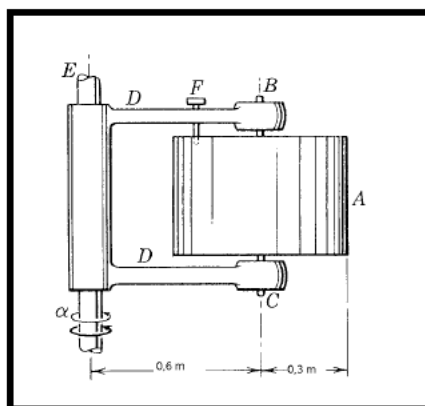


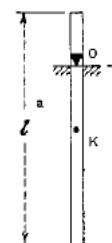
Διάφορα θέματα.

2) Στο μόριο του αζώτου, η δυναμική ενέργεια σαν συνάρτηση της απόστασης των ατόμων δίνεται από την συνάρτηση δυναμικής ενέργειας :  $U(r) = U_0 \left( e^{-\frac{2(r-r_0)}{a}} - e^{-\frac{(r-r_0)}{a}} \right)$ , όπου  $U_0=9,6 \text{ eV}$  και  $r_0=0,11 \text{ nm}$  και  $a$  θετική σταθερά. Να υπολογίσετε την θέση ισορροπίας και την ενέργεια του συστήματος στη θέση αυτή.

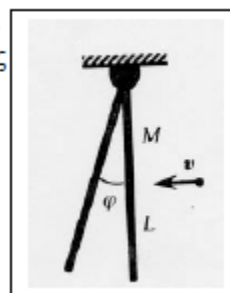
3. Στο σύστημα του σχήματος ο κύλινδρος μάζας  $60 \text{ kg}$  μπορεί να περιστραφεί γύρω από τον άξονα  $CB$  αλλά εμποδίζεται από τον πύλο  $F$ . Την χρονική στιγμή  $t = 0$ , ασκείται στον άξονα  $E$  ροπή  $\tau = 30 \text{ Nm}$ . α) Να υπολογίσετε την γωνιακή επιτάχυνση και την γωνιακή ταχύτητα  $\omega(t)$ . β) Επαναλάβετε τον υπολογισμό για την περίπτωση που αφαιρούμε τον πύλο. Εξηγήστε την διαφορά στην κίνηση του κυλίνδρου στις δύο περιπτώσεις. γ) Υπολογίστε το διάνυσμα της στροφορμής την χρονική στιγμή  $t = 10 \text{ s}$ , και στις δύο περιπτώσεις. δ) Υπολογίστε τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου για τον γεωμετρικό άξονα του. ( Θεωρούμε ότι τα στηρίγματα έχουν αμελητέα μάζα και δεν παρουσιάζονται τριβές κατά την περιστροφή γύρω από οποιοδήποτε άξονα ).



3 Μία ράβδος μάζας  $m$  και μήκους  $l$ , μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που περνά σε απόσταση  $a$  από το κέντρο μάζας της. i) Τι είδους κίνηση κάνει αν απομακρυνθεί κατά μικρή γωνία από τη θέση ισορροπίας και ποια είναι η περίοδος της κίνησης. ii) Βρείτε την απόσταση  $a$  για την οποία η περίοδος γίνεται ελάχιστη και πόση είναι η περίοδος στη θέση αυτή. iii) Εφαρμογή για ράβδο διαστάσεων  $1\text{m} \times 1\text{cm} \times 1\text{cm}$  και μάζα  $785 \text{ gr}$ .



2. Ράβδος μήκους  $L$  κρέμεται κατακόρυφα στερεωμένη σε άρθρωση. (βλ. σχήμα). Ένα κομμάτι πλαστελίνης ίδιας μάζας με την ράβδο κινείται οριζόντια με ταχύτητα  $v$ , χτυπά τη ράβδο στο κέντρο της και κολλάει σε αυτήν. Κατά ποιά γωνία θα αποκλίνει η ράβδος;



2) Σε κεκλιμένο επίπεδο γωνίας  $\varphi$  βρίσκονται 2 κύλινδροι, ο ένας είναι γεμάτος και ο άλλος είναι κούφιος (δηλ η μάζα του δευτέρου είναι συγκεντρωμένη στον κυλινδρικό φλοιό). Οι δύο κύλινδροι έχουν την ίδια μάζα  $m$  και την ίδια ακτίνα  $R$  και συνδέονται με μία λεπτή ράβδο αμελητέας μάζας.

Το σύστημα κατεβαίνει χωρίς να ολισθαίνουν οι κύλινδροι.

Να βρεθεί η τάση που ασκείται στη ράβδο και η γωνιακή επιτάχυνση των κυλίνδρων.

Παίζει ρόλο ποιός κύλινδρος είναι πρώτος;

1) Ένα βαγόνι κινείται υπό την επίδραση της βαρύτητας, σε μία σιδηροτροχιά οποίας το ύψος μεταβάλεται σύμφωνα με την σχέση  $y = a + a \cos(2\pi \cdot x/L)$ . Να υπ την επιτάχυνση (συνιστώσες) σε κάθε σημείο της τροχιάς. Αν το μήκος  $L = 100$  m  $a = 10$  m να υπολογίσετε την επιτάχυνση στις θέσεις  $x = 25$  m,  $50$  m,  $62.5$  m.

Αν η μάζα του βαγονιού είναι  $200$  kg, να υπολογίσετε την δύναμη που ασκεί η σιδηροτροχιά πάνω στο βαγόνι, στις προηγούμενες θέσεις.

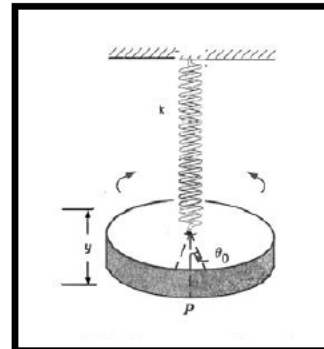
(δίνεται ο τύπος για την ακτίνα καμπυλότητας  $\rho$  μίας κάμπυλης  $y=f(x)$ )

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d^2y/dx^2}{(1+(dy/dx)^2)^{3/2}}, \text{ επίσης η τριγωνομετρική σχέση } \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{1+\tan^2\theta}}$$

Ένας αθλητής πετάει δίσκο υπό γωνία  $45^\circ$  ως προς τον ορίζοντα. Ο δίσκος επιστρέφει στο ύψος από το οποίο ελευθερώθηκε, σε απόσταση  $62,5$  m. (i) Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία φεύγει από το χέρι του αθλητή. (ii) Υπολογίστε την ενέργεια και την στροφορμή του δίσκου ως προς τον δικό του άξονα περιστροφής, αν η απόσταση του από τον άξονα περιστροφής του αθλητή είναι  $0,80$  m. Τι συμβαίνει με την στροφορμή του δίσκου, από τη στιγμή που ο δίσκος ελευθερώνεται και τι αποτέλεσμα έχει στην κίνηση του δίσκου. Η μάζα του δίσκου είναι  $2$  kg και η ακτίνα του  $10$  cm. ( $I = 1/2 mR^2$ ). (Δεν λαμβάνουμε υπ' όψη την αντίσταση του αέρα).

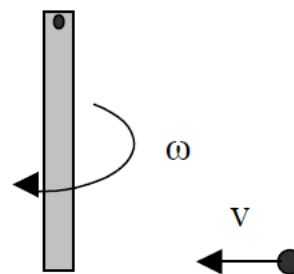
3. Ράβδος μήκους  $\ell$  κρεμάεται από ένα άκρο της έτσι, ώστε να αποτελεί φυσικό εκκρεμές.  
 α) Να βρεθεί η εξίσωση της κίνησης και η περίοδος ταλάντωσης και το μήκος του ισοδύναμου απλού εκκρεμές. β) Βρείτε την περίοδο της ταλάντωσης αν η ράβδος κρεμάεται από έναν άξονα σε απόσταση από το ένα άκρο της, ίση με το μήκος του ισοδύναμου εκκρεμούς που βρέθηκε προηγούμενος.

3. Ένα σώμα έχει μάζα  $m = 0,2 \text{ kg}$  σχήμα κυλίνδρου ακτίνας  $r = 2 \text{ cm}$ . Το σώμα κρεμάται από ελατήριο σταθεράς  $k = 0,2 \text{ N/m}$ . α) Τι είδους κίνηση θα κάνει το σώμα αν το απομακρύνουμε κατακόρυφα από τη θέση ισορροπίας; Υπολογίστε την περίοδο. β) Αν στρέψουμε το σώμα κατά γωνία  $\theta$  από τη θέση ισορροπίας, τι είδους κίνηση θα κάνει; Υπολογίστε τη σταθερά στρέψης του ελατηρίου αν η περίοδος της στροφικής κίνησης είναι ίση με την περίοδο της κατακόρυφης κίνησης. γ) Γράψτε τις εξισώσεις κίνησης αν για  $t=0$   $x=x_0$ ,  $v=0$ ,  $\theta=\theta_0$ ,  $\Omega=d\theta/dt=0$ .

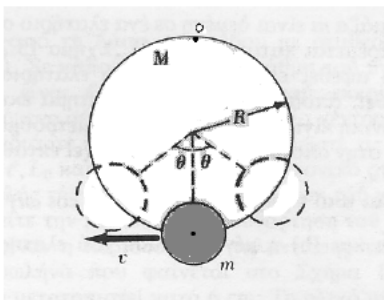


2. Πύραυλος εκτοξεύεται με γωνία  $30^\circ$  ως προς το οριζόντιο επίπεδο, με αρχική ταχύτητα  $v_1 = 80 \text{ m/s}$  και επιτάχυνση  $a = 25 \text{ m/s}^2$ . Μετά από χρόνο  $t = 5 \text{ s}$  η μηχανή του πυραύλου σβύνει. Αν υποθέσουμε ότι η γή στο πεδίο βολής είναι επίπεδη και η αντίσταση του αέρα μηδαμινή, υπολογίστε το μέγιστο ύψος και το βεληνεκές του πυραύλου αυτού.

3. Σε οριζόντιο επίπεδο μία ράβδος περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που περνά από το άκρο της, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Η μάζα της ράβδου είναι  $M$  και το μήκος της  $L$ . Μια σφαίρα μάζας  $m = M/3$ , κινείται ευθύγραμμα με ταχύτητα  $v$  και η απόσταση της τροχιάς από τον άξονα περιστροφής της ράβδου είναι  $L$ . Αν η σφαίρα συγκρουστεί με τη ράβδο τη στιγμή που ταχύτητα είναι κάθετη στη ράβδο, να υπολογίσετε την ταχύτητα της σφαίρας και την γωνιακή ταχύτητα της ράβδου μετά την κρούση. Η κρούση είναι ελαστική και ο υπολογισμός να γίνει για τις δύο φορές περιστροφής της ράβδου.

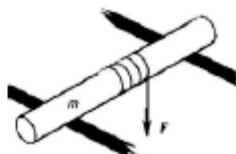


3. Ένας μικρός λεπτός δίσκος μάζας  $m$  και ακτίνας  $r$  είναι στερεωμένος σταθερά στην περιφέρεια ενός λεπτού δακτυλιδιού ίδιας μάζας και ακτίνας  $R$ . Το κέντρο του δίσκου είναι στην περιφέρεια του δακτυλιδιού. Το δακτυλίδι είναι στερεωμένο σε άξονα χωρίς τριβή, αντιδιαμετρικά από το κέντρο του δίσκου. Αν το σύστημα απομακρυνθεί κατά μικρή γωνία  $\theta$  από την κατακόρυφο, υπολογίσετε α) Την περίοδο της ταλάντωσης και β) τις εξισώσεις κίνησης για το κέντρο του δίσκου, αν την στιγμή  $t = T/4$  η γωνία είναι  $\theta=0$  και η ταχύτητα  $-v_0$  ( $v_0$  θετικό).



4. Ένα διαστημόπλοιο περνά με ταχύτητα  $0,6c$ , πάνω από ακίνητο παρατηρητή  $A$  και σηματοδίδει στόχο  $B$  που βρίσκεται σε απόσταση  $1000 \text{ km}$  από τον  $A$ . α) Πόση είναι η απόσταση  $AB$  σύμφωνα με τον πιλότο του διαστημοπλοίου; Ο πιλότος του διαστημοπλοίου εκτοξεύει, την στιγμή που προσπερνά τον  $A$ , ένα βλήμα προς τον στόχο  $B$ . Το βλήμα έχει ταχύτητα  $0,6c$  ως προς το διαστημόπλοιο. β) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του βλήματος σύμφωνα με τον ακίνητο παρατηρητή.

3. Κύλινδρος μάζας  $m$  βρίσκεται πάνω σε 2 οριζόντιες σανίδες. Στον κύλινδρο είναι τυλιγμένο αβαρές νήμα στο άκρο του οποίου ασκείται κατακόρυφη δύναμη  $F$  (βλέπε σχήμα). i) Πόση πρέπει να είναι η  $F$  ώστε ο κύλινδρος να κυλιέται χωρίς ολίσθηση, αν ο συντελεστής τριβής μεταξύ κυλίνδρου και σανίδων είναι  $\mu$  ( $\mu < 2/3$ ); ii) Με ποιά επιτάχυνση θα κινείται τότε ο άξονας του κυλίνδρου;

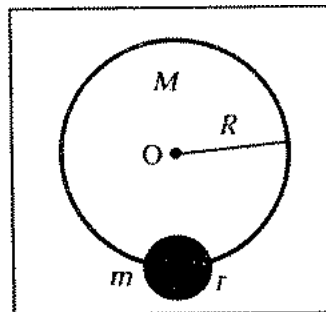


2) Αεροπλάνο κινείται με σταθερή ταχύτητα  $225 \text{ m/s}$ . Ο αέρας εξέρχεται με ρυθμό  $80 \text{ kg/s}$  και ταχύτητα προς το αεροπλάνο  $v_e=800 \text{ m/s}$ . Ο ρυθμός κατανάλωσης καυσίμων είναι  $3 \text{ kg/s}$ . Να υπολογίσετε (1) τη δύναμη που ασκείται πάνω στο αεροπλάνο (2) την ισχύ που παράγεται πάνω στο αεροπλάνο (3) την συνολική ισχύ που παράγει ο κινητήρας. (4) αν η αντίσταση του αέρα δίνεται από την σχέση  $-kv$  να υπολογίσετε την σταθερά  $k$ .

Ένας αθλητής πετάει δίσκο υπό γωνία  $45^\circ$  ως προς τον ορίζοντα. Ο δίσκος επιστρέφει στο ύψος από το οποίο ελευθερώθηκε, σε απόσταση 62,5 m. (i) Υπολογίστε την ταχύτητα με την οποία φεύγει από το χέρι του αθλητή. (ii) Υπολογίστε την ενέργεια και την στροφορμή του δίσκου ως προς τον δικό του άξονα περιστροφής, αν η απόσταση του από τον άξονα περιστροφής του αθλητή είναι 0,80 m. Τι συμβαίνει με την στροφορμή του δίσκου, από τη στιγμή που ο δίσκος ελευθερώνεται και τι αποτέλεσμα έχει στην κίνηση του δίσκου. Η μάζα του δίσκου είναι 2 kgf και η ακτίνα του 10 cm. ( $I=1/2 mR^2$ ). (Δεν λαμβάνουμε υπ' όψη την αντίσταση του αέρα).

4) Ένα σωματίδιο που κινείται με ταχύτητα  $u=0,98c$  εκπέμπει ένα φωτόνιο υπό γωνία  $45^\circ$  ως προς τον άξονα  $x'$  στο σύστημα του σωματιδίου. Να υπολογιστούν για το φωτόνιο α) οι συνιστώσες της ταχύτητας β) η γωνία (εφαπτόμενη) που σχηματίζει με τον άξονα  $x$  και  $y$ ) το μέτρο της ταχύτητας του φωτονίου, όπως τα μετρά ένας ακίνητος παρατηρητής.

ΘΕΜΑ 4: Μικρός λεπτός δίσκος ακτίνας  $r$  και μάζας  $m$  είναι στερεωμένος στην επιφάνεια άλλου δίσκου μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$ , έτσι ώστε το κέντρο του μικρού να βρίσκεται στην περιφέρεια του μεγάλου (βλ. σχήμα). Ο μεγάλος δίσκος μπορεί να ταλαντώνεται γύρω από οριζόντιο άξονα  $O$ . Εκτρέπουμε το σύστημα κατά μικρή γωνία  $\theta$  από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε. Βρείτε την εξίσωση της κίνησης και την περίοδο της ταλάντωσης. (Δίνεσαι ότι η ροπή αδράνειας δίσκου μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$



- (4) Παρατηρητής θέλει να επισκεφθεί ένα άστρο, που απέχει δέκα έτη φωτός από τη γη. α) Να βρεθεί η ταχύτητα του παρατηρητή ως προς τη γη αν σύμφωνα με το ρολόι του ο χρόνος που απαιτείται για το ταξίδι είναι δύο έτη. β) Πόσος χρόνος θα απαιτηθεί για το ταξίδι σύμφωνα με παρατηρητή που βρίσκεται στη γη;