονται 2 ουσίαματα θέσης μπορούν να συνδεθούν με προβολή του ενός στο άλλο. Έτσι από το σχήμα φαίνεται:

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}$$

$$\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

$$\hat{x} = \cos \theta \hat{r} - \sin \theta \hat{\theta}$$

$$\hat{y} = \sin \theta \hat{r} + \cos \theta \hat{\theta}$$



Με: $-\infty < x < \infty$
 $-\infty < y < \infty$
 $-\infty < z < \infty$

και τα $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ αντί δύο
κάθετα μοναδιαία
ανύσματα.

• Σημεία: $P = P(x, y, z)$

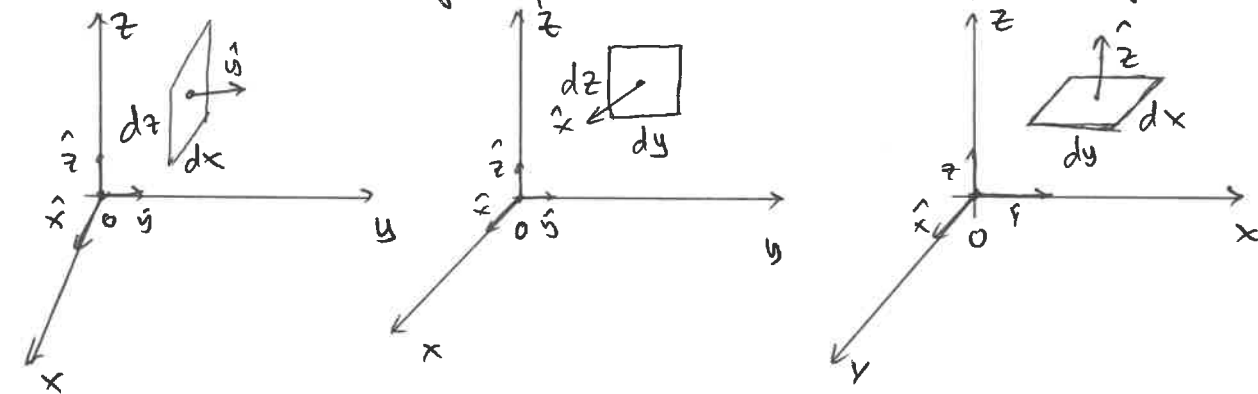
• Διάνυσμα θέσης: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

• Διάνυσμα στοιχειώδους μετατόμισης: $d\vec{r} = dx\hat{x} + dy\hat{y} + dz\hat{z}$

• Στοιχειώδης Όγκος: $dV = dx dy dz$

• Στοιχειώδης εμβαδόν:

Προσοχή: Στις 3-διαστάσεις μια επιφάνεια μπορεί να έχει προσανατολισμό (εκτός από εμβαδό). Επομένως πρέπει να συνεισφέρει ως διάνυσμα. Στις καρτεσιανές συντεταγμένες σε 3D, μπορούμε να φτιάξουμε 3 διαφορετικές στοιχειώδεις επιφάνειες ανάλογα με το που θα κινηθούμε. Έτσι έχουμε

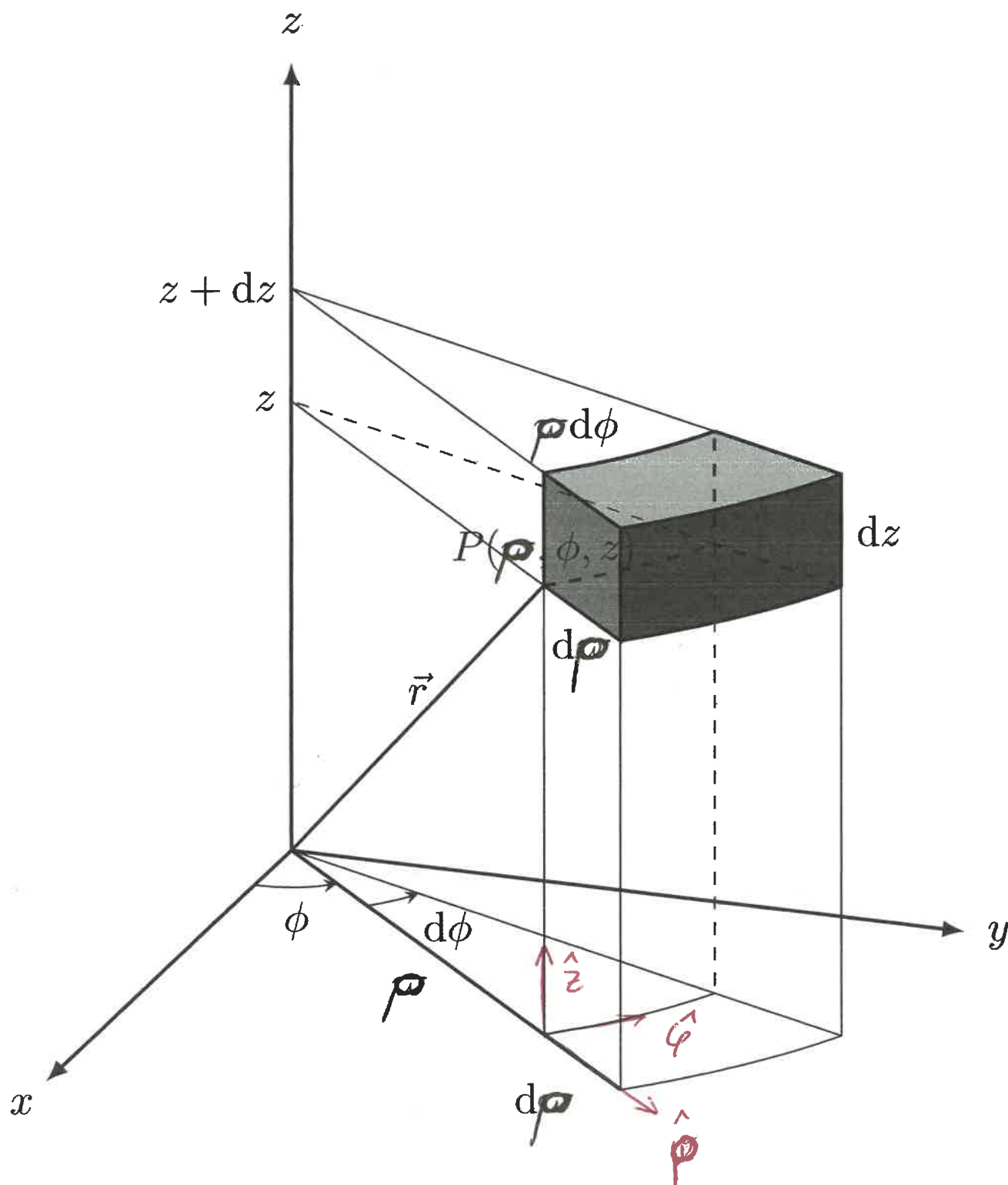


Συνεπώς το διάνυσμα στοιχειώδους εμβαδού θα είναι:

$$d\vec{a} = dz dy \hat{x} + dx dz \hat{y} + dx dy \hat{z}$$

• Βαθμωτή Συνάρτηση: $T = T(x, y, z)$

• Διανυσματικό Πεδίο: $\vec{F}(x, y, z) = F_x(x, y, z)\hat{x} + F_y(x, y, z)\hat{y} + F_z(x, y, z)\hat{z}$



Με: $0 \leq \rho < \infty$
 $0 \leq \phi < 2\pi$
 $-\infty < z < \infty$

και: $\hat{\rho}$, $\hat{\phi}$, $\hat{z}$ ανα δύο
 κάθετα μοναδιαία
 ανύσματα.

• Σημεία: $P = P(\rho, \varphi, z)$

• Διάνυσμα θέσης: $\vec{r} = \rho \hat{\rho} + z \hat{z}$

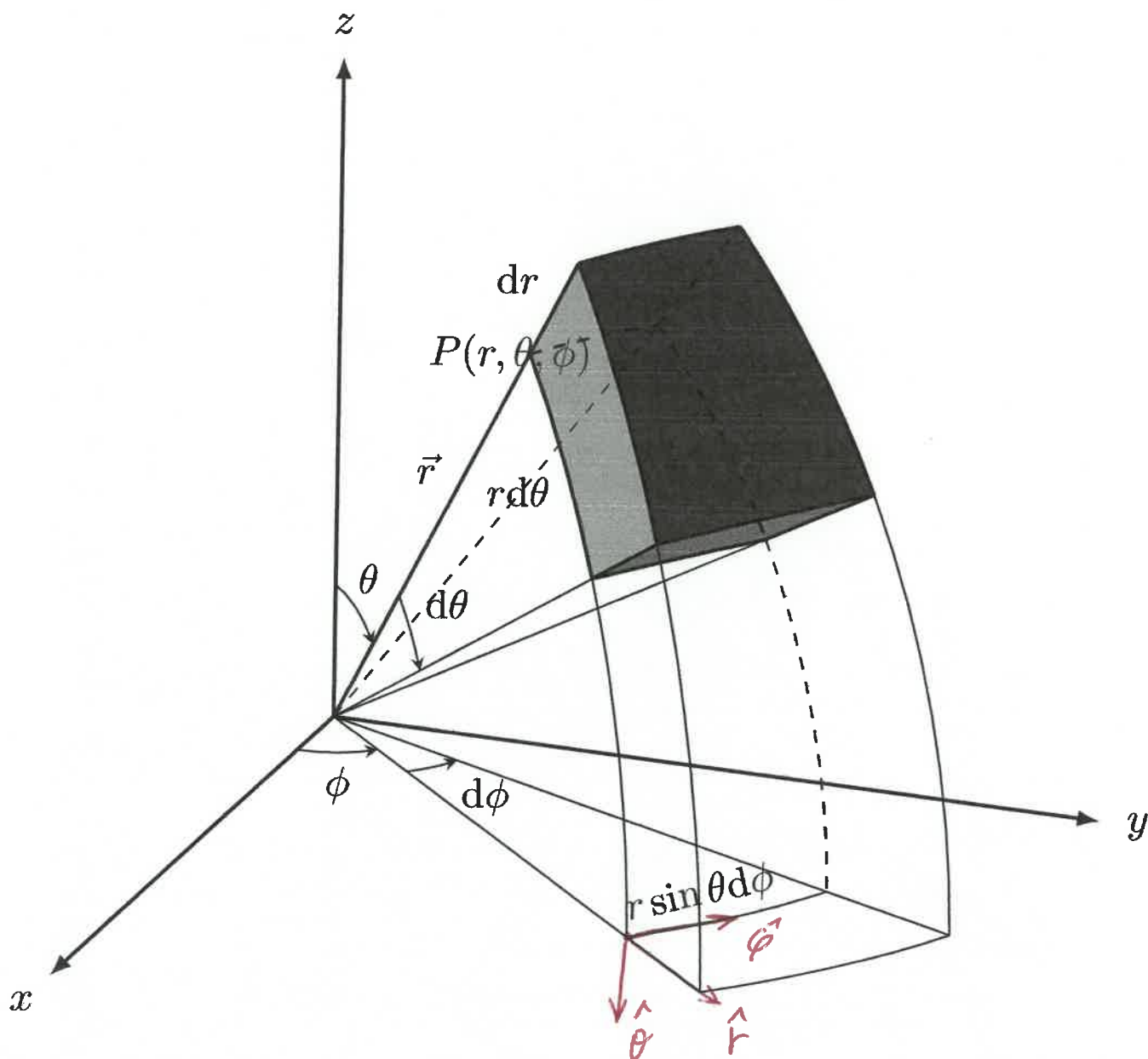
• Διάνυσμα στοιχειώδους μετατόμισης: $d\vec{r} = d\rho \hat{\rho} + \rho d\varphi \hat{\varphi} + dz \hat{z}$

• Στοιχειώδεις εμβαδόν: $d\vec{a} = dz \rho d\varphi \hat{\rho} + d\rho dz \hat{\varphi} + \rho d\varphi d\rho \hat{z}$

• Στοιχειώδης Όγκος: $dV = \rho d\varphi d\rho dz$

• Βαθμική Συναρτηση: $T = T(\rho, \varphi, z)$

• Διανυσματικό πεδίο: $\vec{F}(\rho, \varphi, z) = f_\rho(\rho, \varphi, z) \hat{\rho} + f_\varphi(\rho, \varphi, z) \hat{\varphi} + f_z(\rho, \varphi, z) \hat{z}$



ΜΕ: $0 \leq r < \infty$
 $0 \leq \theta \leq \pi$
 $0 \leq \phi < 2\pi$

και: $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$ ανα δύο
κάθετα μοναδιαία
ανύσματα.

• Σημείο: $P = P(r, \theta, \varphi)$

• Διάνυσμα θέσης: $\vec{r} = r \hat{r}$

• Διάνυσμα στοιχειώδους μετατόμισης: $d\vec{r} = dr \hat{r} + r d\theta \hat{\theta} + r \sin\theta d\varphi \hat{\varphi}$

• Στοιχειώδες Εμβαδόν: $d\vec{a} = r^2 \sin\theta d\theta d\varphi \hat{r} + r \sin\theta dr d\varphi \hat{\theta} + r d\theta dr \hat{\varphi}$

• Στοιχειώδης Όγκος:

$$dV = r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi$$

• Βαθμωτή Συναρτηση: $T = T(r, \theta, \varphi)$

• Διανυσματικό πεδίο: $\vec{F}(r, \theta, \varphi) = f_r(r, \theta, \varphi) \hat{r} + f_\theta(r, \theta, \varphi) \hat{\theta} + f_\varphi(r, \theta, \varphi) \hat{\varphi}$

Άσκηση: i) Υπολογίστε τον όγκο σφαίρας ακτίνας R .

ii) —//— όγκο κυλίνδρου ακτίνας R και ύψους H .