Ονοματεπώνυμο | ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι | Α.Μ.

Εξέταση Α' Κύκλου (13-ΝΟΕ-2017)

ΘΕΜΑ 1ο

(15 Μόρια)

Να αποδώσετε με στρογγυλοποίηση τα παρακάτω πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία πριν την σωστή εκτίμηση των σημαντικών ψηφίων έχουν ως ακολούθως:

$\overline{x}$	$\delta\overline{x}$		$\overline{y}$	$\delta\overline{y}$		$\overline{z}$	$\delta\overline{z}$
53.6666	1.2345		2.718281	0.0694		5.831×10^4	2590

Απάντηση

$$\overline{x} \pm \delta\overline{x} = 53.7 \pm 1.2$$

$$\overline{y} \pm \delta\overline{y} = 2.72 \pm 0.07$$

$$\overline{z} \pm \delta\overline{z} = 58300 \pm 2600 = (5.83 \pm 0.26)\times 10^4$$

ΘΕΜΑ 2ο

(25 Μόρια)

(i) Πειραματική διαδικασία μέτρησης μιας ωμικής αντίστασης R σε Ω δίνει τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα για συνολικά 6 μετρήσεις:

R(Ω)	47.0	51.0	50.0	53.0	49.0	50.0

Να υπολογιστούν: (α) Η μέση τιμή (β) Το σφάλμα της μέσης τιμής (γ) Η τυπική απόκλιση (δ) Το σχετικό σφάλμα της αντίστασης και (ε) Να γράψετε το τελικό αποτέλεσμα R ± δR με στρογγυλοποίηση.

(ii) Ποιο θα είναι το τελικό σας αποτέλεσμα εάν λάβετε υπόψη και την ακρίβεια του μετρητικού σας οργάνου, η οποία είναι 0.2 Ω;

Απάντηση

(i)

i	R_i	$\overline{R} - R_i$	$(\overline{R} - R_i)^2$
1	47.0	+3.0	9.0
2	51.0	-1.0	1.0
3	50.0	0.0	0.0
4	53.0	-3.0	9.0
5	49.0	+1.0	1.0
6	50.0	0.0	0.0
	$\sum R_i = 300.0$	$\sum(\overline{R} - R_i) = 0.0$	$\sum(\overline{R} - R_i)^2 = 20.0$

(α) $\overline{R} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} R_i = \frac{1}{6}300.0 = 50.0$

(β) $\delta\overline{R} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(\overline{R}-R_i)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{20.0}{6\cdot 5}} = \sqrt{2/3} = 0.81649... \approx 0.8$

(γ) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(\overline{R}-R_i)^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{20.0}{5}} = \sqrt{4.0} = 2.0$

(δ) $\frac{\delta\overline{R}}{\overline{R}} = \frac{0.8}{50} = 0.016$ ή ισοδύναμα 1.6%

(ε) $\overline{R} \pm \delta\overline{R} = (50.0 \pm 0.8)\ \Omega$

(ii) Το σφάλμα ανάγνωσης του οργάνου είναι ένα συστηματικό σφάλμα, άρα το τελικό αποτέλεσμα είναι:

$$\overline{R} \pm \delta\overline{R}_{stat} \pm \delta\overline{R}_{syst} = (50.0 \pm 0.8 \pm 0.2)\ \Omega$$

Επειδή όμως το συστηματικό αυτό σφάλμα είναι μικρό σε σχέση με το στατιστικό που υπολογίσθηκε παραπάνω ($\sqrt{0.8^2 + 0.2^2} = \sqrt{0.64 + 0.04} = 0.8246... \approx 0.8$), το τελικό σφάλμα παραμένει το ίδιο.

ΘΕΜΑ 3^{o}

(25 Μόρια)

Η σταθερά αβαρούς ελατηρίου k, ως γνωστόν, μπορεί πειραματικά να προσδιοριστεί από την περίοδο ταλάντωσης T που εκτελεί σώμα μάζας M που κρέμεται στο άκρο του, μέσω της σχέσης $T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$.

Αφού εκφραστεί η σταθερά k συναρτήσει των μετρούμενων ποσοτήτων T και M:

(α) Να αποδοθεί το απόλυτο σφάλμα δk στον υπολογισμό της σταθεράς του ελατηρίου k από τις μετρήσεις της περιόδου $T \pm \delta T$ και της μάζας $M \pm \delta M$.

(β) Το σχετικό σφάλμα $\frac{\delta k}{k}$ συναρτήσει των ποσοτήτων $\frac{\delta T}{T}$ και $\frac{\delta M}{M}$.

(γ) Με ποια σχετική ακρίβεια πρέπει να μετρηθεί η περίοδος $\frac{\delta T}{T}$ εάν η σταθερά του ελατηρίου απαιτείται να προσδιορισθεί με σχετική ακρίβεια καλύτερη του 5%, γνωρίζοντας πως $\frac{\delta M}{M} = 3\%$;

Απάντηση

(α) Επιλύνοντας ως προς k παίρνουμε $k = 4\pi^2 \frac{M}{T^2}$, οπότε

$$\delta k = \sqrt{\left(\frac{\partial k}{\partial M}\delta M\right)^2 + \left(\frac{\partial k}{\partial T}\delta T\right)^2} = 4\pi^2\sqrt{\left(\frac{\delta M}{T^2}\right)^2 + \left(\frac{-2M\,\delta T}{T^3}\right)^2} = 4\pi^2\frac{M}{T^2}\sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \left(2\frac{\delta T}{T}\right)^2}$$

(β) $\frac{\delta k}{k} = \sqrt{\left(\frac{\delta M}{M}\right)^2 + \left(2\frac{\delta T}{T}\right)^2}$

Το σχετικό σφάλμα της περιόδου $\frac{\delta T}{T}$ έχει συντελεστή βαρύτητας 2, που προφανώς προέρχεται από την τετραγωνική εξάρτηση της σταθεράς του ελατηρίου από την περίοδο T.

(γ) Από την παραπάνω σχέση και για την οριακή τιμή $\frac{\delta k}{k} = 0.05 = 5 \cdot 10^{-2}$ και γνωρίζοντας πως $\frac{\delta M}{M} = 0.03 = 3 \cdot 10^{-2}$ βρίσκουμε

$$2\frac{\delta T}{T} = 4 \cdot 10^{-2} = 0.04 \Rightarrow \frac{\delta T}{T} = 0.02 = 2\%$$

Κατά συνέπεια η περίοδος T θα πρέπει να μετρηθεί με ακρίβεια ίση ή μικρότερη του 2%.

ΘΕΜΑ 4^{o} (15 Μόρια)

(α) Φυσικό μέγεθος C εκφράζεται συναρτήσει του χρόνου t μέσω της εξίσωσης $C(t)=C_0e^{-kt}$, όπου C_0 και k σταθερές. Τι άξονες X, Y πρέπει να επιλεγούν στη περίπτωση αυτή, ώστε το γράφημα Y=Y(X) να αποδίδεται με μια ευθεία; Πώς προσδιορίζονται τα C_0 και k από την ευθεία αυτή;

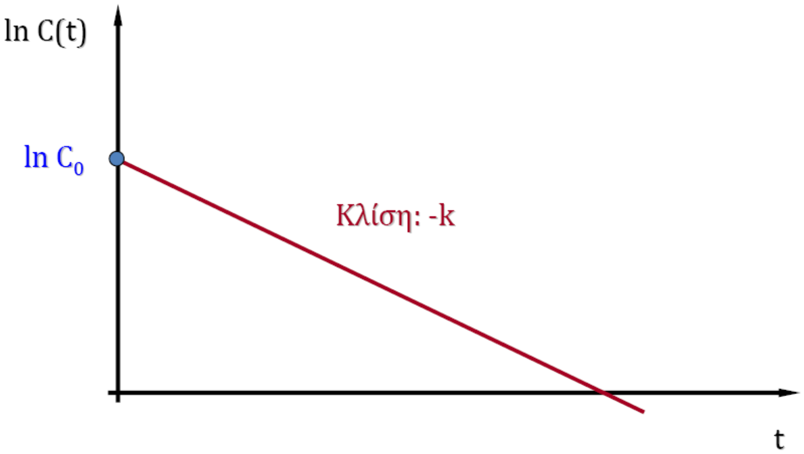
(β) Ο χρόνος ζωής ενός τύπου λαμπτήρων ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή t = 2000 h και τυπική απόκλιση σ = 50 h. Τι είναι πιθανότερο στον τύπο αυτό, να καεί ένας λαμπτήρας πριν από 1850 h ή μετά από από 2100 h και γιατί;

Απάντηση

(α) Λογαριθμίζοντας και τα δύο μέλη της εξίσωσης καταλήγουμε στην έκφραση

$$\ln C(t)=\ln\left[C_0e^{-kt}\right]\Rightarrow \ln C(t)=\ln C_0-kt$$

η οποία αποδίδει τον λογάριθμο του C(t) γραμμικά με τον χρόνο. Θέτοντας λοιπόν στους άξονες $X\rightarrow t$ και $Y\rightarrow \ln C(t)$ καταλήγουμε σε γράφημα της μορφής:

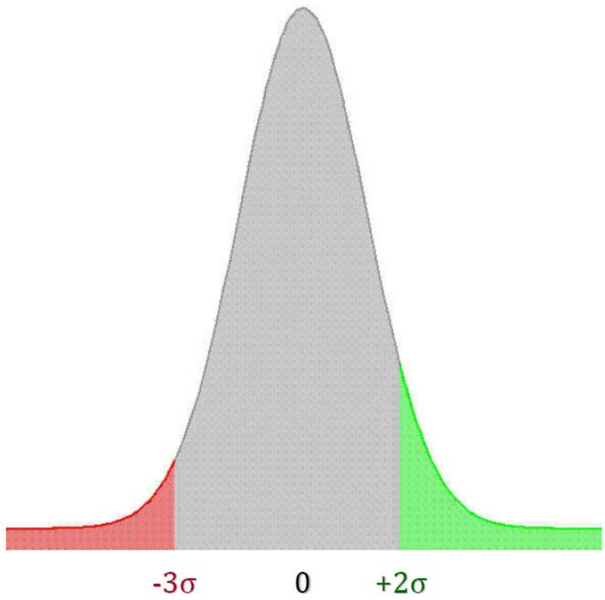


Η κλίση της ευθείας είναι –k (εδώ το k έχει θεωρηθεί θετικό), ενώ για t=0 η ευθεία τέμνει τον άξονα των Y στο σημείο $\ln C_0$.

(β) Σε μονάδες τυπικής απόκλισης οι δύο χρόνοι απέχουν από τη μέση τιμή:

$$\frac{t_1-t}{\sigma}=\frac{1850-2000}{50}=-3\Rightarrow t_1=-3\sigma \quad \text{και}$$
$$\frac{t_2-t}{\sigma}=\frac{2100-2000}{50}=+2\Rightarrow t_2=+2\sigma$$

Λόγω της συμμετρικότητας της κανονικής κατανομής το εμβαδόν της καμπύλης κάτω από το -3σ είναι μικρότερο από το εμβαδόν πάνω από +2σ, οπότε πιο πιθανό είναι να καεί ένας λαμπτήρας μετά από 2100h.



ΘΕΜΑ 5ο

(20 Μόρια)

Να γίνει η γραφική παράσταση για τη συνάρτηση y=f(x), τιμές της οποίας δίνονται στον επόμενο πίνακα και να υπολογιστεί η κλίση K_1 και K_2 στα σημεία $x_1 = 3$ και $x_2 = 9$ αντίστοιχα. Δίνεται $\Delta y = 0.5$

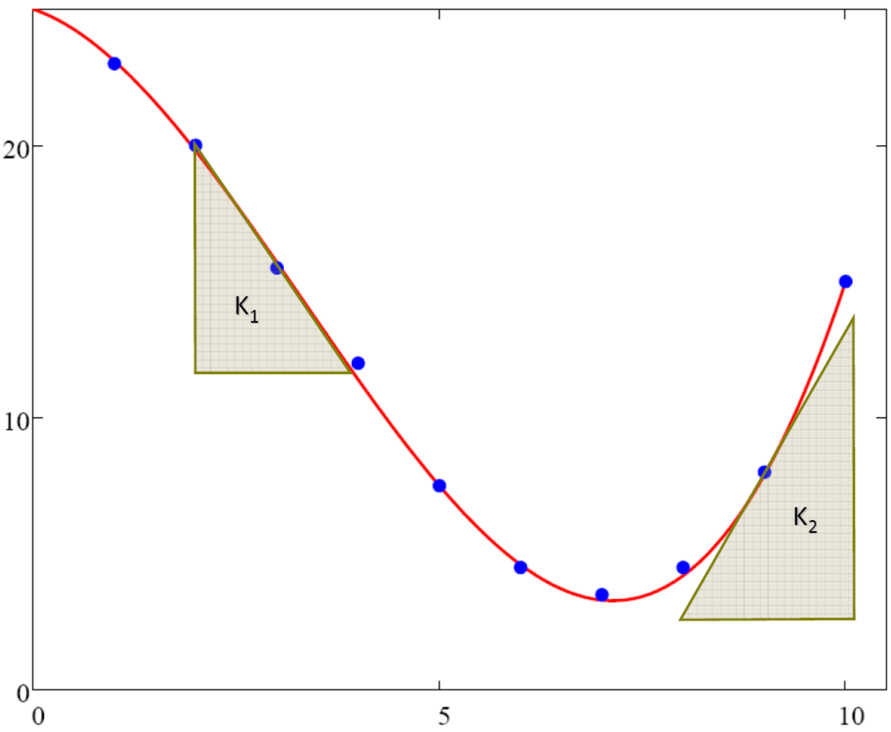
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	23.0	20.0	15.5	12.0	7.5	4.5	3.5	4.5	8.0	15.0

Απάντηση

Από το γράφημα (το σφάλμα στο y δεν φαίνεται) οι ζητούμενες κλίσεις υπολογίζονται:

$$K_1 \approx -\frac{8.4}{2} \approx -4.2$$

$$K_2 \approx -\frac{11}{2} \approx +5.5$$



Σημείωση

Η γεννήτρια συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημείων αυτών

$$f(x) = 0.1x^3 - x^2 - x + 25$$

δίνει

$$f'(x) = 0.3x^2 - 2x - 1$$

$$f'(3) = -4.3$$

$$f'(9) = +5.3$$