

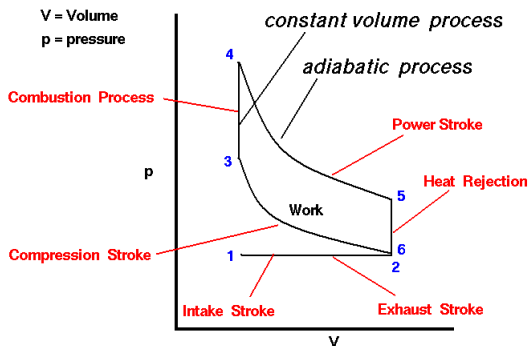
Βασικές ερωτήσεις για τη κατανόηση του μαθήματος (Θερμοδυναμική και κινητική θεωρία των αερίων-Σειρά 4η)



Ideal Otto Cycle p-V diagram

Glenn
Research
Center

1. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ο κύκλος του Otto που χρησιμοποιείται στους κινητήρες εσωτερικής καύσης. Θεωρώντας σαν αδιαβατικές τις μεταβολές 2→3 και 4→5 να αποδείξετε Α) ότι η απόδοση του ιδανικού κύκλου Otto είναι $\eta_{Otto} = 1 - (T_5 - T_6)/(T_4 - T_3)$, Β) ότι εάν $\gamma = C_p/C_v$ τότε $\eta_{Otto} = 1 - (V_3/V_6)^{\gamma-1} = 1 - T_6/T_3$, και Γ) ότι η απόδοση αυτή είναι μικρότερη από την αντίστοιχη απόδοση μιας μηχανής Carnot που θα λειτουργούσε μεταξύ των ίδιων ακραίων θερμοκρασιών.



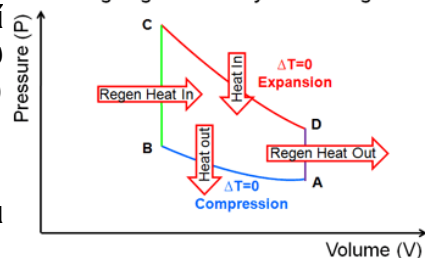
2. Να δείξετε ότι Α) $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v$, Β) $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$. Επίσης εάν γνωρίζετε ότι

$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p$ και η καταστατική εξίσωση είναι η γνωστή $pV = RT$, να δείξετε ότι $C_p - C_v = R$.

3. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ο ιδανικός κύκλος μιας θερμικής μηχανής Stirling που μπορεί να χρησιμοποιεί την ηλιακή ακτινοβολία για τη παραγωγή μηχανικού έργου. Α) Να αποδείξετε ότι η απόδοση αυτού του κύκλου

$$\eta = \frac{(T_H - T_L)}{T_H} \left[\frac{nR \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)}{C_v(T_H - T_L) + nR \ln\left(\frac{V_M}{V_m}\right)} \right] \quad \text{όπου } T_H \text{ και } T_L$$

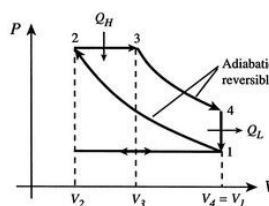
Stirling Engine Heat Cycle PV Diagram



T_L η υψηλή και η χαμηλή θερμοκρασία λειτουργείας και V_M, V_m ο μέγιστος και ο ελάχιστος όγκος λειτουργείας. Β) Η απόδοση αυτή είναι μεγαλύτερη ή μικρότερη από αυτήν της αντίστοιχης μηχανής Carnot; Γ) Εάν υποθέσουμε ότι είναι μηχανολογικά δυνατό το ποσό θερμότητας που αποβάλλεται κατά την ισόχωρη ψύξη να χρησιμοποιηθεί για την ισόχωρη θέρμανση, πόση γίνεται τότε η απόδοση της μηχανής Stirling;

4. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ο κύκλος του Diesel που χρησιμοποιείται στους αντίστοιχους κινητήρες εσωτερικής καύσης. Α) Να αποδείξετε ότι η απόδοση αυτού του κύκλου είναι

$$\eta_{Diesel} = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{\gamma(T_3 - T_2)} = 1 - \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \frac{(\alpha^\gamma - 1)}{\gamma(\alpha - 1)} \quad \text{όπου οι ποσότητες } \gamma = C_p/C_v \text{ και } \alpha = V_3/V_2 \text{ είναι μεγαλύτερες της μονάδας. Β) Να δείξετε ότι}$$



η η_{Diesel} είναι μικρότερη από αυτή ενός αντίστοιχου κύκλου Otto ($\eta_{Otto}=1-(V_2/V_1)^{\gamma-1}$).

5. Σαν μια πρώτη προσέγγιση για πραγματικά αέρια κάποιος μπορεί να θεωρήσει ότι όλος ο όγκος του συστήματος δεν είναι προσβάσιμος στα άτομα όταν αυτά θεωρούνται σκληρές σφαίρες όγκου $v=\frac{4}{3}\pi r^3$. Τότε η εξίσωση των ιδανικών αερίων γίνεται

$$p(V-Nv)=Nk_B T. \quad \text{Να δείξετε τότε ότι} \quad \text{A)} \quad \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = Nv \quad \text{και} \quad \text{B)}$$

$H=(C_v+Nk_B)T+pNv+c$ όπου c μια σταθερά που δεν εξαρτάται από τα T και p . Δίνεται ότι $\left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = V-T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$ και $C_p=C_v+T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V$.

6. Η καταστατική εξίσωση Van der Waals εμπεριέχει μια ακόμα διόρθωση για να περιγράψει τις ελκτικές δυνάμεις μεταξύ των μορίων σε ένα πραγματικό αέριο. Έτσι η πραγματική πίεση p είναι μικρότερη από αυτήν ενός συστήματος σκληρών σφαιρών κατά τον όρο $a(N/N_A)^2/V^2$ και η αντίστοιχη καταστατική εξίσωση γράφεται

$$\left[p+\frac{a}{V^2}\left(\frac{N}{N_A}\right)^2\right]\left(V-b\frac{N}{N_A}\right)=\frac{N}{N_A}RT. \quad \text{Εάν δίνεται ότι} \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p, \quad \text{να δείξετε ότι}$$

$$\text{A)} \quad \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = \frac{a}{V^2}\left(\frac{N}{N_A}\right)^2 \quad \text{και} \quad \text{B)} \quad U=C_v T - N\frac{a}{N_A}\frac{N}{V} + c \quad \text{όπου } c \text{ μια σταθερά που δεν}$$

εξαρτάται από τα T και V . Δώστε τη φυσική σημασία της σχέσης που αποδείξατε στο B).

To convert the van der Waals constants to SI units, note that 1 bar L²/mol² = 0.1 Pa m⁶/mol² and 1 L/mol = 0.001 m³/mol.

REFERENCE

Reid, R.C, Prausnitz, J. M., and Poling, B.E., *The Properties of Gases and Liquids, Fourth Edition*, McGraw-Hill, New York, 1987.

Substance	a bar L ² /mol ²	b L/mol	Substance	a bar L ² /mol ²	b L/mol
Acetic acid	17.71	0.1065	Hydrogen sulfide	4.544	0.0434
Acetone	16.02	0.1124	Isobutane	13.32	0.1164
Acetylene	4.516	0.0522	Krypton	5.193	0.0106
Ammonia	4.225	0.0371	Methane	2.303	0.0431
Aniline	29.14	0.1486	Methanol	9.476	0.0659
Argon	1.355	0.0320	Methylamine	7.106	0.0588
Benzene	18.82	0.1193	Neon	0.208	0.0167
Bromine	9.75	0.0591	Neopentane	17.17	0.1411
Butane	13.89	0.1164	Nitric oxide	1.46	0.0289
1-Butanol	20.94	0.1326	Nitrogen	1.370	0.0387
2-Butanone	19.97	0.1326	Nitrogen dioxide	5.36	0.0443
Carbon dioxide	3.658	0.0429	Nitrogen trifluoride	3.58	0.0545
Carbon disulfide	11.25	0.0726	Nitrous oxide	3.852	0.0444
Carbon monoxide	1.472	0.0395	Octane	37.88	0.2374
Chlorine	6.343	0.0542	1-Octanol	44.71	0.2442
Chlorobenzene	25.80	0.1454	Oxygen	1.382	0.0319
Chloroethane	11.66	0.0903	Ozone	3.570	0.0487
Chloromethane	7.566	0.0648	Pentane	19.09	0.1449
Cyclohexane	21.92	0.1411	1-Pentanol	25.88	0.1568
Cyclopropane	8.34	0.0747	Phenol	22.93	0.1177
Decane	52.74	0.3043	Propane	9.39	0.0905
1-Decanol	59.51	0.3086	1-Propanol	16.26	0.1079
Diethyl ether	17.46	0.1333	2-Propanol	15.82	0.1109
Dimethyl ether	8.690	0.0774	Propene	8.442	0.0824
Dodecane	69.38	0.3758	Pyridine	19.77	0.1137
1-Dodecanol	75.70	0.3750	Pyrrrole	18.82	0.1049
Ethane	5.580	0.0651	Silane	4.38	0.0579
Ethanol	12.56	0.0871	Sulfur dioxide	6.865	0.0568
Ethylene	4.612	0.0582	Sulfur hexafluoride	7.857	0.0879
Fluorine	1.171	0.0290	Tetrachloromethane	20.01	0.1281
Furan	12.74	0.0926	Tetrachlorosilane	20.96	0.1470
Helium	0.0346	0.0238	Tetrafluoroethylene	6.954	0.0809
Heptane	31.06	0.2049	Tetrafluoromethane	4.040	0.0633
1-Heptanol	38.17	0.2150	Tetrafluorosilane	5.259	0.0724
Hexane	24.84	0.1744	Tetrahydrofuran	16.39	0.1082
1-Hexanol	31.79	0.1856	Thiophene	17.21	0.1058
Hydrazine	8.46	0.0462	Toluene	24.86	0.1497
Hydrogen	0.2452	0.0265	1,1,1-Trichloroethane	20.15	0.1317
Hydrogen bromide	4.500	0.0442	Trichloromethane	15.34	0.1019
Hydrogen chloride	3.700	0.0406	Trifluoromethane	5.378	0.0640
Hydrogen cyanide	11.29	0.0881	Trimethylamine	13.37	0.1101
Hydrogen fluoride	9.565	0.0739	Water	5.537	0.0305
Hydrogen iodide	6.309	0.0530	Xenon	4.192	0.0516