

**Θέμα 1.** Βρείτε με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να μπου οι αριθμοί  $1, 2, \dots, 14$  σε μία σειρά, σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- (α) Αν το 4 πρέπει να βρίσκεται πριν το 8.
- (β) Αν το 4 πρέπει να βρίσκεται πριν το 8 και το 8 πριν το 12.
- (γ) Αν το 4 πρέπει να βρίσκεται πριν το 12 και το 8 πριν το 12.
- (δ) Αν οι 7 πρώτες θέσεις καταλαμβάνονται από άρτιους αριθμούς.
- (ε) Αν στις 3 πρώτες θέσεις δεν υπάρχουν περιττοί αριθμοί.

**Θέμα 2.** (α) Να υπολογιστεί το άθροισμα  $\sum_{j=0}^{\nu} j^2 \binom{\nu}{j+1} 5^j$ .

(β) Να βρείτε το πλήθος των μη αρνητικών ακεραίων λύσεων  $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$  του συστήματος εξισώσεων

$$(\Sigma): \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 7, \quad x_1 + x_2 + x_3 + x_5 = 11.$$

**Θέμα 3.** Διαθέτουμε 4 σύμβολα A, 4 σύμβολα B και 4 σύμβολα Γ.

- (α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 12 αυτά σύμβολα σε μία σειρά;
- (β) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 12 αυτά σύμβολα σε μία σειρά έτσι ώστε τα 4 σύμβολα A να είναι συνεχόμενα;
- (γ) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 12 αυτά σύμβολα σε μία σειρά έτσι ώστε να μην υπάρχουν 4 όμοια σύμβολα συνεχόμενα στη σειρά;

**Θέμα 4.** Έστω  $\alpha_\kappa$  το πλήθος των επαναληπτικών συνδυασμών των  $\nu + 1$  στοιχείων του  $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_\nu\}$  ανά  $\kappa$ , όπου το  $\omega_0$  επιτρέπεται να εμφανίζεται δύο ή τρεις φορές στο συνδυασμό, το  $\omega_\nu$  επιτρέπεται να εμφανίζεται περιττό αριθμό φορές, ενώ για τα υπόλοιπα  $\nu - 1$  στοιχεία του  $\Omega$ ,  $\omega_1, \dots, \omega_{\nu-1}$ , δεν υπάρχει περιορισμός. Υπολογίστε

(α) τη συνήθη γεννήτρια,  $A(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \alpha_\kappa t^\kappa$  και

(β) τον αριθμό  $\alpha_\kappa$ .

**ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!**