Μια μικρή παρατήρηση για την απόδειξη ότι

$$\int_0^{2\pi} \ln|e^{i\theta}-a|\,d\theta = 0$$ όταν $|a|<1$. Υπάρχει ένας πιο σύντομος τρόπος για να αποδειχθεί αυτή η ιδιότητα.

Θα θεωρήσουμε γνωστό ότι: $\int_0^{2\pi} \ln|e^{i\theta}-\tilde{a}|\,d\theta = 2\pi\ln|\tilde{a}|$ για $|\tilde{a}|>1$. Έστω $I(a)=\int_0^{2\pi}\ln|e^{i\theta}-a|\,d\theta$ με $|a|<1$

Τότε: $I(a)=\int_0^{2\pi}\ln|e^{-i\theta}-a|\,d\theta$ (προσπαθείστε να το δείξετε αυτό) οπότε:

$$I(a)=\int_0^{2\pi}\ln|e^{-i\theta}(1-ae^{i\theta})|\,d\theta=\int_0^{2\pi}\ln|1-ae^{i\theta}|\,d\theta=$$

$$\int_0^{2\pi}\ln|a(\tfrac{1}{a}-e^{i\theta})|\,d\theta=\int_0^{2\pi}\ln|a|\,d\theta+\int_0^{2\pi}\ln|e^{i\theta}-\tfrac{1}{a}|\,d\theta=$$

$$=2\pi\ln|a|+2\pi\ln\left|\tfrac{1}{a}\right|=\phi.$$