

Θέμα 1. Βρείτε με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να μπουν οι αριθμοί $1, 2, \dots, 10$ σε μία σειρά, σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- (α) Αν το 3 πρέπει να βρίσκεται πριν το 5.
- (β) Αν το 3 πρέπει να βρίσκεται πριν το 5 και το 5 πριν το 7.
- (γ) Αν το 3 πρέπει να βρίσκεται πριν το 7 και το 5 πριν το 7.
- (δ) Αν οι 5 πρώτες θέσεις καταλαμβάνονται από περιττούς αριθμούς.
- (ε) Αν στις 3 πρώτες θέσεις δεν υπάρχουν άρτιοι αριθμοί.

Θέμα 2. (α) Να υπολογιστεί το άθροισμα $\sum_{\kappa=0}^{\nu} (\kappa + 2)^2 \binom{\nu}{\kappa + 1} 2^{\kappa}$.

(β) Να βρείτε το πλήθος των μη αρνητικών ακεραίων λύσεων (x_1, x_2, x_3, x_4) του συστήματος εξισώσεων

$$(\Sigma): \quad x_1 + x_2 + x_3 = 8, \quad x_1 + x_2 + x_4 = 10.$$

Θέμα 3. Διαθέτουμε τρία σύμβολα A, τρία σύμβολα B και τρία σύμβολα Γ.

- (α) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 9 αυτά σύμβολα σε μία σειρά;
- (β) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 9 αυτά σύμβολα σε μία σειρά έτσι ώστε τα τρία σύμβολα A να είναι συνεχόμενα;
- (γ) Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούμε να βάλουμε τα 9 αυτά σύμβολα σε μία σειρά έτσι ώστε να μην υπάρχουν τρία όμοια σύμβολα συνεχόμενα στη σειρά;

Θέμα 4. Έστω α_{κ} το πλήθος των επαναληπτικών συνδυασμών των $\nu + 2$ στοιχείων του $\Omega = \{\omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{\nu}, \omega_{\nu+1}\}$ ανά κ , όπου το ω_0 επιτρέπεται να εμφανίζεται περιττό αριθμό φορών στο συνδυασμό, το $\omega_{\nu+1}$ επιτρέπεται να εμφανίζεται μία ή δύο φορές, ενώ για τα υπόλοιπα ν στοιχεία του Ω , $\omega_1, \dots, \omega_{\nu}$, δεν υπάρχει περιορισμός. Υπολογίστε

(α) τη συνήθη γεννήτρια, $A(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} \alpha_{\kappa} t^{\kappa}$ και

(β) τον αριθμό α_{κ} .

ΔΙΑΡΚΕΙΑ 2 ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!