

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ Ι

Εξετάσεις Φεβρουαρίου 2008- Ομάδα Β

Θέμα 1. α) Ρίχνουμε ένα ζάρι μία φορά και στη συνέχεια ρίχνουμε ένα νόμισμα τόσες φορές όσο ήταν η ένδειξη του ζαριού. Να υπολογισθεί η πιθανότητα:

- i) να μην εμφανισθεί καμμία φορά η ένδειξη «κεφαλή»,
- ii) να μην εμφανισθούν και οι δύο όψεις του νομίσματος,
- iii) η ένδειξη του ζαριού να ήταν ο αριθμός «3» δεδομένου ότι δεν εμφανίσθηκε καμμία φορά η ένδειξη «κεφαλή».

β) Το σφάλμα μέτρησης ενός οργάνου ακολουθεί την Ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[-0.03, 0.03]$. Ποιά είναι κατά προσέγγιση η πιθανότητα το σφάλμα μέτρησης για το άθροισμα 300 μετρήσεων να είναι κατά απόλυτη τιμή μικρότερο του 0.15; (Δίνονται: $\Phi(0.3) = 0.6179$, $\Phi(0.5) = 0.6915$, $\Phi(1) = 0.8413$).

Θέμα 2. α) Το 60% των οχημάτων που φθάνουν σε μία συγκεκριμένη διασταύρωση στρίβουν δεξιά και το 40% αριστερά. Αν η επιλογή της κατεύθυνσης κάθε οχήματος είναι ανεξάρτητη από την επιλογή των υπολοίπων, να βρεθεί η πιθανότητα σε 12 οχήματα που φθάνουν στη διασταύρωση

- i) τουλάχιστον 10 να στρίψουν δεξιά,
- ii) τουλάχιστον 10 να στρίψουν στην ίδια κατεύθυνση.
- iii) Ποιος είναι ο αναμενόμενος αριθμός οχημάτων που θα στρίψουν δεξιά και ποιος ο αναμενόμενος αριθμός οχημάτων που θα στρίψουν αριστερά;

β) Έστω X_1, X_2, \dots, X_n ανεξάρτητες και ισόνομες τυχαίες μεταβλητές με κοινή μέση τιμή $E(X_k) = \mu$ και διασπορά $V(X_k) = \sigma^2$, $k=1, 2, \dots, n$. Να βρεθούν η μέση τιμή και η διασπορά του δειγματικού μέσου

$$\bar{X}_n = \frac{\sum_{k=1}^n X_k}{n}.$$

Θέμα 3. α) Έστω X συνεχής τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πυκνότητας

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ \beta\theta^{-\beta}(x-2)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x-2}{\theta}\right)^\beta}, & x > 2, \end{cases}$$

όπου $\beta > 0$, $\theta > 0$. Θεωρούμε την τυχαία μεταβλητή

$$Y = \left(\frac{X-2}{\theta}\right)^\beta.$$

- i) Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής της τυχαίας μεταβλητής X .
- ii) Να βρεθούν η συνάρτηση κατανομής και η συνάρτηση πυκνότητας της Y .
- iii) Να βρεθούν η μέση τιμή και η διασπορά της Y .

β) Έστω X τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda > 0$. Να βρεθεί η πιθανογεννήτρια της X .

Απαντήστε και στα 3 θέματα. Διάρκεια εξέτασης 2 ½ ώρες.

Καλή Επιτυχία.