

**Θέμα 1.** Πόσες είναι οι διαιρέσεις του συνόλου  $\Omega = \{1, 2, \dots, 4\nu\}$  σε 4 διακεκριμένα υποσύνολα Α, Β, Γ, Δ με  $\nu$  στοιχεία το καθένα, σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- (α) Αν κανένα υποσύνολο δεν πρέπει να περιέχει δύο πολλαπλάσια του  $\nu$ ;  
 (β) Χωρίς περιορισμό;

**Θέμα 2.** Να βρείτε πόσες ακέραιες λύσεις έχει η ανίσωση

$$x_1 + x_2 + \dots + x_\nu \leq \kappa$$

όταν  $0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1, 0 \leq x_3 \leq 1, 0 \leq x_4 \leq 1$  και  $x_i \geq 0$  για  $i = 5, 6, \dots, \nu$ .

**Θέμα 3.** Τα σφαιρίδια που φέρουν τους αριθμούς 1, 2, 3, 4, 5, 6 είναι κόκκινα, αυτά με τους αριθμούς 7, 8, 9, 10, 11, 12 είναι πράσινα, ενώ αυτά με τους αριθμούς 13, 14, 15, 16, 17, 18 είναι μαύρα. Τοποθετούμε όλα μαζί τα σφαιρίδια σε μία κάλπη, και στη συνέχεια διαλέγουμε ένα-ένα 6 σφαιρίδια, τοποθετώντας τα σε μία σειρά, 1ο, 2ο, 3ο, 4ο, 5ο, 6ο. Με πόσους τρόπους μπορεί να γίνει αυτή η διαδικασία σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:

- (α) Αν πρέπει οπωσδήποτε να διαλέξουμε ένα τουλάχιστον σφαιρίδιο από κάθε χρώμα;  
 (β) Αν πρέπει οπωσδήποτε να διαλέξουμε ένα τουλάχιστον κόκκινο και ένα τουλάχιστον πράσινο σφαιρίδιο;  
 (γ) Χωρίς περιορισμό;

**Θέμα 4.** Έστω  $B(\nu, \kappa)$  το πλήθος των επαναληπτικών συνδυασμών των  $4\nu$  στοιχείων του  $\Omega = \{1, 2, \dots, 4\nu\}$  ανά  $\kappa$ , όπου

τα στοιχεία  $1, 2, \dots, \nu$  επιτρέπεται να εμφανίζονται το πολύ μία φορά το καθένα,  
 τα στοιχεία  $\nu + 1, \nu + 2, \dots, 2\nu$  επιτρέπεται να εμφανίζονται 0 ή 2 φορές το καθένα,  
 τα στοιχεία  $2\nu + 1, 2\nu + 2, \dots, 3\nu$  επιτρέπεται να εμφανίζονται 0 ή 4 φορές το καθένα, ενώ

τα στοιχεία  $3\nu + 1, 3\nu + 2, \dots, 4\nu$  επιτρέπεται να εμφανίζονται 0 ή 8 ή 16 ή ... (πολλαπλάσια του 8) φορές το καθένα.

Να υπολογίσετε:

- (α) τη γεννήτρια των αριθμών  $B(\nu, \kappa)$ ,

$$A(t) = \sum_{\kappa=0}^{\infty} B(\nu, \kappa)t^\kappa.$$

- (β) τον αριθμό  $B(\nu, \kappa)$ .

**ΝΑ ΓΡΑΦΟΥΝ 3 ΑΠΟ ΤΑ 4 ΘΕΜΑΤΑ ΣΕ 2 ΩΡΕΣ. ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**