

## ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ Ι, 2 Ιουλίου 2007

**Θέμα 1ο:** Ας θεωρήσουμε ένα αλφάβητο  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{20}\}$  και το υποσύνολο  $A = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_5\}$  των φωνηέντων του. Έστω ότι εκλέγουμε τυχαία με επανάθεση 5 γράμματα από το συγκεκριμένο αλφάβητο. (α) Να υπολογισθεί η πιθανότητα εκλογής των φωνηέντων  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  και  $\omega_3$ . (β) Να υπολογισθούν η μέση τιμή και η διασπορά του αριθμού  $X$  των φωνηέντων που εκλέγονται στις 5 δοκιμές.

**Θέμα 2ο:** Ας θεωρήσουμε έναν πληθυσμό στον οποίο ο λόγος του αριθμού των ανδρών προς τον αριθμό των γυναικών είναι  $\theta$ . Υποθέτουμε ότι η πιθανότητα ένας άνδρας να παρουσιάζει αχρωματοψία είναι  $q$ , ενώ η πιθανότητα μια γυναίκα να παρουσιάζει αχρωματοψία είναι  $q^2$ . (α) Έστω ότι ένα άτομο εκλέγεται τυχαία από τον πληθυσμό αυτό. Να υπολογισθούν η πιθανότητα το εκλεγόμενο άτομο να πάσχει από αχρωματοψία και η δεσμευμένη πιθανότητα το εκλεγόμενο άτομο να είναι γυναίκα δεδομένου ότι πάσχει από αχρωματοψία. (β) Έστω ότι δύο άτομα εκλέγονται από τον πληθυσμό αυτό. Να υπολογισθεί η πιθανότητα ένα τουλάχιστο άτομο να πάσχει από αχρωματοψία.

**Θέμα 3ο:** Έστω ότι  $X$  μια συνεχής τυχαία μεταβλητή  $X$  με συνάρτηση κατανομής

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & -\infty < x < -1, \\ \frac{x+1}{3}, & -1 \leq x < 2, \\ 1, & 2 \leq x < \infty. \end{cases}$$

Να υπολογισθούν (α) η συνάρτηση κατανομής  $F_Y(y)$ ,  $-\infty < y < \infty$ , και η συνάρτηση πυκνότητας  $f_Y(y)$ ,  $-\infty < y < \infty$ , και (β) η μέση τιμή  $E(Y)$  και η διασπορά  $V(Y)$  της τυχαίας μεταβλητής  $Y = |X|$ .

**Απαντήστε και στα 3 θέματα. Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**