ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΦΥΣΙΚΗΣ Ι

Εξέταση 1^{ου} Κύκλου (25-ΝΟΕ-2016)

ΘΕΜΑ 1^{ο} (15 Μόρια)

Να αποδώσετε με στρογγυλοποίηση τα παρακάτω πειραματικά αποτελέσματα, τα οποία πριν την σωστή εκτίμηση των σημαντικών ψηφίων έχουν ως ακολούθως:

$\overline{x}$	$\delta\overline{x}$		$\overline{y}$	$\delta\overline{y}$		$\overline{z}$	$\delta\overline{z}$
3,14157	0,11111		$5{,}831\times10^4$	560		7,6572	0,2682

Απάντηση

$$\overline{x} \pm \delta\overline{x} = 3{,}14 \pm 0{,}11$$

$$\overline{y} \pm \delta\overline{y} = 58300 \pm 600 \;=(58{,}3 \pm 0{,}6)\times 10^3$$

$$\overline{z} \pm \delta\overline{z} = 7{,}66 \pm 0{,}27$$

ΘΕΜΑ 2^{ο} (25 Μόρια)

Πειραματική διαδικασία μέτρησης περιόδου Τ ενός εκκρεμούς σε δευτερόλεπτα δίνει τα αποτελέσματα του παρακάτω πίνακα για συνολικά 5 μετρήσεις:

T(s)	1.8	2.0	2.2	1.9	2.1

Να υπολογιστούν: (α) Η μέση τιμή (β) Το σφάλμα της μέσης τιμής (γ) Η τυπική απόκλιση (δ) Το σχετικό σφάλμα της περιόδου ΔΤ και (ε) Να γράψετε το τελικό αποτέλεσμα Τ ± ΔΤ με στρογγυλοποίηση.

Απάντηση

i	T_i	$\overline{T} - T_i$	$(\overline{T} - T_i)^2$
1	1.8	+0.2	0.04
2	2.0	0.0	0.00
3	2.2	-0.2	0.04
4	1.9	+0.1	0.01
5	2.1	-0.1	0.01
	$\sum T_i = 10.0$	$\sum(\overline{T} - T_i) = 0.0$	$\sum(\overline{T} - T_i)^2 = 0.10$

(α) $\overline{T} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} T_i = \frac{1}{5}10.0 = 2.0$

(β) $\delta\overline{T} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(\overline{T}-T_i)^2}{N(N-1)}} = \sqrt{\frac{0.10}{5\cdot 4}} = \sqrt{0.005} = 0.07071 \approx 0.07$

(γ) $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(\overline{T}-T_i)^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{0.10}{4}} = \sqrt{0.025} = 0.15811 \approx 0.16$

(δ) $\frac{\delta\overline{T}}{\overline{T}} = \frac{0.07}{2} = 0.035$ ή ισοδύναμα 3.5%

(ε) $\overline{T} \pm \delta\overline{T} = (2.00 \pm 0.07)\,\text{s}$

ΘΕΜΑ 3^o (30 Μόρια)

Η ισχύς P μιας ωμικής αντίστασης στον ηλεκτρισμό δίνεται από τη γνωστή σχέση $P = I^2 R$, όπου I το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση και R η ωμική της αντίσταση. Με βάση τη θεωρία διάδοσης σφαλμάτων, να υπολογιστούν:

(α) Το απόλυτο σφάλμα δP στον υπολογισμό της ισχύος P από τη μέτρηση του ρεύματος μέσω ενός αμπερομέτρου $I \pm \delta I$, γνωρίζοντας πως η αντίσταση R έχει ανοχή (σφάλμα) δR.

(β) Το σχετικό σφάλμα $\frac{\delta P}{P}$ συναρτήσει των ποσοτήτων $\frac{\delta I}{I}$ και $\frac{\delta R}{R}$.

(γ) Εάν η αντίσταση έχει σχετική ανοχή $\frac{\delta R}{R} = 4\%$, ποιο είναι το μέγιστο επιτρεπτό σφάλμα στη μέτρηση του ρεύματος ώστε το τελικό αποτέλεσμα της ισχύος να έχει σχετική ακρίβεια καλύτερη του 5% ;

Απάντηση

(α) $$\delta P = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial I}\delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial P}{\partial R}\delta R\right)^2} = \sqrt{(2IR\,\delta I)^2 + (I^2\,\delta R)^2} = I^2 R\sqrt{\left(2\frac{\delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\delta R}{R}\right)^2}$$

(β) $$\frac{\delta P}{P} = \sqrt{\left(2\frac{\delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\delta R}{R}\right)^2}$$

Το σχετικό σφάλμα του ρεύματος $\frac{\delta I}{I}$ έχει συντελεστή βαρύτητας 2, που προφανώς προέρχεται από την τετραγωνική συνεισφορά του ρεύματος στην ισχύ P.

(γ) Από την παραπάνω σχέση και για $\frac{\delta P}{P} = 0.05 = 5 \cdot 10^{-2}$ και $\frac{\delta R}{R} = 0.04 = 4 \cdot 10^{-2}$ βρίσκουμε

$$\frac{\delta I}{I} = \frac{1}{2} 3 \cdot 10^{-2} = 0.015 = 1.5\%$$

ΘΕΜΑ 4^o (10 Μόρια)

(α) Το ύψος H ενός συνόλου ατόμων ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή μ = 170 cm και τυπική απόκλιση σ = 10 cm. Τι είναι πιθανότερο στο δείγμα αυτό, να βρούμε ένα άτομο ύψους H_1 = 150 cm ή ένα άτομο ύψους H_2 = 200 cm και γιατί;

(β) Φυσικό μέγεθος X προσδιορίζεται με δύο διαφορετικές πειραματικές μεθόδους και δίνει τα παρακάτω αποτελέσματα:

1^η Μέθοδος: $X \pm \delta X = 9 \pm 3$ 2^η Μέθοδος: $X \pm \delta X = 8 \pm 4$

Ποιο το εκτιμώμενο τελικό αποτέλεσμα για το μέγεθος X (με το σφάλμα) των μετρήσεων αυτών;

Απάντηση

(α) Το H_1 απέχει από τη μέση τιμή $\left|\frac{H_1 - \mu}{\sigma}\right| = \left|\frac{150 - 170}{10}\right| = 2.0$ ενώ το H_2 απέχει $\left|\frac{H_2 - \mu}{\sigma}\right| = \left|\frac{200 - 170}{10}\right| = 3.0$ σε μονάδες σ. Συνεπώς, το H_1 έχει μεγαλύτερη πιθανότητα να εμφανιστεί στο δείγμα.

(β) Υπολογίζεται ο βεβαρημένος (σταθμισμένος) μέσος όρος με συντελεστές βαρύτητας w_i οι οποίοι προκύπτουν από τα επιμέρους σφάλματα:

$$w_\iota = \frac{1}{(\delta X_i)^2} \Rightarrow w_1 = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}\ ,\ w_2 = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

Κατά συνέπεια: $\overline{X} = \dfrac{\sum_i X_i w_i}{\sum_i w_i} = \dfrac{1/9 \cdot 9 + 1/16 \cdot 8}{1/9 + 1/16} = 8.64$ και $\delta\overline{X} = \sqrt{\dfrac{1}{w_1 + w_2}} = \sqrt{\dfrac{1}{1/9 + 1/16}} = 2.40$, οπότε

$$\overline{X} \pm \delta\overline{X} \;=\; 8.6 \pm 2.4$$

ΘΕΜΑ 5^o (20 Μόρια)

Να γίνει η γραφική παράσταση για τη συνάρτηση y=f(x), τιμές της οποίας δίνονται στον επόμενο πίνακα και να υπολογιστεί η κλίση K_1 και K_2 στα σημεία $x_1=4$ και $x_2=9$ αντίστοιχα. Δίνεται Δy=0.5

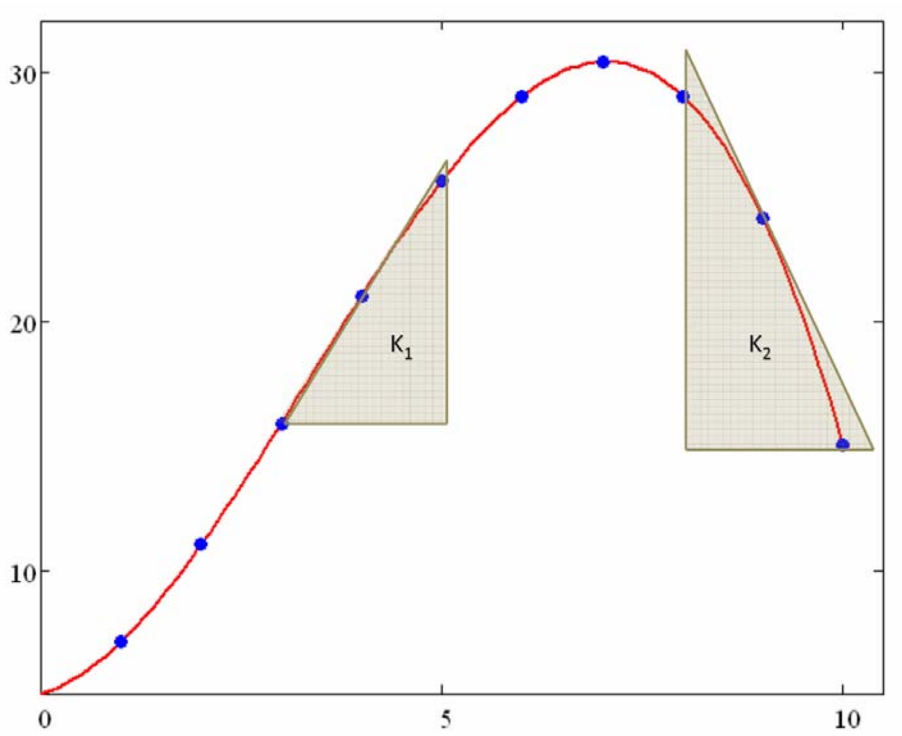
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
f(x)	7.2	11.0	16.0	21.0	26.0	29.0	30.0	29.0	24.0	15.0

Απάντηση

Από το γράφημα (το σφάλμα στο y δεν φαίνεται) οι ζητούμενες κλίσεις υπολογίζονται:

$$K_1 \approx +\frac{10}{2} \approx +5$$

$$K_2 \approx -\frac{15}{2.2} \approx -6.8$$



Σημείωση

Η γεννήτρια συνάρτηση που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των σημείων αυτών

$$f(x) = -0.125x^3 + 1.25x^2 + x + 5$$

δίνει

$$f'(x) = -0.375x^2 + 2.5x + 1$$

$$f'(4) = +5.0$$

$$f'(9) = -6.875$$